Exo5 : Soit le schéma d'Adams explicite suivant :

$$y_{n+1} = y_n + h\left(\frac{3}{2} f_n - \frac{1}{2} f_{n-1}\right)$$

avec $h = \frac{1}{8}$.
$$= y_n + \frac{1}{8}\left(\frac{3}{2} f_n - \frac{1}{2} f_{n-1}\right) \quad \text{——} \quad (S5).$$

on applique (S5) pour résoudre numériquement le pb.

$$(PC) \begin{cases} y'(t) = f(t, y(t)) = y^2(t) \\ y(0) = 1. \end{cases}$$

Pour éviter les calculs, on garde l'aide, et on change h.

Posons $h = \frac{1}{4}$, donc la valeur approchée de $y(\frac{1}{2})$ et y_2.

donc le schéma est

$$\begin{cases} y_0 = 1 \\ y_1 \text{ Calculer par la méthode d'Euler explicite} \\ y_{n+1} = y_n + \frac{1}{4}\left(\frac{3}{2} f_n - \frac{1}{2} f_{n-1}\right) \end{cases}$$

$$y_1 = y_0 + h f(t_0, y_0) = 1 + \frac{1}{4}(y_0)^2 = 1 + \frac{1}{4} = \frac{5}{4}.$$

$$y_2 = y_1 + \frac{1}{4}\left(\frac{3}{2} f(t_1, y_1) - \frac{1}{2} f(t_0, y_0)\right)$$

$$= \frac{5}{4} + \frac{1}{4}\left(\frac{3}{2}(y_1)^2 - \frac{1}{2}(y_0)^2\right) = \frac{5}{4} + \frac{1}{4}\left(\frac{3}{2} \times \frac{25}{16} - \frac{1}{2} \cdot 1\right)$$

$$= \frac{5}{4} + 0{,}461 = 1{,}711.$$

on a la solution exacte du pb (PC) est $y(t) = \frac{1}{1-t}$

la valeur exacte la solution au pt $t = \frac{1}{2}$ est $y(1/2) = \frac{1}{1-\frac{1}{2}} = 2$

Donc l'erreur est $E_r = 0{,}289$.