

CONCOURS D'ACCES AU DOCTORAT EN INFORMATIQUE

Option : Systèmes Informatiques

Epreuve : Algorithmiques Distribués (Sujet 1)

07 Novembre 2019 / Durée : 02h



DIRECTIVES PEDAGOGIQUES:

- Documentation, Smartphones et Calculatrices ne sont pas autorisées – Il est strictement interdit d'écrire avec des stylos en couleurs à l'exception du noir ou bleu
 – Il est formellement interdit de remplir la rubrique numéro d'anonymat.

Exercice 1. (8 points)

Q1.	a représente un événement Interne (traitement interne) b représente un événement de réception c représente un événement d'émission	(1pt)
Q2.	VH (a)= 2 ; VH (b)=10; VH (c)= 2 ; VH (d)= 8	(1pt)
	l'ordre sur les estampilles est-il strict? Justifiez. Non, n'est pas strict parce que plusieurs événements possédant la même valeur de l'horloge (exemple VH(a)=VH(c)=2).	(1pt)
Q3.	Pour le rendre strict : on adjoint à la valeur de l'horloge logique d'un site l'identification du site. Ainsi, pour tous événements e_i et e_j créés par deux sites S_i et S_j : $e_i \ll e_j$ si est seulement si $\left\{ \begin{array}{l} 1) H_i(e_i) < H_j(e_j), \text{ ou} \\ 2) H_i(e_i) = H_j(e_j) \text{ et } S_i \text{ vient avant } S_j \text{ dans l'ordre des processus} \end{array} \right.$	(1pt)
Q4.	C1 et C2 sont-elles cohérentes ? C1 est cohérente car tous les messages reçus dans la coupure ont été envoyés dans la coupure C2 n'est pas cohérente car le site S1 a reçu un message qui a été envoyé après la coupure.	(2pt)
Q5.	VHm(a) = (2, 0, 0, 0) ; VHm(b) = (1, 6, 7, 7) ; VHm(c) = (0, 0, 2, 0) ; VHm(d) = (0, 1, 7, 6)	(2pt)

Exercice 2. (12 points)

Pour un processus P_i ,

1) **Que représente sa variable locale Rcv[i] ? (1pt)**

Rcv[i] est le nombre de fois que le processus P_i est devenu demandeur d'accès à la section critique.

2) **Que représente sa variable locale Rcv[j] avec $j \neq i$? (1pt)**

Rcv[j] est le nombre de fois que le processus P_i a su que P_j est demandeur d'accès à la section critique (Nombre de requêtes de P_j reçues par P_i).

3) **Quel rôle joue-t-il la variable locale Lock ? (1pt)**

Etant donné que les procédures de chaque processus peuvent être lancées concurremment, la variable Rcv doit être protégée car elle est manipulée en lecture/écriture. D'où le rôle du verrou Lock. Nous pouvons considérer le cas où le processus P_i reçoit une requête alors qu'il a invoqué la procédure d'entrée en section critique.

4) **Rappelez les propriétés de sûreté et de vivacité que doit vérifier toute solution au problème de la section critique.**

La sûreté : Elle se résume en la propriété d'exclusion mutuelle qui stipule qu'à tout instant au plus un processus est dans sa section critique. (1pt)

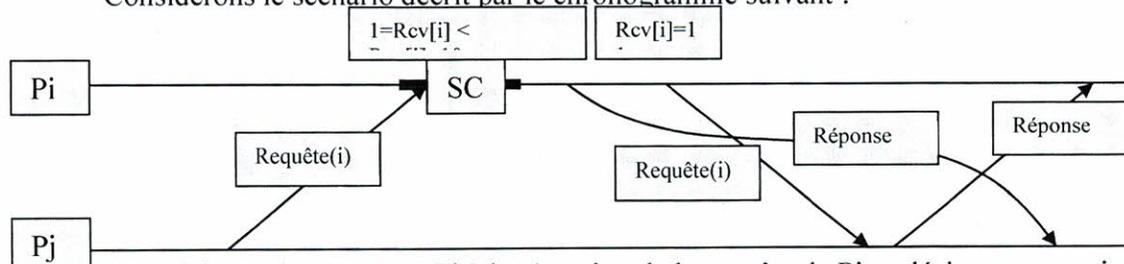
La vivacité : Tout processus demandeur d'accès à sa section critique finira par y accéder au bout d'un temps fini. (1pt)

5) *Montrer que dans le cas où dès l'état initial deux et seulement deux processus demandent l'entrée en section critique simultanément, ces derniers peuvent accéder à la section critique en même temps ? Sachant que les identités des processus sont totalement ordonnées, proposer une modification de l'instruction d'évaluation de la priorité pour éviter un tel cas. (3pts)*

- Dans ce cas le processus P_i , respectivement P_j , a incrémenté sa variable $Rcv[i]$, respectivement $Rcv[j]$. De ce fait, lors de la réception de la requête de P_j par P_i , respectivement de P_i par P_j , chacun des deux processus trouvera qu'il n'est pas prioritaire et donnera sa permission à l'autre processus. D'où la violation de la propriété d'exclusion mutuelle.
- Nous pouvons utiliser l'ordre lexicographique défini comme suit :
 $(K,i) < (L,j)$ si est seulement si
 Soit $K < L$
 Soit $K = L$ et $i < j$
 L'évaluation de la priorité est modifiée comme suit :
 Priorité := (état = "dedans") Or (état = "demandeur" and $(Rcv[i],i) < (Rcv[j],j)$) ;

6) *Montrer, à travers un scénario, que dans le cas où les liaisons ne sont pas régulières (fifo) la sûreté n'est pas vérifiée. (4pts)*

Considérons le scénario décrit par le chronogramme suivant :



Il est clair que le processus P_j à la réception de la requête de P_i se déclarera non prioritaire et donnera par conséquent sa permission à ce dernier, d'où la violation de la propriété d'exclusion mutuelle. De ce fait la régularité des liaisons est requise.

L'Algorithme :

Pour un processus P_i ($i=0 \dots N-1$), les énoncés définissant son comportement sont comme suit :

<p><u>Déclaration</u> Priorité : Booléen ; Etat : {"dehors", "demandeur", "dedans"} Lock : Verrou ; File d'attente : File de processus ; Rcv : tableau [0..N-1] d'entiers ; nombre de réponses : entier</p> <p><u>Initialisation</u> état := "dehors"; File d'attente := nil ; <u>Pour</u> chaque processus $j = 0 \dots N-1$ Rcv[j] := 0 ;</p> <p><u>Finpour</u></p>	<p><u>Lors de l'appel à acquérir</u> Lock := "verrouillé"; état := "demandeur"; Rcv[i]++; nombre de réponses := 0 ; <u>Pour</u> chaque processus $j = 0 \dots N-1$ et $j \neq i$ Envoyer <i>Requête(i)</i> à P_j ;</p> <p><u>Finpour</u> ; Lock := "déverrouillé" ; Attendre (nombre de réponses = (N - 1)); état := "dedans";</p>
<p><u>Lors d'un appel à Libérer</u> Lock := "verrouillé" ; état := "dehors";</p> <p><u>Repeat</u> Défiler (j) de la file d'attente ; Envoyer Réponse à P_j ;</p> <p>Until file vide ; Lock := "déverrouillé";</p>	<p><u>Lors de la réception d'une réponse</u> Lock := "verrouillé" ; nombre de réponses++ Lock := "déverrouillé";</p>
<p><u>Lors de la reception de Requête(j)</u> Lock := "verrouillé" ; Rcv[j]++; Priorité := (état = "dedans") Or (état = "demandeur" and Rcv[i] < Rcv[j]) ;</p> <p>If Priorité Then Enfiler (j) dans la file d'attente ; /* La réponse est différée*/</p> <p>Else Begin Envoyer Réponse à P_j ;</p> <p>End ; Lock := "déverrouillé";</p>	

CONCOURS D'ACCES AU DOCTORAT EN INFORMATIQUE

Option : Systèmes Informatiques

Epreuve : Algorithmiques Distribués (Sujet 2)

07 Novembre 2019 / Durée : 02h



DIRECTIVES PEDAGOGIQUES:

- Documentation, Smartphones et Calculatrices ne sont pas autorisées – Il est strictement interdit d'écrire avec des stylos en couleurs à l'exception du noir ou bleu
- Il est formellement interdit de remplir la rubrique numéro d'anonymat.

Exercice 1. (10 points)

L'utilisation des horloges logiques de Lamport est une solution pour régler le problème de l'exclusion mutuelle dans un contexte distribué. Ces horloges, sur un plan abstrait, prennent des valeurs qui ne peuvent que croître. Toutefois, sur le plan pratique, ces horloges sont matérialisées par des variables entières d'intervalle de valeurs finies. Dans cet exercice nous souhaitons explorer l'alternative de considérer que même sur un plan théorique les horloges croient sur un intervalle de valeurs finies dans des situations spécifiques. Ci-après est un exemple type d'une telle situation :

Le comportement d'un processus P_i ($i=0..N-1$) est donné ci-dessous:

While (true) do

1. Demander la ressource;
2. Utiliser la ressource;
3. Libérer la ressource;

Od.

Pour demander la ressource, un processus envoie une requête estampillée aux autres processus. À l'issue de cette requête, chaque processus répond favorablement seulement si :

- (i) Il n'est pas intéressé par la ressource,
- (ii) Il est intéressé mais l'estampille de sa requête est plus grande que celle de la requête reçue. Dans le cas contraire il diffère l'envoi de sa permission.

Une fois un processus a reçu un avis favorable, il utilise cette ressource pendant une période de temps finie puis il la libère.

- 1) Ecrire les procédures régissant la gestion de l'accès à la section critique pour chaque processus P_i (utiliser les variables locales h , $lasth$, état, priorité, ... pour chaque processus). Les horloges étant initialisées à 0. (4 pts)
- 2) Quel est l'écart maximal séparant les valeurs des deux horloges ($|h_i - h_j|$)
 - a. Dans le cas de deux processus ? (1 pt)
 - b. Dans le cas de N processus ? (1 pt)
- 3) Modifiez les procédures précédentes afin de proposer une solution dans laquelle les horloges sont bornées. (4 pts)

Exercice 2. (10 points)

L'état global d'un système distribué est constitué de l'ensemble des états locaux des processus et des canaux qui le constituent. Pour pouvoir calculer l'état global en utilisant l'algorithme de Chandy-Lamport, deux hypothèses sont à considérer :

Q1. Quelle hypothèse faut-il faire sur le comportement des canaux de communication ? (2,5 pt)

Q2. Quelle hypothèse faut-il faire sur la topologie du réseau de communication ? (2,5 pt)

On considère un système distribué constitué de trois processus $\{P_1, P_2$ et $P_3\}$ reliés par des canaux de communication de manière qu'il existe entre chaque couple de processus (P_i, P_j) deux canaux différents; C_{ij} reliant P_i à P_j et C_{ji} reliant P_j à P_i . Chaque processus utilise une variable entière X_i initialisée à 2. Ensuite, après chaque unité de temps à partir de $t=1$ (aux instants : 1, 2, 3, ...) chaque processus met à jour sa variable en exécutant la formule suivante : $X_i = X_i * i$ ensuite la diffuse aux autres processus.



CONCOURS D'ACCES AU DOCTORAT EN INFORMATIQUE

Option : Systèmes Informatiques

Epreuve : Algorithmiques Distribués (Sujet 1)

07 Novembre 2019 / Durée : 02h

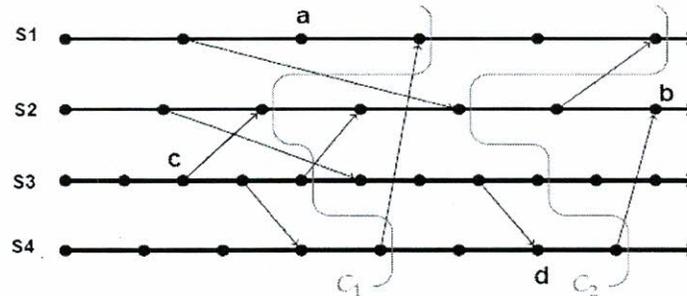


DIRECTIVES PEDAGOGIQUES:

- Documentation, Smartphones et Calculatrices ne sont pas autorisées
- Il est strictement interdit d'écrire avec des stylos en couleurs à l'exception du noir ou bleu
- Il est formellement interdit de remplir la rubrique numéro d'anonymat.

Exercice 1. (8 points)

On considère un système distribué asynchrone constitué de 4 sites S1, S2, S3 et S4, s'envoyant des messages comme représenté par le diagramme de causalité suivant :



Q1. Que représentent les événements **a**, **b** et **c** ? (1 pt)

En considérant les horloges de *Lamport* initialisées à 0 dont la gestion se fait comme suit :

- Pour tout événement local l'horloge est incrémentée de 1
- Pour tout événement de réception de message l'horloge prend le max de sa valeur et de l'estampille du message reçu.

Q2. Donnez les valeurs des horloges des événements : **a**, **b**, **c** et **d**. (1 pt)

Q3. L'ordre sur les estampilles des événements est-il strict? Justifiez votre réponse. Sinon proposez une solution pour le rendre strict ? (2 pts)

Q4. Donnez les valeurs des horloges de *Mattern* correspondants aux événements : **a**, **b**, **c** et **d** ? (2 pts)

On considère les deux coupures C1 et C2 dans la figure précédente.

Q5. C1 et C2 sont-elles cohérentes (forment-elles des tranches) ? Justifiez votre réponse. (2 pts)

Exercice 2. (12 points)

Soit l'algorithme distribué, donné ci-après, dont l'objectif est la résolution du problème de la section critique pour N processus fonctionnant sur un réseau fiable.

Pour un processus P_i ,

Q1. Que représente sa variable locale $Rcv[i]$? (1 pt)

Q2. Que représente sa variable locale $Rcv[j]$ avec $j \neq i$? (1 pt)

Q3. Quel rôle joue la variable locale $Lock$? (1 pt)

Q4. Rappelez les propriétés de sûreté et de vivacité que doit vérifier toute solution au problème de la section critique. (2 pts)

Q5. Montrer que dans le cas où dès l'état initial deux et seulement deux processus demandent l'entrée en section critique simultanément, ces derniers peuvent accéder à la section critique en même temps ? Sachant que les identités des processus sont totalement ordonnées, proposer une modification de l'instruction d'évaluation de la priorité pour éviter un tel cas. (3 pts)

Q6. Montrer, à travers un scénario, que dans le cas où les liaisons ne sont pas régulières (fifo) la sûreté n'est pas vérifiée. (4 pts)

L'Algorithme :

Pour un processus P_i ($i=0 \dots N-1$), les énoncés définissant son comportement sont comme suit :

<p><u>Déclaration</u> Priorité : Booléen ; Etat : {"dehors", "demandeur", "dedans"} Lock : Verrou ; File d'attente : File de processus ; Rcv : tableau [0..N-1] d'entiers ; nombre de réponses : entier</p> <p><u>Initialisation</u> état := "dehors"; File d'attente := nil ;</p> <p><u>Pour</u> chaque processus $j = 0 \dots N-1$ Rcv[j] := 0 ;</p> <p><u>Finpour</u></p>	<p><u>Lors de l'appel à acquérir</u> Lock := "verrouillé"; état := "demandeur"; Rcv[i]++; nombre de réponses := 0 ; <u>Pour</u> chaque processus $j = 0 \dots N-1$ et $j \neq i$ Envoyer <i>Requête(i)</i> à P_j ;</p> <p><u>Finpour ;</u> Lock := "déverrouillé" ; <u>Attendre</u> (nombre de réponses = (N - 1)); état := "dedans";</p>
<p><u>Lors d'un appel à Libérer</u> Lock := "verrouillé" ; état := "dehors";</p> <p><u>Repeat</u> Défiler (j) de la file d'attente ; Envoyer Réponse à P_j ;</p> <p><u>Until</u> file vide ; Lock := "déverrouillé";</p>	<p><u>Lors de la réception d'une réponse</u> Lock := "verrouillé" ; nombre de réponses++ Lock := "déverrouillé";</p>
<p><u>Lors de la reception de Requête(j)</u> Lock := "verrouillé" ; Rcv[j]++ ; Priorité := (état = "dedans") Or (état = "demandeur" and Rcv[i] < Rcv[j]) ; <u>If</u> Priorité <u>Then</u> Enfiler (j) dans la file d'attente ; /* La réponse est différée*/ <u>Else</u> <u>Begin</u> Envoyer Réponse à P_j ; <u>End</u> ; Lock := "déverrouillé";</p>	

CONCOURS D'ACCES AU DOCTORAT EN INFORMATIQUE

Option : Systèmes Informatiques

Corrigé Type : Algorithmiques Distribués (Sujet 2)

07 Novembre 2019 / Durée : 02h



DIRECTIVES PEDAGOGIQUES:

- Documentation, Smartphones et Calculatrices ne sont pas autorisées – Il est strictement interdit d'écrire avec des stylos en couleurs à l'exception du noir ou bleu
- Il est formellement interdit de remplir la rubrique numéro d'anonymat.

Exercice 1. (10 points)

1) *Ecrire les procédures régissant la gestion de l'accès à la section critique pour chaque processus P_i (utiliser les variables locales h , $lasth$, état, priorité, ... pour chaque processus). Les horloges étant initialisées à 0. (4 pts)*

Variables locales pour un processus P_i

$R = \{0, \dots, N-1\} - \{i\}$
H : entier initialisé à 0
Etat : {dehors, demandeur, dedans}
Lasth : entier
Priorité : Booléen
Attendus : Ensemble de processus initialisé à \emptyset
Différés : Ensemble de processus initialisé à \emptyset

Procédure exécutée lors d'un appel à acquérir

Etat := demandeur ;
H++ ;
Lasth := H ;
Attendus := R
 $\forall j \in R$: Envoyer requête(lasth,i) à j ;
Attendre(Attendus = \emptyset)
Etat = dedans

Procédure exécutée lors d'un appel à libérer

Etat := dehors ;
 $\forall j \in Différés$: Envoyer permission(i) à j ;
Différés := \emptyset ;

Procédure exécutée lors de la réception de permission(j)

Attendus := Attendus - {j} ;

Procédure exécutée lors de la réception de requête(K,j)

H := max(H,K) ;
Priorité := (Etat = dedans) ou ((Etat = demandeur) et (lasth,i) < (K,j))

Si priorité Alors

Différés := Différés U {j} ;

Sinon

Envoyer permission(i) à j ;

Finsi

2) *Quel est l'écart maximal séparant les valeurs des deux horloges ($|h_i - h_j|$)*

a. Dans le cas de deux processus ? (1 pt)

Remarquons que à l'état initial les horloges sont de valeurs égales, l'écart se creuse lorsque l'un des processus devient demandeur et se rétrécit lorsque l'autre processus reçoit la requête. De ce fait l'écart maximal entre les horloges est de 1.

b. Dans le cas de N processus ? (1 pt)

Dans le cas de N processus, l'écart maximal est de N-1.

3) Modifiez les procédures précédentes afin de proposer une solution dans laquelle les horloges sont bornées. (4 pts)

Etant donné que l'écart est de $N-1$, nous pouvons travailler modulo $2*N - 1$ et appliquer la formule suivante dans l'évaluation de la priorité entre deux processus P_i et P_j demandeurs d'accès à la section critique :

Si $|lasth_i - lasth_j| < N$ **alors** le processus de plus petite estampille est le plus ancien
Sinon le processus de plus grande estampille est le plus ancien.

Les modifications dans les procédures sont comme suit :

Procédure exécutée lors d'un appel à acquérir

```
Etat := demandeur ;
H := (H + 1) modulo 2*N - 1 ;
Lasth := H ;
Attendus := R
∀ j ∈ R: Envoyer requête(lasth,i) à j ;
Attendre(Attendus = ∅)
Etat = dedans
```

Procédure exécutée lors de la réception de requête(K,j)

```
H := max(H,K) ;
Si Etat = dedans Alors
    Priorité := true
Sinon
    Si Etat = demandeur alors
        Si ( $|lasth - K| < N$ ) alors
            Si  $(lasth,i) < (K,j)$  Alors Priorité := True
            Sinon Priorité := False Finsi
        Sinon
            Si  $(lasth,i) < (K,j)$  Alors Priorité := False
            Sinon Priorité := True Finsi
        Finsi
    Sinon Priorité := False Finsi
Finsi ;
Si Priorité Alors
    Différés := Différés U {j} ;
Sinon
    Envoyer permission(i) à j ;
Finsi
```

Exercice 2. (10 points)

Q1.	Quelle hypothèse faut-il faire sur le comportement des canaux de communication ? Chaque canal de communication doit avoir un comportement FIFO	(2,5pts)																		
Q2.	Quelle hypothèse faut-il faire sur la topologie du réseau de communication ? Topologie fortement connexe fortement connexe : graphe orienté, où il existe un chemin entre chaque paire de sites, en respectant le sens des arcs.	(2,5pts)																		
Q3.	<table border="1" style="width: 100%; text-align: center;"> <tr> <td>X₁</td> <td>X₂</td> <td>X₃</td> <td>C₁₂</td> <td>C₁₃</td> <td>C₂₁</td> <td>C₂₃</td> <td>C₃₁</td> <td>C₃₂</td> </tr> <tr> <td>2</td> <td>8</td> <td>18</td> <td>∅</td> <td>2</td> <td>∅</td> <td>8</td> <td>∅</td> <td>∅</td> </tr> </table>	X ₁	X ₂	X ₃	C ₁₂	C ₁₃	C ₂₁	C ₂₃	C ₃₁	C ₃₂	2	8	18	∅	2	∅	8	∅	∅	(5pts)
X ₁	X ₂	X ₃	C ₁₂	C ₁₃	C ₂₁	C ₂₃	C ₃₁	C ₃₂												
2	8	18	∅	2	∅	8	∅	∅												

CONCOURS D'ACCES AU DOCTORAT EN INFORMATIQUE

Option : Systèmes Informatiques

Epreuve : Algorithmiques Distribués (Sujet 3)

07 Novembre 2019 / Durée : 02h

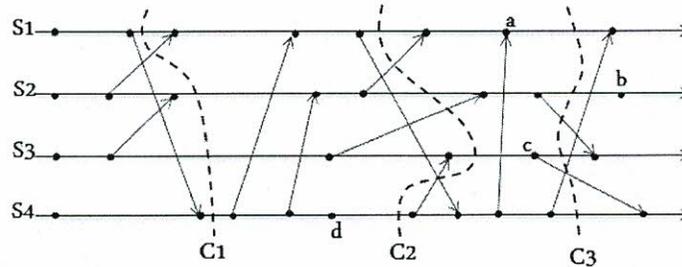


DIRECTIVES PEDAGOGIQUES:

- Documentation, Smartphones et Calculatrices ne sont pas autorisées
- Il est strictement interdit d'écrire avec des stylos en couleurs à l'exception du noir ou bleu
- Il est formellement interdit de remplir la rubrique numéro d'anonymat.

Exercice 1. (8 points)

On considère un système distribué asynchrone constitué de 4 sites S1, S2, S3 et S4, s'envoyant des messages comme représenté par le diagramme de causalité suivant :



En considérant les horloges de *Lamport* initialisées à 0 dont la gestion se fait comme suit :

- Pour tout événement local l'horloge est incrémentée de 1.
- Pour tout événement de réception de message l'horloge prend le max de sa valeur et de l'estampille du message reçu.

- Q1. Donnez les valeurs des horloges de *Lamport* correspondantes aux événements **a**, **b**, **c** et **d** ? (1 pt)
 Q2. Donnez les valeurs des horloges de *Mattern* correspondantes aux événements : **a**, **b**, **c** et **d** ? (1 pt)
 Q3. Calculer les estampilles de *Mattern* de C1, C2 et C3 (3 pts)
 Q4. En se basant sur les valeurs des estampilles de *Mattern*, les coupures C1, C2 et C3 sont-elles cohérentes (Forment-elles des tranches) ? Justifiez votre réponse. (3 pts)

Exercice 2. (12 points)

Le problème de l'exclusion mutuelle constitue l'un des problèmes les plus importants aussi bien dans les systèmes centralisés que dans les systèmes distribués. Parmi les solutions proposées pour résoudre un tel problème dans un système centralisé, on distingue les sémaphores.

Q1. Peut-on utiliser les sémaphores dans un système distribué ? Justifiez. (1 pt)

Parmi les solutions proposées, pour résoudre le problème de l'exclusion mutuelle dans un système distribué, nous citons l'algorithme de *Le Lann* (1977) (à base de jeton). On suppose que le temps des sections critiques est fini et les communications entre sites sont toutes fiables.

En utilisant l'algorithme de *Le Lann* (1977) :

Q2. Comment peut-on assurer la propriété de sûreté ? (1,5 pt)

Q3. Comment peut-on assurer la propriété de vivacité ? (1,5 pt)

Q4. En utilisant l'algorithme de *Lamport*, quel est le coût, en nombre de messages, pour l'entrée en Section Critique? Justifiez la réponse. (2 pt)

Q5. En utilisant l'algorithme de *ricart&Agrawala* (1981), Quel est le coût, en nombre de messages, pour l'entrée en Section Critique? Justifiez la réponse. (2 pt)

On considère un système distribué constitué de trois (3) sites : S₁, S₂ et S₃. On suppose que les délais de propagation des messages, entre les différents sites, sont connus. La table suivante décrit les valeurs de ces délais de propagation :

	S ₁	S ₂	S ₃
S ₁	0	1	1
S ₂	2	0	2
S ₃	3	3	0

A l'instant logique 0, les sites S₁ et S₃ envoient des demandes d'accès à leurs sections critiques.

Q6. En appliquant les deux algorithmes de *Lamport* et de *Ricart&Agrawala*, tracer les diagrammes décrivant les entrées aux sections critiques ainsi que les messages échangés entre les différents sites (préciser pour chaque événement sa date logique). (4 pts)

CONCOURS D'ACCES AU DOCTORAT EN INFORMATIQUE

Option : Systèmes Informatiques

Epreuve : Algorithmiques Distribués (Sujet 3)

07 Novembre 2019 / Durée : 02h



DIRECTIVES PEDAGOGIQUES:

- Documentation, Smartphones et Calculatrices ne sont pas autorisées – Il est strictement interdit d'écrire avec des stylos en couleurs à l'exception du noir ou bleu
- Il est formellement interdit de remplir la rubrique numéro d'anonymat.

Exercice 1. (8 points)

Q1.	Horloges de Lamport $VH_L(a) = 10$; $VH_L(b) = 10$; $VH_L(c) = 9$; $VH_L(d) = 6$;	(1pt)
Q2.	Horloges de Mattern $VH_M(a) = (5, 7, 2, 8)$; $VH_M(b) = (2, 8, 3, 4)$; $VH_M(c) = (2, 0, 5, 6)$; $VH_M(d) = (2, 0, 0, 5)$;	(1pt)
Q3.	Estampilles de Mattern des coupure C1, C2, et C3 Nous avons $EV(C) = \langle EV(e_1) [1], \dots, EV(e_j) [j], \dots, EV(e_n) [n] \rangle$ $EV(C1) = (2, 3, 2, 2)$; $EV(C2) = (5, 5, 4, 5)$ $EV(C3) = (7, 7, 5, 9)$	(3pts)
Q4.	Vérification des coupures Une coupure C est dite cohérente ssi $EV(C) = \sup (EV(e_1), \dots, EV(e_j), \dots, EV(e_n))$ Coupure C1 : $\sup (EV(e_1), \dots, EV(e_j), \dots, EV(e_n)) = \sup ((2, 0, 0, 2), (0, 3, 0, 0), (0, 2, 2, 0), (0, 0, 0, 2)) = (2, 3, 2, 2) = EV(C1) \Rightarrow C1$ Cohérente Coupure C2 : $\sup (EV(e_1), \dots, EV(e_j), \dots, EV(e_n)) = \sup ((5, 2, 2, 2), (2, 5, 0, 0), (0, 2, 4, 0), (3, 4, 6, 5)) = (5, 5, 4, 6) \neq EV(C2) \Rightarrow C2$ incohérente Coupure C3 : $\sup (EV(e_1), \dots, EV(e_j), \dots, EV(e_n)) = \sup ((7, 2, 2, 5), (5, 7, 0, 2), (2, 3, 5, 0), (8, 4, 6, 9)) = (7, 7, 5, 9) = EV(C3) \Rightarrow C3$ Cohérente	(3pts)

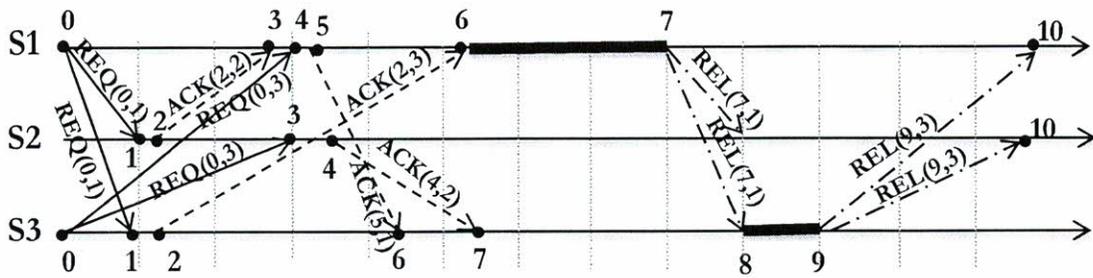
Exercice 2. (12 points)

Q1.	Peut-on utiliser les sémaphores dans un système distribué ? Justifiez Non , on ne peut pas utiliser les sémaphores dans un système distribué. La raison : on ne dispose pas de mémoire commune	(1pt)
Q2.	En utilisant <i>Le Lann(77)</i> , Comment peut-on assurer la propriété de sûreté ? La sûreté est assurée grâce au jeton unique	(1,5pt))
Q3.	En utilisant <i>Le Lann(77)</i> , Comment peut-on assurer la propriété de vivacité ? si un processus lâche le jeton en un temps fini et que tous les processus appartiennent à l'anneau reçoivent le jeton	(1,5pt))
Q4.	Coût de l'algorithme de <i>Lamport</i> = $3*(N-1)$ messages, N : le nombre de site. Justification : N-1 messages de type Request . N-1 messages de type ACK N-1 messages de type Release	(2pts)
Q5.	Coût de l'algorithme de <i>Ricart & Agrawala</i> = $2*(N-1)$ messages, N : le nombre de site. Justification : N-1 messages de type Request .	(2pts)

N-1 messages de type ACK

Les messages de type **Release** n'existent pas dans l'algorithme de *Ricart & Agrawala*.

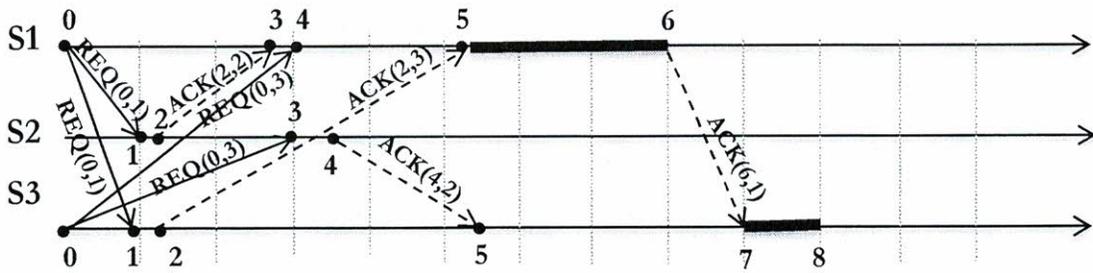
Lamport



(2pt)

Q6.

Ricart & Agrawala



(2pt)



Université de Batna 2
Faculté Des Mathématiques et de l'Informatique
Département Informatique
CONCOURS D'ACCES AU DOCTORAT 3^{EME} CYCLE EN INFORMATIQUE



Epreuve : Algorithmique et structure de données (Sujet n°02)

07 Novembre 2019 / Durée : 01h30

DIRECTIVES PEDAGOGIQUES:

- Documentation non permise et il sera tenu compte de la clarté des copies.
- Calculatrice non autorisée
- Il est fortement interdit d'écrire avec des stylos en couleurs à l'exception du noir ou bleu

Exercice 01 (5 pts)

Soit la fonction **f** suivante :

```
fonction f(X, B:Entier):Entier
var q, r : Entier
Début
    Si (X >=0 et B >= 2 et B <= 9) alors
        q ← X div 10
        r ← X mod 10
        si (q = 0) alors
            f ← r
        sinon
            f ← f(q, B) * B + r
        finsi
    sinon
        f ← -1
    finsi
fin
```

- 1) Donner la valeur de **f** pour X=120 et B=8.
- 2) En déduire ce que fait cette fonction.

Exercice 02 (6 pts)

- 1) Ecrire une fonction **Pile_inversée(p: Pile): Pile** renvoyant une copie inversée de 'p'.
- 2) Ecrire une fonction **Pile_copy(p: Pile): Pile** renvoyant une copie de 'p'. Attention, la pile 'p' doit être conservée.

Exercice 03 (9 pts)

Considérons l'algorithme suivant :

Type Matrice = **Tableau** [1..N, 1..N] d'entier ;

Var A, B, C : Matrice ;

i, j, k : entier ;

Début

Pour i ← 1 à N **Faire**

Pour j ← 1 à i **Faire**

A[i, j] ← i - j + 1 ;

B[i, j] ← i + j ;

C[i, j] ← 0 ;

Finpour

Finpour

Pour i ← 1 à N **Faire**

Pour k ← 1 à i **Faire**

Pour j ← 1 à k **Faire**

C[i, j] ← C[i, j] + A[i, k] * B[k, j] ;

Finpour

Finpour

Finpour

Fin

}
Partie I

}
Partie II

- 1) Donner le contenu de la matrice 'C' après exécution pour N = 4 ?
- 2) Quelle est la complexité exacte en espace mémoire de cet algorithme ?
- 3) Quelle est la complexité en espace mémoire de cet algorithme en utilisant la notation grand O ?
- 4) Quelle est la complexité exacte en nombre d'instructions arithmétiques de la **Partie I** de cet algorithme ?
- 5) Quelle est la complexité en nombre d'instructions de la **Partie II** de cet algorithme en utilisant la notation grand O ?
- 6) Quel est le nombre de cases mémoires inutilement allouées dans cet algorithme ?
- 7) Comment peut-on remédier à l'inconvénient cité dans la question précédente ?

Correction de l'épreuve : Algorithmique et structure de données (Sujet n°02)

Exercice 01 (5 pts)

Soit la fonction **f** suivante :

```
fonction f(X, B:Entier):Entier
var q, r : Entier
Début
    Si (X >=0 et B >= 2 et B <= 9) alors
        q ← X div 10
        r ← X mod 10
        si (q = 0) alors
            f ← r
        sinon
            f ← f(q, B) * B + r
        finsi
    sinon
        f ← -1
    finsi
fin
```

1) Donner la valeur de **f** pour X=120 et B=8.

Affichage après exécution : **Résultat: 80** (2 pts)

2) En déduire ce que fait cette fonction.

La fonction $f(\text{int } X, \text{int } B)$ permet de convertir un nombre entier 'X' ≥ 0 écrit en base 'B' (B est un entier $2 \leq B \leq 9$) en un nombre en base 10. (3 pts)

Exercice 02 (6 pts)

1) Ecrire une fonction **Pile_inversée(p: Pile): Pile** renvoyant une copie inversée de 'p'.

```
Fonction Pile_inversée(p: Pile): Pile
Début
    Tant que (p non vide) faire
        Pile_inversée.empiler(p.dépiler) ;
    FinTanque
Fin
```

2) Ecrire une fonction **Pile_copy(p: Pile): Pile** renvoyant une copie de 'p'. Attention, la pile 'p' doit être conservée.

```
Fonction Pile_copy (p: Pile): Pile
Début
    p1: Pile ;
    x: Entier ;
    p1 ← Pile_inversée(p) ;
    Tant que (p1 non vide) faire
        x ← p1.dépiler ;
        p.empiler(x) ;
        Pile_inversée.empiler(x) ;
    FinTanque
Fin
```

Exercice 03 (9 pts)

Considérons l'algorithme suivant :

Type Matrice = **Tableau** [1..N, 1..N] d'entier ;

Var A, B, C : Matrice ;

i, j, k : entier ;

Début

Pour i ← 1 à N **Faire**

Pour j ← 1 à i **Faire**

A[i, j] ← i - j + 1 ;

B[i, j] ← i + j ;

C[i, j] ← 0 ;

Finpour

Finpour

}
Partie I

Pour i ← 1 à N **Faire**

Pour k ← 1 à i **Faire**

Pour j ← 1 à k **Faire**

C[i, j] ← C[i, j] + A[i, k] * B[k, j] ;

Finpour

Finpour

Finpour

}
Partie II

Fin

1) Donner le contenu de la matrice 'C' après exécution pour N = 4 ?

```
2
7 4
16 13 6
27 28 19 8
```

2) Quelle est la complexité exacte en espace mémoire de cet algorithme ?

La complexité exacte en espace mémoire : $3xN^2 + 3$

3) Quelle est la complexité en espace mémoire de cet algorithme en utilisant la notation grand O ?

La complexité exacte en espace mémoire : $O(N^2)$

4) Quelle est la complexité exacte en nombre d'instructions arithmétiques de la **Partie I** de cet algorithme ?

La complexité exacte en nombre d'instructions arithmétiques de la Partie I : $3xN(N+1)/2$

5) Quelle est la complexité en nombre d'instructions de la **Partie II** de cet algorithme en utilisant la notation grand O ?

La complexité en nombre d'instructions de la **Partie II** : $O(N^3)$

6) Quel est le nombre de cases mémoires inutilement allouées dans cet algorithme ?

Le nombre de cases mémoires inutilement allouées : $3 \times (N^2 - N(N+1)/2)$

7) Comment peut-on remédier à l'inconvénient cité dans la question précédente ?

En utilisant une structure de données qui ne stocke que les éléments du triangle inférieures des matrices.



Université de Batna 2
Faculté Des Mathématiques et de l'Informatique
Département Informatique
CONCOURS D'ACCES AU DOCTORAT 3^{EME} CYCLE EN INFORMATIQUE



Epreuve : Algorithmique et structure de données (Sujet n°01)

07 Novembre 2019 / Durée : 01h30

DIRECTIVES PEDAGOGIQUES:

- Documentation non permise et il sera tenu compte de la clarté des copies.
- Calculatrice non autorisée
- Il est fortement interdit d'écrire avec des stylos en couleurs à l'exception du noir ou bleu

Exercice 01 (6 pts)

- 1) Ecrire une fonction récursive **fact(n)** qui retourne n!.
- 2) Ecrire une fonction itérative **puiss(x, n)** qui retourne x^n .
- 3) Ecrire une fonction **exp(x, n)** qui calcule la valeur approchée de e^x en faisant appel aux fonctions **fact** et **puiss**.

$$e^x = 1 + \frac{x}{1} + \frac{x^2}{2!} + \frac{x^3}{3!} + \dots + \frac{x^n}{n!}$$

Exercice 02 (8 pts)

Supposons qu'on a un polynôme P (x) définit comme suit :

$$P(x) = \sum_{i=0}^n a_i x^i = a_0 + a_1 x + a_2 x^2 + \dots + a_n x^n,$$

tel que :

- a_i sont des réels (positifs, négatifs ou nuls)
- a_n est différent de zéro
- n est appelé le degré du polynôme P(x).
- i est le degré du $i^{\text{ème}}$ monôme.

Supposons aussi que les termes du polynôme (monômes) sont stockés dans une liste avec les puissances par ordre décroissant.

1. Donner les déclarations nécessaires de la structure de données pour représenter le polynôme P(x).
2. Donner une définition récursive puis écrire les algorithmes récursifs pour:
 - a) Une fonction **Taille (L:List)** qui calcule le nombre d'éléments de la liste.
 - b) Une procédure **MonomeExiste(L :List, n :Entier)** qui vérifie que le monôme de degré 'n' existe dans le polynôme représenté par la liste L.
 - c) Une procédure **AjoutElemDebut(var L :List ; E :List)** qui permet d'insérer un élément 'E' au début de la liste 'L'.
 - d) Une procédure **PolyAddition(var L1:List; L2:List)** qui calcule la somme de deux polynômes représentés par les listes L1 et L2. Le résultat de la somme sera stocké dans L1.

Exercice 03 (6 pts)

Soit 'A' un arbre binaire de recherche d'entiers.

- 1) Donner les deux propriétés principales d'un arbre binaire de recherche.
- 2) Ecrire une déclaration d'un type ABR de la structure A.
- 3) Écrire une procédure récursive **affiche_arbre(A:ABR)** qui affiche les valeurs des nœuds de 'A' par ordre croissant.
- 4) Donner une définition récursive de l'opération de recherche d'une valeur 'v' dans un arbre binaire de recherche, puis écrire la fonction récursive **rechercheVal(A:ABR, v:Entier): Booléen**.

Correction de l'épreuve : Algorithmique et structure de données (Sujet n°01)

Exercice 01 (6 pts)

- 1) Ecrire une fonction récursive **fact(n)** qui retourne $n!$.
- 2) Ecrire une fonction itérative **puiss(x, n)** qui retourne x^n .
- 3) Ecrire une fonction **exp(x, n)** qui calcule la valeur approchée de e^x en faisant appel aux fonctions **fact** et **puiss**.

$$e^x = 1 + \frac{x}{1} + \frac{x^2}{2!} + \frac{x^3}{3!} + \dots + \frac{x^n}{n!}$$

1) Factorielle

Fonction fact(n : entier) : entier;

Debut

si $n \leq 1$ alors

fact \leftarrow 1

sinon

fact \leftarrow $n * \text{fact}(n-1)$;

Fin

2) Puissance

Fonction puiss (x : reel; n : entier) : reel;

VAR i : entier;

r : reel;

Debut

r := 1.0; { init pour x^0 }

pour i allant de 1 à n faire r \leftarrow $r * x$; { $r = x^i$ }

puiss := r;

Fin

3) Exponentielle

Fonction exp (x : reel; n : entier) : reel;

VAR i : entier;

r : reel;

Debut

r := 1.0; { init }

pour i allant de 1 à n faire r \leftarrow $r + \text{puiss}(x,i) / \text{facto}(i)$;

exp := r;

Fin

Exercice 02 (8 pts)

Supposons qu'on a un polynôme $P(x)$ défini comme suit :

$$P(x) = \sum_{i=0}^n a_i x^i = a_0 + a_1 x + a_2 x^2 + \dots + a_n x^n,$$

tel que :

a_i sont des réels (positifs, négatifs ou nuls)

a_n est différent de zéro

n est appelé le degré du polynôme $P(x)$.

i est le degré du $i^{\text{ème}}$ monôme.

Supposons aussi que les termes du polynôme (monômes) sont stockés dans une liste avec les puissances par ordre décroissant.

1. Donner les déclarations nécessaires de la structure de données pour représenter le polynôme $P(x)$.

```
List = ↑terme
type terme = Enregistrement
             coeff: integer;
             puiss: natural
             next: ↑ List
             Fin;
```

2. Donner une définition récursive puis écrire les algorithmes récursifs pour :
 - a) Une fonction **Taille (L:List)** qui calcule le nombre d'éléments de la liste.

Définition récursive :

- Une liste vide de taille 0 ;
- La taille d'une liste non vide égale 1 + la taille de la même liste sans l'entête.

```
Fonction Taille(L:List):Entier;
Début
    si (L = nil) Alors Taille ← 0
    sinon Taille ← Taille(L↑.next) + 1 ;
Fin;
```

- b) Une procédure **MonomeExiste(L :List, n :Entier)** qui vérifie que le monôme de degré 'n' existe dans le polynôme représenté par la liste L.

```
MonomeExiste (m:List, int n:Entier):booleén
Début
    Si (m = nil) alors MonomeExiste ← false;
    sinon
        Si (m↑.puiss = n) alors
            MonomeExiste ← true;
        Sinon
            MonomeExiste ← MonomeExiste(m↑.next, n);
        FinSi
    FinSi
Fin
```

- c) Une procédure **AjoutElemDebut(var L :List ; E :List)** qui permet d'insérer un élément 'E' au début de la liste 'L'.

```
procédure AjoutElemDebut(var L :List ; E :List)
    Si (L↑.first = nil) alors
```

```

        E↑.next ← nil
        L↑.first ← E;
    sinon
        E↑.next ← L↑.first;
        L↑.first = E;
    FinSi
Fin

```

- d) Une procédure **PolyAddition**(var L1:List; L2:List) qui calcule la somme de deux polynômes représentés par les listes L1 et L2. Le résultat de la somme sera stocké dans L1.

Définition récursive :

- Si la liste L1 est vide alors copier la liste L2 dans L1
- Si L2 est vide on ne fait rien et le résultat est la liste L1
- Si L1 et L2 non vides alors :
 - Si $L1↑.Puiss > L2↑.Puiss$ alors appeler la même procédure pour la liste L1 sans l'entête et L2 tel quelle.
 - Si $L1↑.Puiss = L2↑.Puiss$ alors le nouveau coefficient égale à la somme des deux coefficients et appeler la même procédure pour les deux listes sans les entêtes.
 - Si $L1↑.Puiss < L2↑.Puiss$ alors créer un nouvel élément comme entête de la liste L1 et copier le contenu de l'entête de L2 dans L1 puis appeler la même procédure pour les deux listes sans les entêtes.

```

procédure PolyAddition (var L1:listptr; L2:listptr);
var temp : List
Début
    Si L1 = nil Alors CopyList(L1,L2)
    Sinon
        Si L2 <> nil alors
            Si L1↑.Puiss > L2↑.Puiss alors PolyAddition(L1↑.next,L2)
            Sinon
                Si L1↑.Puiss = L2↑.Puiss alors
                    L1↑.Coeff ← L1↑.Coeff + L2↑.Coeff;
                    PolyAddition(L1↑.next,L2↑.next);
                    temp := l;
                    L1 ← L1↑.next;
                    dispose(temp)
                Sinon
                    new (temp);
                    temp↑.Coeff ← L2↑.Coeff ;
                    temp↑.Puiss ← L2↑.Puiss ;
                    temp.next ← L1
                    L1 ← temp;
                    PolyAddition(L1↑.next,L2↑.next)
            FinSi;

```

```

                FinSi;
            FinSi;
    FinSi ;
Fin;

Procédure CopyList(var L1:List; L2:List);
Début
    Si L2 = nil alors L1 := nil
    Sinon
        new (L1);
        L1↑.Coeff ← L2↑.Coeff;
        L1↑.Puiss ← L2↑.Puiss;
        CopyList(L1↑.next,L2↑.next);
    FinSi;
Fin;

```

Exercice 03 (6 pts)

Soit 'A' un arbre binaire de recherche d'entiers.

1) Donner les deux propriétés principales d'un arbre binaire de recherche.

- Un nœud possède deux fils au plus.
- Fils gauche < père < fils droit

2) Ecrire une déclaration d'un type ABR de la structure A.

```

Type ABR = ↑node;
    node = record
        Gauche: treeptr;
        Val : Entier;
        Droit: treeptr
    end

```

3) Écrire une procédure récursive **affiche_arbre(A:ABR)** qui affiche les valeurs des nœuds de 'A' par ordre croissant.

Il suffit d'appliquer le parcours infixé qui fournit la suite ordonnée des valeurs :

```

Procédure affiche_arbre ( A :ABR )
Début
    affiche_arbre ( A↑.Gauche) ;
    Ecrire (A↑.Val) ;
    affiche_arbre (A↑.Droit)
Fin ;

```

4) Donner une définition récursive de l'opération de recherche d'une valeur 'v' dans un arbre binaire de recherche, puis écrire la fonction récursive **rechercheVal(A:ABR, v:Entier): Booléen.**

Définition récursive

- Si la liste est vide retourner Faux ;
- Si la valeur de la racine égale à la valeur recherchée alors retourner Vari
- Sinon :
 - Si la valeur de la racine supérieure à la valeur recherchée alors chercher dans l'arbre enraciné par le fils gauche de la racine
 - Si la valeur de la racine inférieure à la valeur recherchée alors chercher dans l'arbre enraciné par le fils droit de la racine

Fonction rechercheVal(A:ABR, v:Entier): Booléen

Début

```
    si A = nil alors
        retourner Faux ;
    sinon
        si v = A↑.val(a) alors
            retourner Vrai ;
        sinon
            si v < A↑.val(a) alors
                rechercheVal(A↑.Gauche, v)
            sinon
                rechercheVal(A↑.Droit, v)
            finsi
        finsi
    finsi
```

Fin

Epreuve : Algorithmique et structure de données (Sujet n°03)

07 Novembre 2019 / Durée : 01h30

DIRECTIVES PEDAGOGIQUES:

- Documentation non permise et il sera tenu compte de la clarté des copies.
- Calculatrice non autorisée
- Il est fortement interdit d'écrire avec des stylos en couleurs à l'exception du noir ou bleu

Exercice 01 (6 pts)

Soit le type suivant :

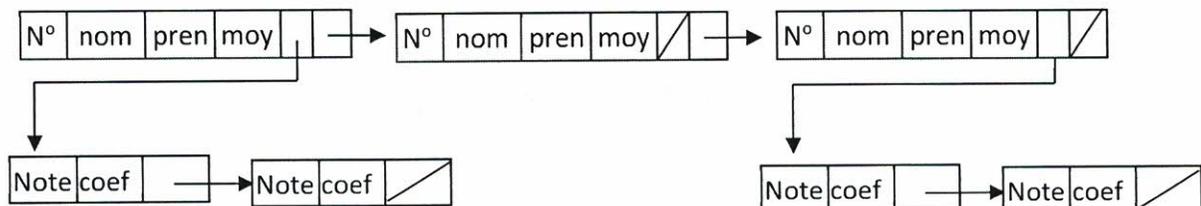
Type Produit = Enregistrement
 Code : Entier ;
 Désignation : Chaîne [80] ;
 Prix : Réel ;
 Fin ;

- 1) Soit 'F' un fichier de produits. Ecrire une fonction **verif** qui vérifie si les éléments de 'F' sont triés par ordre croissant de leur Code.
- 2) Calculer la complexité de la fonction **verif**. Justifier votre réponse.

Exercice 02 (7 pts)

Le département d'informatique souhaite gérer les notes de ses étudiants. Chaque étudiant a un numéro, un nom et un prénom. Ces informations sont stockées dans une liste chaînée dont chaque élément comporte aussi un champ 'moy' pour la moyenne de l'étudiant et un champ 'eval' qui est un pointeur sur sa liste des notes. Les notes de chaque étudiant sont aussi représentées par une liste chaînée dont la tête est le champ 'eval'. Le pointeur 'eval' est égal à Nil dans le cas où l'étudiant n'a pas encore de notes.

La figure ci-dessous représente la structure de données utilisée :



- 1) Donner la déclaration de cette structure de données.
- 2) Ecrire une procédure **moyennesEtudiants** qui calcule la moyenne de chaque étudiant et met à jour son champ 'moy'.
- 3) Calculer la complexité de la procédure **moyennesEtudiants**.

Exercice 03 (7 pts)

Les égyptiens de l'antiquité ne savaient pas directement multiplier deux nombres naturels, pour cela ils utilisaient les 4 opérations suivantes :

- additionner deux entiers strictement positifs,
- soustraire 1 à un entier strictement positif,
- multiplier par 1 et 2 tout entier strictement positif,
- diviser par 2 un entier strictement positif pair.

Voici un exemple qui multiplie 14 par 13 en utilisant uniquement ces opérations :

$$\begin{aligned}14 \times 13 &= 14 + 14 \times (13 - 1) = 14 + 14 \times 12 \\ &= 14 + (14 \times 2) \times (12 / 2) = 14 + 28 \times 6 \\ &= 14 + (28 \times 2) \times (6 / 2) = 14 + 56 \times 3 \\ &= 14 + 56 + 56 \times (3 - 1) = 70 + 56 \times 2 \\ &= 70 + (56 \times 2) \times (2 / 2) = 70 + 112 \times 1 \\ &= 70 + 112 = 182\end{aligned}$$

Nous allons écrire l'algorithme récursif qui permet la multiplication de 2 nombres naturels suivant cette méthode :

- 1) Donner la définition récursive (déterminer le ou les cas terminaux et l'expression récurrente).
- 2) Donner le corps de la fonction suivante en utilisant un algorithme récursif :

fonction multiplicationEgyptienne (a,b : Naturel) : Naturel

Correction de l'épreuve : Algorithmique et structure de données (Sujet n°03)

Exercice 01 (6 pts)

Soit le type suivant :

```
Type Produit = Enregistrement
    Code : Entier ;
    Désignation : Chaîne [ 80 ] ;
    Prix : Réel ;
    Fin ;
```

- 1) Soit 'F' un fichier de produits. Ecrire une fonction **verif** qui vérifie si les éléments de 'F' sont triés par ordre croissant de leur Code. **3.5 Pts**

Fonction Verif (F : Fichier de Produit): Booléen ; 0.25 Pts

Var Eprod : Produit ; 0.25 Pts
Code : Entier ; 0.25 Pts

Début

```
Assigner (F, 'Produit.dat') ; 0.25 Pts
Ouvrir (F) ; // ouvrir en lecture 0.25 Pts
Verif ← Vrai ; 0.25 Pts
```

Si (Non FDF(F)) **Alors** 0.25 Pts

```
Lire (F, Eprod) ; 0.25 Pts
```

Tantque (non FDF(F) et Verif) **Faire** 0.25 Pts

```
code ← Eprod.code ; 0.25 Pts
```

```
Lire(F, Eprod) ; 0.25 Pts
```

Si (code > Eprod.code) **Alors** 0.25 Pts

```
Verif ← Faux 0.25 Pts
```

Finsi ;

FinTanque ;

Fsi ;

```
Fermer (F). 0.25 Pts
```

Fin ;

- 2) Calculer la complexité de la fonction **verif**. Justifier votre réponse.
2.5 Pts (1 Pts pour le résultat et 1.5 pts pour la justification)

- La complexité est égale à $8+7n = O(n)$

Fonction Verif (F : Fichier de Produit): Booléen ; $O(1)$

```
Assigner (F, 'Produit.dat') ;  $O(1)$ 
```

```
Ouvrir (F) ;  $O(1)$ 
```

```
Verif ← Vrai ;  $O(1)$ 
```

Si (Non FDF(F)) **Alors** $O(1)$

```
Lire (F, Eprod) ;  $O(2)$ 
```

Tantque (non FDF(F) et Verif) **Faire** $O(2)$

```
code ← Eprod.code ;  $O(1)$ 
```

```
Lire(F, Eprod) ;  $O(2)$ 
```

Si (code > Eprod.code) **Alors** $O(1)$

```
Verif ← Faux  $O(1)$ 
```

Finsi ;

FinTanque ;

Fsi ;

```
Fermer (F).  $O(1)$ 
```

Fin ;

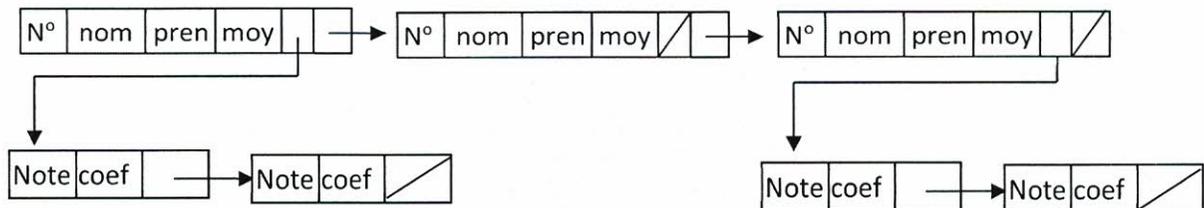
$O(7)$

$O(7*n)$

Exercice 02 (7 pts)

Le département d'informatique souhaite gérer les notes de ses étudiants. Chaque étudiant a un numéro, un nom et un prénom. Ces informations sont stockées dans une liste chaînée dont chaque élément comporte aussi un champ 'moy' pour la moyenne de l'étudiant et un champ 'eval' qui est un pointeur sur sa liste des notes. Les notes de chaque étudiant sont aussi représentées par une liste chaînée dont la tête est le champ 'eval'. Le pointeur 'eval' est égal à Nil dans le cas où l'étudiant n'a pas encore de notes.

La figure ci-dessous représente la structure de données utilisée :



1) Donner la déclaration de cette structure de données. **(1 pt)**

Pe = ↑Etudiant

Pn = ↑Note

Etudiant = Structure

numero : Chaîne de 10 caractères

nom : Chaîne de 20 caractères

prenom : Chaîne de 20 caractères

moy : réel

eval : Pn

suisvant : Pe

fin Structure

Note = Structure

note : réel

coef : Entier

suisvant : Pn

fin Structure

2) Ecrire une procédure **moyennesEtudiants** qui calcule la moyenne de chaque étudiant et met à jour son champ 'moy'. **(4 pts)**

procédure moyennesEtudiants(etu : Pe)

Variables

totCoeff : entier

totNotes : réel

petu : Pe /* pointeur de parcours de la liste des étudiants */

pmat : Pn /* pointeur de parcours de la liste des notes de chaque ét.*/

Début

petu ← etu

tantque petu ≠ Nil /* parcours de la liste des étudiants */ (2 pts)

totCoeff ← 0 /* au début il n'y a ni note ni coefficient */

totNote ← 0 /* pour l'étudiant */

pmat ← petu↑.eval /* eval est la tête de liste des notes de l'étudiant. */

tantque pmat ≠ Nil /* parcours de la liste des notes de l'étudiant */ (1 pt)

totCoeff ← totCoeff + pmat↑.coeff /* somme des coefficients */

totNote ← totNote + pmat↑.note * pmat↑.coeff /*somme

/* pondérée */

pmat ← pmat↑.suivant /* on passe à la note suivante */

fintantque

si petu↑.eval ≠ Nil alors /* calcul et mémorisation dans la cellule de */ (1 pt)

/* l'étudiant de la moyenne de ses notes, s'il en a */

petu↑.moy ← totNote / totCoeff

finsi

petu ← petu↑.suivant /* on passe à l'étudiant suivant */

fintantque

3) Calculer la complexité de la procédure moyennesEtudiants. (2 pts)

$$\begin{aligned} \text{Comp} &= O(1) + n(O(1) + O(1) + O(1) + O(1) + m(O(1) + O(2) + O(2) + O(1)) + O(1) + O(1)) \\ &= O(1) + n(O(4) + m(O(6)) + O(2)) \\ &= O(1) + n(O(4) + O(6m) + O(2)) \\ &= O(1) + n(O(6m + 6)) \\ &= O(6n*m + 6n + 1) \\ &= O(n * m) \text{ tel que 'n' est le nombre d'étudiants et 'm' est le nombre de matières.} \end{aligned}$$

Calculs sur 1pt et résultat final sur 1 pt.

Exercice 03 (7 pts)

Les égyptiens de l'antiquité ne savaient pas directement multiplier deux nombres naturels, pour cela ils utilisaient les 4 opérations suivantes :

- additionner deux entiers strictement positifs,
- soustraire 1 à un entier strictement positif,
- multiplier par 1 et 2 tout entier strictement positif,
- diviser par 2 un entier strictement positif pair.

Voici un exemple qui multiplie 14 par 13 en utilisant uniquement ces opérations :

$$\begin{aligned}14 \times 13 &= 14 + 14 \times (13 - 1) = 14 + 14 \times 12 \\ &= 14 + (14 \times 2) \times (12 / 2) = 14 + 28 \times 6 \\ &= 14 + (28 \times 2) \times (6 / 2) = 14 + 56 \times 3 \\ &= 14 + 56 + 56 \times (3 - 1) = 70 + 56 \times 2 \\ &= 70 + (56 \times 2) \times (2 / 2) = 70 + 112 \times 1 \\ &= 70 + 112 = 182\end{aligned}$$

Nous allons écrire l'algorithme récursif qui permet la multiplication de 2 nombres naturels suivant cette méthode :

1) Donner la définition récursive (déterminer le ou les cas terminaux et l'expression récurrente).

- Cas terminal :
 - o Si $b = 1$ alors $a * b = a$ (1 pt)
- Cas général : si $b > 1$
 - o Si b est pair alors $a * b = 2 * a * b / 2$ (1 pt)
 - o Si b est impair alors $a * b = a + a * (b - 1)$ (1 pt)

2) Donner le corps de la fonction suivante en utilisant un algorithme récursif :

fonction multiplicationEgyptienne (a,b : Naturel) : Naturel

Fonction multiplicationEgyptienne (a, b : naturel) : naturel (0.5 pt)

Début

Si $b = 1$ alors

Retourner a (0.5 pt)

Sinon

Si $b \bmod 2 = 0$ alors

Retourner multiplicationEgyptienne ($2 * a$, $b \text{ div } 2$) (1.5 pts)

Sinon

Retourner multiplicationEgyptienne (a, $b - 1$) (1.5 pts)

Finsi

Finsi

Fin