de h tq ϕ est lip pour tout choix de α et β.

2) - Les conditions sur α et β pour que le sché a (S2) soit consistant avec le pb (E)

(Le sché a est consistant avec (E)) $\Leftrightarrow$ $[\phi(t,y,0) = f(t,y)]$

On a :

$$\phi(t,y,h) = \alpha f(t,y) + \beta f(t + dh, y + dh f(t,y))$$

donc $\phi(t,y,0) = \alpha f(t,y) + \beta f(t,y) = (\alpha+\beta) f(t,y)$

La condition est $\alpha + \beta = 1$.

3) D'après (1) et (2), on trouve que le sché a (S2) converge ssi $\alpha + \beta = 1$.

4) - Les condition (les relations) de α et β (en fonction de d) pour que le sché a (S2) soit d'ordre 2. (au moins).

Pour que le sché a (S2) soit au moins d'ordre 2, il faut que

$$\begin{cases} \phi(t,y,0) = f(t,y) \\ \dfrac{\partial \phi}{\partial h}(t,y,0) = \dfrac{1}{2} f^{(1)}(t,y) \end{cases}$$

D'après (2) on a : $\phi(t,y,0) = (\alpha+\beta) f(t,y)$.

$$\frac{\partial \phi}{\partial h}(t,y,h) = \frac{\partial}{\partial h}\left[\beta f(t+dh, y+dh f(t,y))\right]$$

$$= \beta\left[\frac{\partial f}{\partial t}(t+dh, y+dh f(t,y)) \cdot d + \frac{\partial f}{\partial y}(t+dh, y+dh f(t,y)) \cdot \times d f(t,y)\right]$$

$$= \beta d \left[\frac{\partial f}{\partial t}(t+dh, y+dh f(t,y)) + \frac{\partial f}{\partial y}(t+dh, y+dh f(t,y)) \cdot f(t,y)\right]$$