

4) - Le schéma obtenu est stable, donc il est stable. (1)

Exo2 (6pts)

Soit le pb de Cauchy suivant :

$$\begin{cases} y'(t) = \cos t + y(t) & t \in]0, 1] \\ y(0) = 0. \end{cases}$$

1) - Les schémas d'Euler explicite et implicite.

Soit $h > 0$, on définit t_n t_p : $t_n = nh$ et $h = \frac{1}{N}$

a) - Euler explicite

$$\begin{cases} y_{n+1} = y_n + h f(t_n, y_n) = y_n + h (\cos t_n + y_n) \\ y_0 = 0 \end{cases} \quad (0,8)$$

donc
$$\begin{cases} y_{n+1} = y_n (1+h) + h \cos t_n \\ y_0 = 0 \end{cases} \quad (0,8)$$

b) - Euler implicite

$$\begin{cases} y_{n+1} = y_n + h f(t_{n+1}, y_{n+1}) \\ y_0 = 0 \end{cases} \quad (0,8)$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} y_{n+1} = y_n + h (\cos t_{n+1} + y_{n+1}) \\ y_0 = 0 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} y_{n+1} (1-h) = y_n + h \cos t_{n+1} \\ y_0 = 0 \end{cases} \quad (0,8)$$