

Semestre : 6

Unité d'enseignement : UEF 3.2.2

**Codage et Théorie de
l'information**

TD 4

Dr Mahmoud Hadeif

TD 4

Exercice 01

Considérez la source U suivante :

U	u_1	u_2	u_3	u_4	u_5	u_6	u_7	u_8
p_U	1/4	1/8	1/8	1/16	1/16	1/16	5/32	5/32

1. Son entropie est

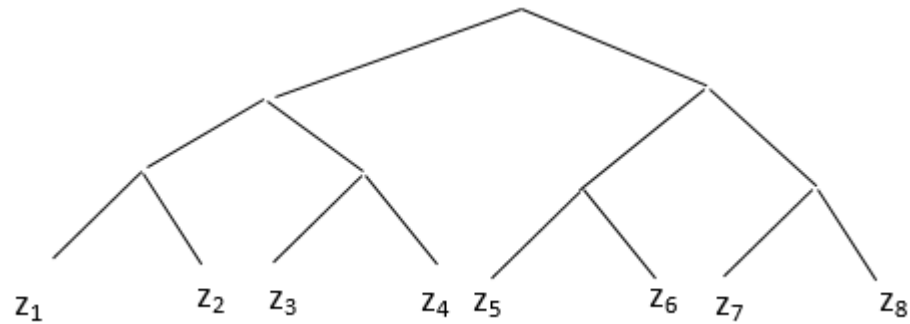
$$H(P) = \sum_{i=1}^8 -p_i \log(p_i) = -1/4 \log(1/4) - 2/8 \log(1/8) - 3/16 \log(1/16) - 10/32 \log(5/32)$$
$$H(P) \approx 2.837$$

1. Codons cette source avec code binaire « standard » sur 3 bits:

U	u_1	u_2	u_3	u_4	u_5	u_6	u_7	u_8
Z	000	001	010	011	100	101	110	111

a) aucun mot est un prefix d un autre donc le code est sans prefix

TD 4



- b) Puisque il n'y a pas de feuille vide le code est complet
- c) La longueur moyenne de ce code est 3

2. code de Shannon-Fano binaire

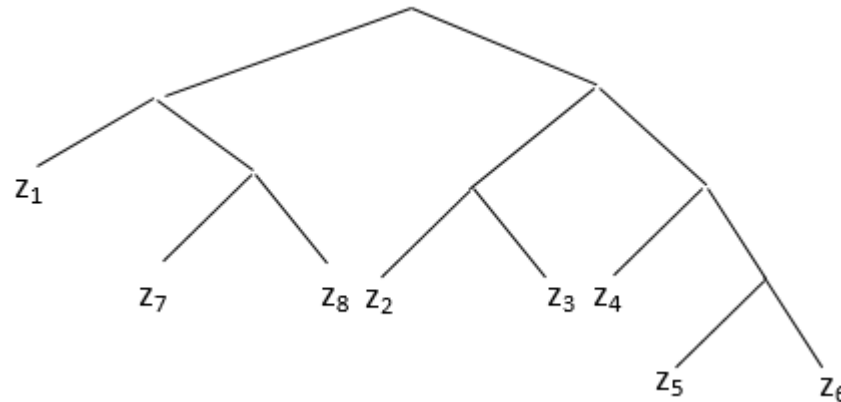
TD 4

u1	0.25	0	00		
u7	0.15625	0	01	010	
u8	0.15625	0	01	011	
u2	0.125	1	10	100	
u3	0.125	1	10	101	
u4	0.0625	1	11	110	
u5	0.0625	1	11	111	1110
u6	0.0625	1	11	111	1111

U	u1	u2	u3	u4	u5	u6	u7	u8
Z_{SF}	00	100	101	110	1110	1111	010	011

a) aucun mot est un prefix d un autre donc le code est sans prefix

TD 4



b) Puisque il n'y a pas de feuille vide le code est complet

c) La longueur moyenne de ce code est

$$\begin{aligned} L_m &= \sum_{i=1}^8 l_i p_i \\ &= 2 \cdot (1/4) + 3 \cdot (1/8) + 3 \cdot (1/8) + 3 \cdot (1/16) + 4 \cdot (1/16) + 4 \cdot (1/16) + 3 \cdot (5/32) \\ &+ 3 \cdot C(5/32) = (16 + 12 + 12 + 6 + 8 + 8 + 15 + 15) / 32 = 92 / 32 = 2.875 \end{aligned}$$

2. code de Huffman binaire

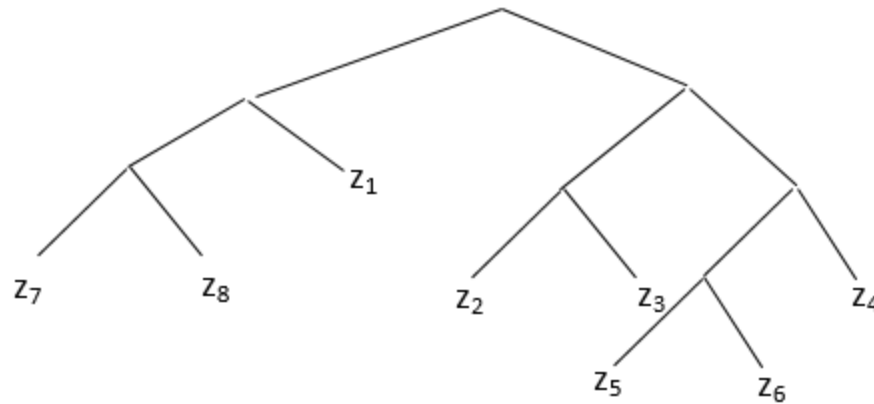
TD 4

u1	0.25 01	0.25 01	0.25 01	0.25 01	0.3125 00	0.4375 1	0.5625 0
u7	0.15625 000	0.15625 000	0.1875 11	0.25 10	0.25 01	0.3125 00	0.4375 1
u8	0.15625 001	0.15625 001	0.15625 000	0.1875 11	0.25 10	0.25 01	
u2	0.125 100	0.125 100	0.15625 001	0.15625 000	0.1875 11		
u3	0.125 101	0.125 101	0.125 100	0.15625 001			
u4	0.0625 111	0.125 110	0.125 101				
u5	0.0625 1100	0.0625 111					
u6	0.0625 1101						

U	u1	u2	u3	u4	u5	u6	u7	u8
Z_{Huf}	01	100	101	111	1100	1101	000	001

a) aucun mot est un prefix d un autre donc le code est sans prefix

TD 4



b) Puisque il n'y a pas de feuille vide le code est complet

c) La longueur moyenne de ce code est

$$\begin{aligned} L_m &= \sum_{i=1}^8 l_i p_i \\ &= 2 \cdot (1/4) + 3 \cdot (1/8) + 3 \cdot (1/8) + 3 \cdot (1/16) + 4 \cdot (1/16) + 4 \cdot (1/16) + 3 \cdot (5/32) \\ &+ 3 \cdot C(5/32) = (16 + 12 + 12 + 6 + 8 + 8 + 15 + 15) / 32 = 92 / 32 = 2.875 \end{aligned}$$

TD 4

Exercice 02

Considérez le dé pipé suivant

1	2	3	4	5	6
0.17	0.15	0.16	0.22	0.18	0.12

1. Entropie

$$H(P) = \sum_{i=1}^6 -p_i \log(p_i) = -0.17 \log(0.17) - 0.15 \log(0.15) - 0.16 \log(0.16) - 0.22 \log(0.22) - 0.18 \log(0.18) - 0.12 \log(0.12)$$

$$H(P) \approx 2.561$$

2 un code de Huffman binaire

TD 4

4	0.22 10	0.27 01	0.33 00	0.40 1	0.60 0		
5	0.18 11	0.22 10	0.27 01	0.33 00	0.40 1		
1	0.17 000	0.18 11	0.22 10	0.27 01			
3	0.16 001	0.17 000	0.18 11				
2	0.15 010	0.16 001					
6	0.12 011						

U	1	2	3	4	5	6
Z	000	010	001	10	11	011

La longueur moyenne de ce code est

$$L_m = \sum_{i=1}^8 l_i p_i = 3*(0.17) + 3*(0.15) + 3*(0.16) + 2*(0.22) + 2*(0.18) + 3*(0.12) = 2.6$$

TD 4

- la séquence 6441 peut être codé comme:

0111010000

La longueur de code moyenne minimale peut-on espérer

C est l'entropie: 2.561

Un code de Huffman ternaire

4	0.22 00	0.43 1	0.57 0
5	0.18 01	0.22 00	0.43 1
1	0.17 02	0.18 01	
3	0.16 10	0.17 02	
2	0.15 11		
6	0.12 12		

TD 4

- La longueur de code moyenne 2 trits/symbol
- la séquence 6441 peut être coder comme:
12000002

Références

- F. Bavaud , J.-C. Chappelier , J. Kohlas ; **Introduction à la Théorie de l'Information et ses applications** ; Université de Fribourg.
- O. Rioul ; **Théorie de l'information et du codage** ; Lavoisier, 2007.
- Y. Mori ; **Théorie de l'information et du codage : signal analogique, signal numérique et applications en télécommunications** ; Hermès Science, 2006.
- T. M. Cover and J. A. Thomas; **Elements of information theory**, 2nd edition, Wiley Series in telecommunications and signal Processing, 2006.