

il faut que $\frac{\partial}{\partial h} I_2(t, y, 0) = 0 \quad (*)$

Utiliser la règle des chaînes pour montrer que $\frac{\partial}{\partial h} I_2(t, y, 0) = 0$

Supposons que la relation $(*)$ est satisfaite donc le schéma (S3) est exactement d'ordre 3.

Exo 4 Soit la formule de Milne suivante :

$$y_{n+1} = y_{n-1} + \frac{h}{3} (f_{n+1} + 4f_n + f_{n-1}) \quad (S4)$$

On peut écrire le schéma (S4) comme suit :

$$1 \cdot y_{n+2} + 0 \cdot y_{n+1} - y_n = \frac{h}{3} (f_{n+2} + 4f_{n+1} + f_n)$$

$$\sum_{k=0}^2 \alpha_k y_{n+k} = h \sum_{k=0}^2 \beta_k f_{n+k}$$

C'est une méthode implicite à 2 pas, donc elle est stable il suffit

d'étudier la consistance et montrons que l'ordre est égal à 4

on applique le critère de ^{consistance} stabilité et d'ordre, on trouve :

$$(S4) \text{ est consistant d'ordre } 4 \Leftrightarrow \begin{cases} \sum_{i=0}^2 \alpha_i = 0, & \sum_{i=0}^2 i \alpha_i = \sum_{i=0}^2 \beta_i \\ \sum_{i=0}^2 i^2 \alpha_i = 2 \sum_{i=0}^2 i \beta_i \\ \sum_{i=0}^2 i^3 \alpha_i = 3 \sum_{i=0}^2 i^2 \beta_i \\ \sum_{i=0}^2 i^4 \alpha_i = 4 \sum_{i=0}^2 i^3 \beta_i \\ \sum_{i=0}^2 i^5 \alpha_i \neq 5 \sum_{i=0}^2 i^4 \beta_i \end{cases}$$