Solution de la serie N° 6

Exercice 1 .

Nous allons faire un test de comparaison de deux proportions (parce que Être chômeur ou non est un caractère qualitatif) en suivant ces étapes :

1-Donner les hypothèses :

$$\begin{cases} H_0 \ : \ P_1 = P_2 & (Le\ pourcentage\ de\ chômeurs\ n'est\ pas\ différent\ dans\ les\ deux\ villes) \\ H_1 \ : P_1 \neq P_2 & (Le\ pourcentage\ de\ chômeurs\ est\ différent\ dans\ les\ deux\ villes) \end{cases}$$

$$Test\ bilatéral$$

2-Seuil de signification : $\alpha = 0.05$

3-Conditions d'application :

$$\begin{aligned} f_1 &= \frac{Nombre\ des\ cas\ favorables}{Nombre\ des\ cas\ possibles} = \frac{120}{1600} \\ &= 0.075 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} f_2 &= \frac{Nombre\ des\ cas\ favorables}{Nombre\ des\ cas\ possibles} = \frac{84}{1400} \\ &= 0.06 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} n_1 * f_1 &= 1600 * 0.075 = 120 > 5 \\ n_1 * (1 - f_1) &= 1600 * (1 - 0.075) = 1480 > 5 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} n_2 * f_2 &= 1400 * 0.06 = 84 > 5 \\ n_2 * (1 - f_2) &= 1400 * (1 - 0.06) = 1316 > 5 \end{aligned}$$

4-La variable appropriée : est $(f_1 - f_2)$ où

$$Z = \frac{(f_1 - f_2) - (P_1 - P_2)}{\sqrt{\frac{f_1(1-f_1)}{n_1} + \frac{f_2(1-f_2)}{n_2}}} \rightsquigarrow N(0,1)$$

5-La règle de décision :

On accepte H_0 lorsque :

$$-Z_{1-\frac{\alpha}{2}} \leq Z_{cal} \leq \ Z_{1-\frac{\alpha}{2}}$$

$Z_{1-\frac{\alpha}{2}} = 1.96$
6-Calculer la valeur de la variable appropriée:

$$\begin{aligned} Z_{cal} &= \frac{(f_1 - \ f_2) - (P_1 - P_2)}{\sqrt{\frac{f_1(1-f_1)}{n_1} + \frac{f_2(1-f_2)}{n_2}}} = \frac{(0.075 - \ 0.06) - 0}{\sqrt{\frac{0.075(1-0.075)}{1600} + \frac{0.06(1-0.06)}{1400}}} \\ &= 1.640\,1 \end{aligned}$$

7- Conclusion et décision :
$Z_{cal} = 1.640\,1$

Z_{cal} est située dans la zone d'acceptation, on accepte l'hypothèse H_0 c.à.d *Le pourcentage de chômeurs n'est pas différent dans les deux villes*

Exercice 2 .

1- l'estimateur ponctuel de la différence $(P_1 - P_2)$ est : $(f_1 - f_2)$

où

$$\begin{aligned} f_1 &= \frac{Nombre\ des\ cas\ favorables}{Nombre\ des\ cas\ possibles} = \frac{118}{250} \\ &= 0.472 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} f_2 &= \frac{Nombre\ des\ cas\ favorables}{Nombre\ des\ cas\ possibles} = \frac{110}{250} \\ &= 0.44 \end{aligned}$$

$$\Rightarrow (f_1 - f_2) = 0.472 - 0.44 = 0.032$$

2- L'écart type de la différence $(f_1 - f_2)$:

$$
\begin{aligned}
\sigma(f_1 - f_2) &= \sqrt{\frac{f_1(1-f_1)}{n_1} + \frac{f_2(1-f_2)}{n_2}} \\
&= \sqrt{\frac{0.472(1-0.472)}{250} + \frac{0.44(1-0.44)}{250}} \\
&= 4.452\,5 \times 10^{-2}
\end{aligned}
$$

3- L'intervalle de confiance contenant la vraie valeur de la différence $(P_1 - P_2)$ est :

$$
\begin{aligned}
n_1 * f_1 &= 250 * 0.472 = 118 > 5 \\
n_1 * (1 - f_1) &= 250 * (1 - 0.472) = 132 > 5
\end{aligned}
$$

$$
\begin{aligned}
n_2 * f_2 &= 250 * 0.44 = 110 > 5 \\
n_2 * (1 - f_2) &= 250 * (1 - 0.44) = 140 > 5
\end{aligned}
$$

$$
\begin{aligned}
(P_1 - P_2) &\in IC\ [(f_1 - f_2) - Z_{1-\frac{\alpha}{2}}\sqrt{\frac{f_1(1-f_1)}{n_1} + \frac{f_2(1-f_2)}{n_2}}\ ;\ (f_1 - f_2) + Z_{1-\frac{\alpha}{2}}\sqrt{\frac{f_1(1-f_1)}{n_1} + \frac{f_2(1-f_2)}{n_2}} \\
(P_1 - P_2) &\in IC\ \ [0.032\ - (1.96)\sqrt{\frac{0.472(1-0.472)}{250} + \frac{0.44(1-0.44)}{250}}\ ;\ 0.032\ + (1.96)\sqrt{\frac{0.472(1-0.472)}{250} +} \\
(P_1 - P_2) &\in IC\ \ [-5.526\,9 \times 10^{-2}\ ;\ 0.119\,27]
\end{aligned}
$$

4- Nous allons faire un test de comparaison de deux proportions (parce que l'acceptation ou non du projet est un caractère quanlitatif) en suivant ces étapes :

1-Donner les hypothèses :

$$
\begin{cases}
H_0 \ :\ P_1 = \ P_2\ (\geq)\ (\textit{le taux d'acceptation dans la deuxième région n'est pas le plus élevé}) \\
H_1\ : P_1 < \ P_2 \qquad\qquad (\textit{le taux d'acceptation dans la deuxième région est le plus élevé})
\end{cases}
$$

$$Test\ unilatéral\ à\ gauche$$

2-Seuil de signification : $\alpha = 0.01$

3-Conditions d'application :

$$
\begin{aligned}
n_1 * f_1 &= 250 * 0.472 = 118 > 5 \\
n_1 * (1 - f_1) &= 250 * (1 - 0.472) = 132 > 5
\end{aligned}
$$

$$
\begin{aligned}
n_2 * f_2 &= 250 * 0.44 = 110 > 5 \\
n_2 * (1 - f_2) &= 250 * (1 - 0.44) = 140 > 5
\end{aligned}
$$

4-La variable appropriée : est $(f_1 - f_2)$ où

$$Z = \frac{(f_1 - \ f_2) - (P_1 - P_2)}{\sqrt{\frac{f_1(1-f_1)}{n_1} + \frac{f_2(1-f_2)}{n_2}}} \rightsquigarrow \ N(0,1)$$

5-La règle de décision :

On accepte H_0 lorsque :

$$Z_{cal} \geq - \ Z_{1-\alpha}$$

$- \ Z_{1-\alpha} = -2.33$
6-Calculer la valeur de la variable appropriée:

$$
\begin{aligned}
Z &= \frac{(f_1 - \ f_2) - (P_1 - P_2)}{\sqrt{\frac{f_1(1-f_1)}{n_1} + \frac{f_2(1-f_2)}{n_2}}} = \frac{0.032 \ - 0}{4.452\,5 \times 10^{-2}} \\
&= 0.718\,70
\end{aligned}
$$

7- Conclusion et décision :
$Z_{cal} = 0.718\,70 \ > - \ Z_{1-\alpha} = -2.33$

Z_{cal} est située dans la zone d'acceptation, on accepte l'hypothèse H_0 c.à.d *le taux d'acceptation dans la deuxième région n'est pas le plus élevé.*