

## Exemple d'un système asymptotiquement stable

**Question:** Montrer que

$$x' = -x \dots \dots \dots (E)$$

est asymptotiquement stable (utiliser la définition).

**Réponse:** Par définition, un système est asymptotiquement stable si l'origine est un point d'équilibre asymptotiquement stable (pour ce système).

\* L'origine est un point d'équilibre.

\*\* L'origine est stable: voir vidéo 3 (Exemple d'un point d'équilibre stable).

\*\*\* **Montrons que l'origine est attractif :**

**Il existe  $\beta > 0$  tel que**

$$\forall x_0 : |x_0| < \beta \implies \lim_{t \rightarrow +\infty} x(t, 0, x_0) = 0.$$

On a

$$\lim_{t \rightarrow +\infty} x(t, 0, x_0) = \lim_{t \rightarrow +\infty} (x_0 e^{-t}) = 0.$$

On remarque que  $\lim_{t \rightarrow +\infty} x(t, 0, x_0) = 0$  est vérifiée sans aucune condition sur  $x_0$ . **Donc**, on peut prendre n'importe quelle boule (intervalle) de centre 0 est de rayon  $\beta > 0$  : On peut prendre, par exemple,  $\beta = 1$ . Ainsi,

Il existe  $\beta = 1 > 0$  tel que

$$\forall x_0 : |x_0| < \beta \implies \lim_{t \rightarrow +\infty} x(t, 0, x_0) = 0.$$