# Point d'équilibre

**Question 1:** Montrer que l'origine est un point d'équilibre du système suivant:

$$\left\{ \begin{array}{l} x^{'} = x + y, \\ y^{'} = x + 4y. \end{array} \right. \quad ............(Sys1)$$

**Réponse:** L'origine est $(0,0)$. On a

$$\left\{ \begin{array}{c} 0 + 0 = 0, \\ 0 + 4.0 = 0. \end{array} \right.$$

Ainsi, l'origine est un point d'équilibre du système $(Sys1)$.

..............................................................................................................

**Remarque:** Système (Sys1) est sous la forme $X^{'} = f(X)$ avec

$$X = \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} \text{ et } f(X) = f\begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} x + y \\ x + 4y \end{pmatrix}$$

..............................................................................................................

**Question 2:** Déterminer les points d'équilibre du système

$$\left\{ \begin{array}{l} x^{'} = x - y, \\ y^{'} = x^2 - 1. \end{array} \right. \quad ...............(Sys2)$$

**Réponse:** Soit $(x,y)$ un point d'équilibre du (Sys2) alors

$$\left\{ \begin{array}{l} x - y = 0.......(1) \\ x^2 - 1 = 0........(2) \end{array} \right.$$

De (2), on trouve que $x^2 = 1$. Donc, $x = 1$ ou bien $x = -1$.

* Si $x = 1$ alors de (1) $y = x = 1$. Donc, $(1,1)$ est un point d'équilibre du système $(Sys2)$.

* Si $x = -1$ alors de (1) $y = x = -1$. Donc, $(-1,-1)$ est un point d'équilibre du système $(Sys2)$.

*Conclusion:* Les points d'équilibre de $(Sys2)$ sont $(1,1)$ et $(-1,-1)$.