Solution de la série N° 3

Exercice 1 .

Nous allons faire un test statistique sur la moyenne (parce que une épaisseur moyenne est un caractère quantitatif) en suivant ces étapes :

1-Donner les hypothèses :

$$\begin{cases} H_0 \ : \ \mu = 70 & (la\ machine\ est\ bonne) \\ H_1 \ : \mu \neq 70 & (la\ machine\ est\ défectueuse) \end{cases}$$

$$Test\ bilatéral$$

2-Seuil de signification : $\alpha = 0.05$

3-Conditions d'application :
population connue, σ_x connu $\sigma_x = \sqrt{9} = 3 \Rightarrow$ 1^{er} cas
4-La variable appropriée : est $\overline{X}$ où

$$Z = \frac{\overline{X} - \mu}{\frac{\sigma_x}{\sqrt{n}}} \rightsquigarrow N(0,1)$$

5-La règle de décision :

On accepte H_0 lorsque :

$$-Z_{1-\frac{\alpha}{2}} \leq Z_{cal} \leq Z_{1-\frac{\alpha}{2}}$$

$Z_{1\ \frac{\alpha}{2}}$ =1.96
6-Calculer la valeur de la variable appropriée:

$$Z_{cal} = \frac{\overline{X} - \mu}{\frac{\sigma_x}{\sqrt{n}}}$$

$$\overline{X} = 69$$

$$\sigma_x = \sqrt{\sigma_x^2} = \sqrt{9} = 3$$

$$\Longrightarrow Z_{cal} = \frac{\overline{X} - \mu}{\frac{\sigma_x}{\sqrt{n}}} = \frac{69 - 70}{\frac{3}{\sqrt{25}}} = -1.666\,7$$

7- Conclusion et décision :

$-Z_{1-\frac{\alpha}{2}} = -1.96 \leq Z_{cal} = -1.6667 \leq Z_{1-\frac{\alpha}{2}} = 1.96$

Z_{cal} est située dans la zone d'acceptation, nous acceptons l'hypothèse H_0 c.à.d *la machine est bonne*(*la machine n'est pas défectueuse*).

Exercice 2 .

X : le nombre d'heures de travail des conducteurs de camions

$n = 32$

$\overline{X} = 60\ h$

$S = 10$

1- les caractéristiques de la distribution d'échantillonnage de la moyenne de l'échantillon:

2 ^{ème} cas : population inconnue, σ_x inconnu et $n = 32 > 30$

- La loi : loi Normale .$\overline{X} \curvearrowright N(\mu_{\overline{x}}\ ; \sigma_{\overline{x}})$
- La moyenne : $\mu_{\overline{x}} = \mu_x$
- Lécart type $\sigma_{\overline{X}} = \frac{S}{\sqrt{n}}$

2- Nous allons faire un test statistique sur la moyenne (le nombre d'heures de travail des conducteurs de camions est un caractère quantitatif) en suivant ces étapes :

1-Donner les hypothèses :

$$\begin{cases} \mathbf{H}_0 \ : \ \boldsymbol{\mu} = \mathbf{56}\ (\leq)\ (\textbf{il n'y a pas une exploitation des conducteurs par l'entreprise}) \\ \mathbf{H}_1 : \boldsymbol{\mu} > \mathbf{56} \qquad (\textbf{il y a une exploitation des conducteurs par l'entreprise}) \end{cases}$$

Test unilatéral à droite

2-Seuil de signification : $\alpha = 0.05$

3-Conditions d'application :

population inconnue, σ_x inconnu et $n = 32 > 30 \Rightarrow$ 2 ^{ème} cas

4-La variable appropriée : est $\overline{X}$ où

$$Z = \frac{\overline{X} - \mu}{\frac{S}{\sqrt{n}}} \rightsquigarrow N(0,1)$$

5-La règle de décision :

On accepte H_0 lorsque :

$$Z_{cal} \leq Z_{1-\alpha}$$

$Z_{1-\alpha} = 1.645$

6-Calculer la valeur de la variable appropriée:

$$Z_{cal} = \frac{\overline{X} - \mu}{\frac{S}{\sqrt{n}}}$$

$$\Longrightarrow Z_{cal} = \frac{\overline{X} - \mu}{\frac{S}{\sqrt{n}}} = \frac{60 - 56}{\frac{10}{\sqrt{32}}} = 2.2627$$

7- Conclusion et décision :
$Z_{cal} = 2.2627 \ > \ Z_{1-\alpha} = 1.645$

Z_{cal} est située dans la zone de rejet, nous rejetons l'hypothèse H_0et nous acceptons l'hypothèse H_1 c.à.d **il y a une exploitation des conducteurs par l'entreprise**

Exercice 3 .

Nous allons faire un test statistique sur la moyenne (parce que le coût de construction d'un logement est un caractère quantitatif) en suivant ces étapes :
1-Donner les hypothèses :

$$\begin{cases} H_0 \ : \ \mu = 15 \ (\leq) \ (Mauvaise\ décision\ du\ directeur) \\ H_1 \ : \mu > 15 \qquad\qquad (Bonne\ décision\ du\ directeur) \end{cases}$$

$$Test\ unilatéral\ à\ droite$$

2-Seuil de signification : $\alpha = 0.05$

3-Conditions d'application :
population inconnue, σ_x inconnu et n=10 $<\ 30 \Rightarrow\ 3^{\,ème}$ cas
4-La variable appropriée : est $\overline{X}$ où

$$T = \frac{\overline{X} - \mu}{\frac{S}{\sqrt{n}}} \rightsquigarrow\ t(n-1)$$

5-La règle de décision :

On accepte H_0 lorsque :

$$T_{cal} \leq\ t_{1-\alpha}$$

$t_{1-\alpha} = 1.833$ (table de la loi student 0.05 one tail avec n-1)
6-Calculer la valeur de la variable appropriée:

$$T_{cal} = \frac{\overline{X} - \mu}{\frac{S}{\sqrt{n}}}$$

$$\overline{X} \ = \frac{\sum_{i=1}^{n} \ X_i}{n} = \frac{16.9 + 19.8 + 12.9 + 13.6 + 13.3 + 14.7 + 15.4 + 14.3 + 17.6 + 13.4}{10} = 15.19$$

$$
\begin{aligned}
S^2 &= \frac{\sum_{i=1}^{n} (\ X_i - \ \overline{X}\ )^2}{n-1} = \\
& \frac{(16.9-15.19)^2+(19.8-15.19)^2+(12.9-15.19)^2+(13.6-15.19)^2+(13.3-15.19)^2+(14.7-15.19)^2+(15.4-15.19)^2+(14.3-15.19}{10-1} \\
&= 5.0677
\end{aligned}
$$

$$S = \sqrt{S^2} = \sqrt{5.0677} = 2.2512$$

$$\Longrightarrow T_{cal} = \frac{\overline{X} - \mu}{\frac{S}{\sqrt{n}}} = \frac{15.19 - 15}{\frac{2.2512}{\sqrt{10}}} = 0.26689$$

7- Conclusion et décision :
$T_{cal} = 0.26689 \ < \ t_{1-\alpha} = 1.833$

T_{cal} est située dans la zone d'acceptation, nous acceptons l'hypothèse H_0 c.à.d *Mauvaise décision du directeur*