Semestre : 6

Unité d’enseignement : UEF 3.2.2

Codage et Théorie de l’information

Dr Mahmoud Hadef

TD 1 Solution

Exercice 1

• Pour $x \geq 0$, le logarithme $\log_2(x)$ est :

A. toujours positif → faux ($\log_2(1/2)=-1<0$)
B. une fonction croissante → correct
C. maximal pour $x = 10$ → faux ($\log_2(16)=4>\log_2(10)$)
D. égal à 0 pour $x = 0$ → faux (défini que pour $x > 0$)
E. égal à 0 pour $x = 1$ → correct
F. égal à 1 pour $x = 2$ → correct

TD 1 Solution

Exercice 2

Si nous avons deux systèmes de choix $S1 = \{e_{1,1},e_{1,2},\ldots,e_{1,n}\}$ et $S2 = \{e_{2,1},e_{2,2},\ldots,e_{2,m}\}$, alors le système de choix indépendants $S1 \times S2$ a:

A. $n + m$ éléments → faux

B. $n \cdot m$ éléments → correct

TD 1 Solution

Exercice 3

Etant donné deux systèmes de choix indépendants S1 et S2 avec |S2| = 2·|S1|, alors h(|S1 ×S2|) est égal à

A. h(|S1|) + h(|S2|) → correct
B. 1 + 2 · h(|S1|) → correct
C. log(|S1| · |S2|) → correct
D. h(|S1|) · h(|S2|) → faux(h(|S1|) + h(|S2|))
E. 1 + 1/2 · h(|S2|) → faux (-1 + 2 · h(|S2|))

TD 1 Solution

Exercice 4

Soit un système de choix probabiliste(S,P) par S = $\{e_1,e_2,\ldots,e_n\}$et P = $\{p_1,p_2,\ldots,p_n\}$. Alors, H(P)

A. $= -\sum_{i=1}^{n} p_i log p_i$ → Correct

B. = h(n) → Faux (correct seulement pour égales P)

C. ≤ logn → Correct

D. ≤ h(|S|) → Correct

E. > 0 → Faux (= 0 pour le cas P={1,0,0 …,0})

TD 1 Solution

Exercice 5

1. la longueur moyenne des mots est 3
2. l'entropie $H(P) = -\sum_{i=1}^{n} p_i log p_i$

$H(P) = -0.10\ log 0.10 - 0.01\ log 0.01 - 0.05\ log 0.05 - 0.05\ log 0.05 - 0.03\ log 0.03 - 0.07\ log 0.07 - 0.40\ log 0.40 - 0.29\ log 0.29 \simeq$2.297 bit

TD 1 Solution

Exercice 7

L'entropie de X est donnée par

$$H(X) = -\sum_{i=0}^{n} \binom{n}{i} p^i (1-p)^{n-i} \cdot \log\left(\binom{n}{i} p^i (1-p)^{n-i}\right).$$

Prenons $n = 4$ et $p = q = 0.5$. D'où

$$\begin{aligned} H(X) &= -\sum_{i=0}^{4} \binom{4}{i} (0.5)^i \cdot (0.5)^{4-i} \cdot \log\left(\binom{4}{i} (0.5)^i \cdot (0.5)^{4-i}\right) \\ &= -0.1250 \log 0.0625 - 0.5 \log 0.25 - 0.375 \log 0.375 \\ &\approx 2.0306 \text{ bit.} \end{aligned}$$

Références

- F. Bavaud , J.-C. Chappelier , J. Kohlas ; Introduction à la Théorie de l'Information et ses applications ; Université de Fribourg.
- O. Rioul ; Théorie de l'information et du codage ; Lavoisier, 2007.
- Y. Mori ; Théorie de l'information et du codage : signal analogique, signal numérique et applications en télécommunications ; Hermès Science, 2006.
- T. M. Cover and J. A. Thomas; Elements of information theory, 2nd edition, Wiley Series in telecommunications and signal Processing, 2006.