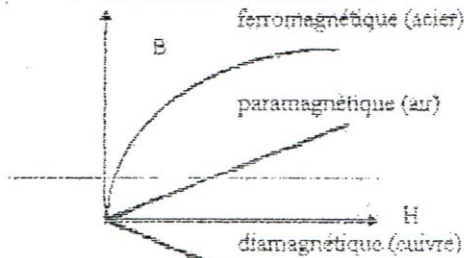


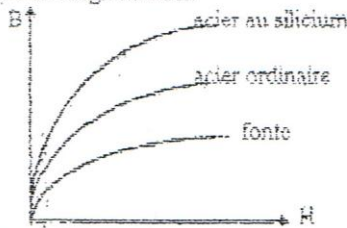
**SUPPORT DE COURS
MACHINES ELECTRIQUES APPROFONDIES
MASTER 1
PARCOURS ELECTROTECHNIQUE INDUSTRIELLE**

Rappels sur les circuits magnétiques

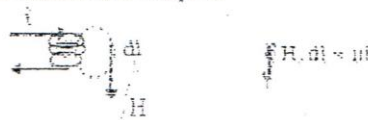
1- Classification des matériaux



2- Courbe de magnétisation

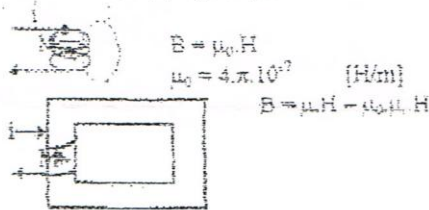


3- Théorème d'Ampère



ni : force magnétomotrice (F.M.M.) [At]

4- Rôle du circuit magnétique

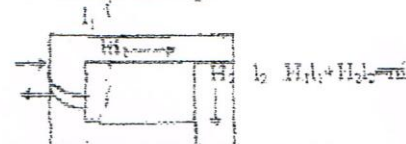


μᵣ : perméabilité relative

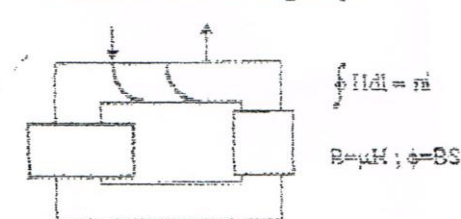
5- Bobinage d'un circuit magnétique



6- Circuit non homogène



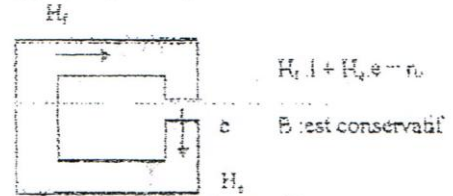
7- Réductance d'un circuit magnétique



$$\oint \frac{\phi}{\mu S} dl = ni \quad ; \quad \oint \frac{dl}{\mu S} = \mathcal{R}$$

\mathcal{R} Réductance [At/wb] $\mathcal{R}\phi = ni$

8- Champ dans les entrefers



$$B_1 = B_2 \Rightarrow \mu_0 \mu_r H_1 = \mu_0 H_2 \rightarrow$$

$$H_1 = \frac{ni}{1 + \mu_r \cdot e} \quad ; \quad H_2 = \mu_r \frac{ni}{1 + \mu_r \cdot e}$$

Alors B est la même :

$$\frac{B}{\mu_0} \left(\epsilon + \frac{1}{\mu_r} \right) = ni$$

9- Analogie d'Hopkinson

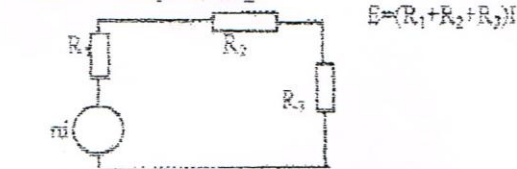


$$\left(\frac{l_1}{\mu_1 S} + \frac{l_2}{\mu_2 S} + \frac{l_3}{\mu_3 S} \right) \phi = ni$$

$$(\mathcal{R}_1 + \mathcal{R}_2 + \mathcal{R}_3) \phi = ni$$

Circuit FMM	Magn. n At	Circuit FEM	Ele. E v
Flux φ	wb	Courant I	A
Réductance \mathcal{R}	At/wb	Résistance R	Ω
Pot Magn. U	At	Pot. Elect. V	v
U = ni - $\mathcal{R}\phi$		V = E - RI	
Maille Magnétique		Maille Electrique	
Nœud Magnétique		Nœud Electrique	

Circuit électrique analogue



10- Calcul des circuits magnétiques

C'est la détermination de la FMM nécessaire pour produire un flux ; ou la détermination du flux qui est produit par une FMM donnée (problème inverse)

Données : Dimensions et B(H) ou B(μ) ou φ(ni)

A- Méthode analytique

a- 1^{ère} catégorie : φ connu → calculer ni

1) B₁ = φ/S₁ ; B₂ = φ/S₂

2) H₁, H₂ ... de B(H) ou B = μ₀H

3) Ampères tours partiels $H_1 l_1$; $H_2 l_2$...

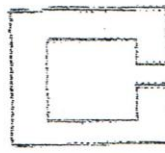
* une seule maille $ni = H_1 l_1 + H_2 l_2 + \dots$

* plusieurs mailles, introduire le potentiel magnétique.

b- 2^{ème} catégorie: ni connu \rightarrow calculer ϕ

... (si μ_1, μ_2, \dots) \rightarrow impossible de calculer ϕ puisque $\mathcal{R}_1, \mathcal{R}_2, \dots$ dépendent de μ donc de B donc du flux qui est inconnu.

De même avec $ni = H_1 l_1 + H_2 l_2 + \dots$ puisque H dépend de B donc de ϕ qui est inconnu. Alors il faut faire le calcul approximatif.

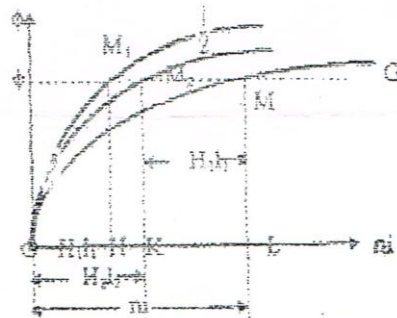
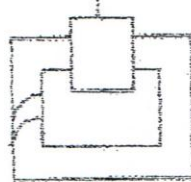


$$ni = \left(\frac{l}{\mu_0 \mu_r S} + \frac{e}{\mu_0 S} \right) \phi$$

$$ni = \left(\frac{l}{\mu_0 \mu_r} + \frac{e}{\mu_0} \right) B$$

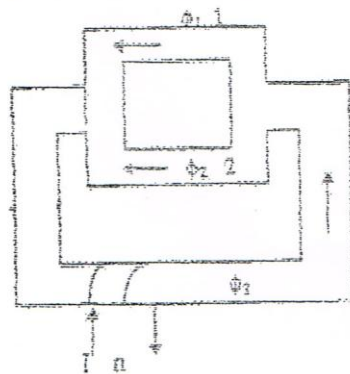
de $B(H)$ ou $B(\mu)$ à une valeur de B correspond μ .

B- Méthode graphique

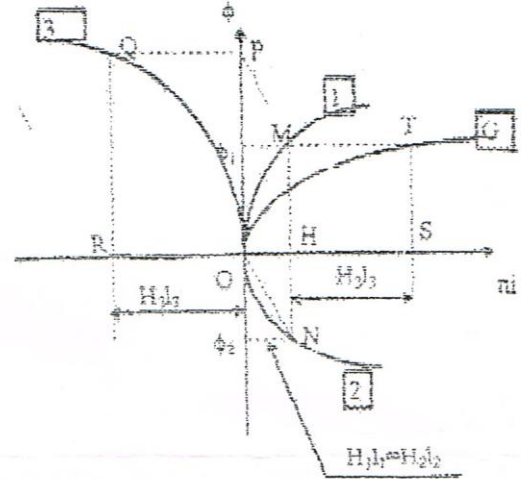
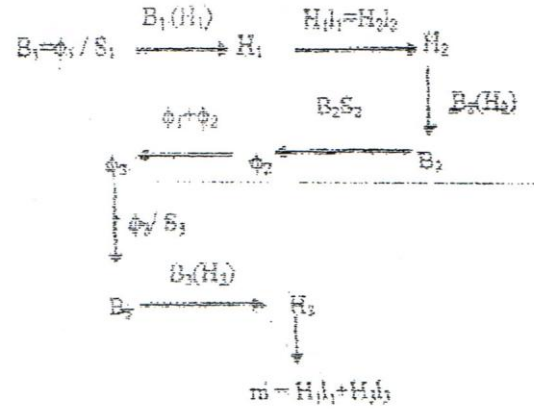


$ni = H_1 l_1 + H_2 l_2$; pour un flux ϕ on a M_1 et M_2
 $ni = OH + OK = OL$; on obtient M de coordonnées (ϕ, ni) .

On peut déterminer ϕ quand on connaît i



La conduite des calculs correspond aux opérations suivantes: pour ϕ , connu dans 1:



1 caractéristique partielle de 1
 2 caractéristique partielle de 2

Pour $\phi_1 \rightarrow H_1 l_1 = H_2 l_2 \rightarrow$ on déduit ϕ_2 de 2

$MH + HN = \phi_1 + \phi_2 \Rightarrow MN = \phi_3$

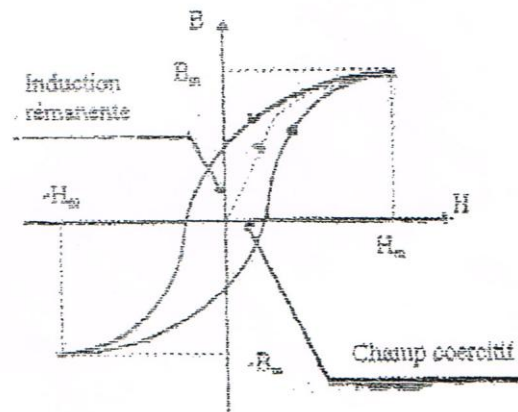
On mène de M une parallèle MP à ON , $OP = \phi_3$

En projetant P sur [3] $\rightarrow Q$; $OR = H_1 l_1$.

$HS = OR \rightarrow OS = H_1 l_1 + H_2 l_2 = ni$. T de coordonnées (ϕ_1, ni) est un point de la caractéristique globale.

11- Pertes ferromagnétiques

k- pertes par hystérésis



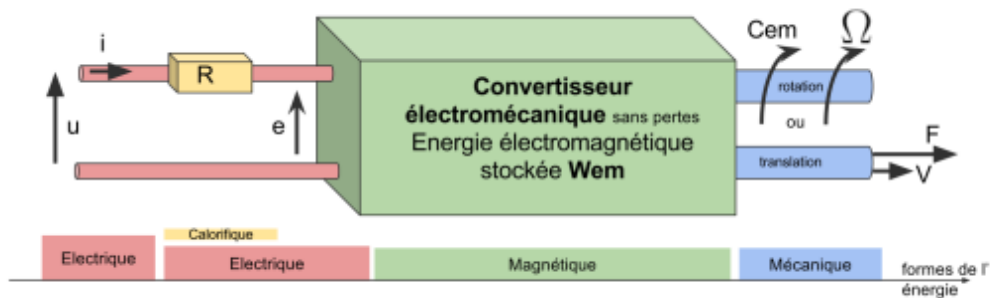
Chapitre I : Principes généraux

Principe de la conversion d'énergie électromécanique. Principe du couplage stator/rotor. Bobinages des machines électriques. Calcul des forces magnétomotrices. Équation mécanique

Cours Machines Electriques Approfondies

Chapitre I : Principes généraux

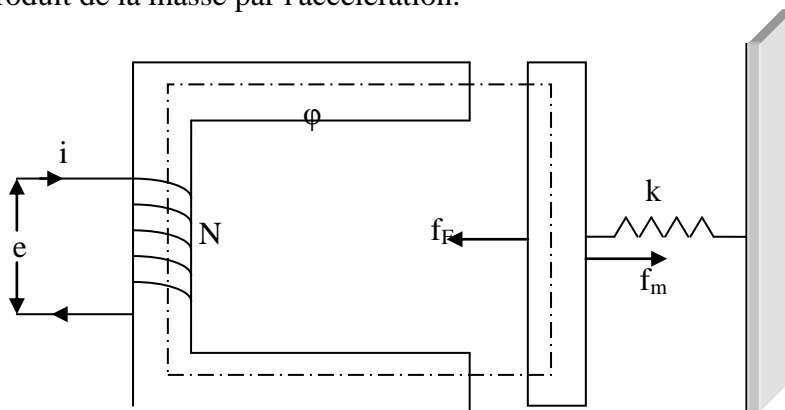
1-Principe de la conversion d'énergie électromécanique



Dans la conception, ou une analyse, d'un système électromécanique, la détermination des forces et des couples agissant sur différentes parties du système est généralement d'une importance primordiale. De telles forces peuvent être divisées en :

- 1- forces mécaniques, causées, par exemple, par un moteur principal, un ressort, ou l'accélération
- 2- forces du champ, provoquées par couplage de flux magnétique, ou l'interaction de charges électriques.

Les forces mécaniques peuvent en général être déterminées à partir de la mécanique classique. Par exemple, une force de ressort évaluée à partir du produit de l'allongement et le coefficient du ressort, tandis que les forces d'accélération, y compris la gravité, sont évaluées à partir du produit de la masse par l'accélération.



Toutefois, l'évaluation des forces du champ n'est pas si simple.

On considère le système électromécanique ci-dessus.

Dans les conditions d'équilibre de la f_m force mécanique produite par l'extension du ressort linéaire, d'une distance x , est égale à f_F de la force du champ magnétique produit par le courant i circulant à travers le solénoïde de N spires.

Alors que $f_m = kx$, il est pas si évident comment f_F peut être évaluée en fonction des paramètres i , N , et la longueur entrefer g .

Afin d'analyser les systèmes électromécaniques, ces relations doivent être développées.

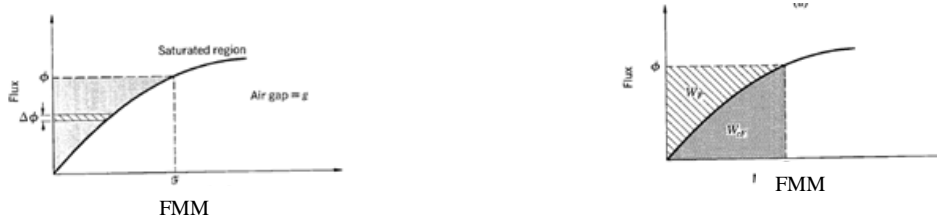
L'approche adoptée est basée sur la relation énergie-force

$$f \Delta x = \Delta W_m$$

Où dw est l'énergie mécanique développée lorsqu'une force f provoque un déplacement dx
 Lorsque l'énergie mécanique est une fonction de déplacement seulement, l'équation peut être mise sous la forme différentielle

$$f = \frac{dW_m}{dx}$$

En prenant en considération la courbe d'aimantation du système électromécanique

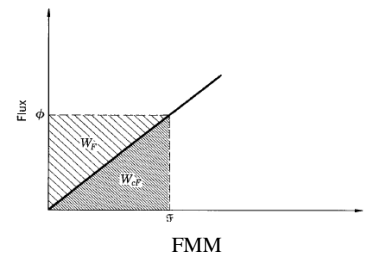


Avant la saturation, le flux augmente de manière sensiblement linéaire la FMM appliquée augmente linéairement aussi. Une telle approximation est représentée

Sil n'y a pas de mouvement, aucune partie de l'énergie fournie par la source électrique ne peut être convertie en énergie mécanique
 Par conséquent (si les pertes cuivre négligées) toute l'énergie fournie par la source doit être stockée sous forme d'énergie de champ magnétique.

Pour une augmentation supplémentaire d'énergie de la source provoque l'augmentation de l'énergie de champ

$$\Delta W_F = \Delta W_S$$



Par conséquent, si l'énergie fournie par la source électrique est déterminée, elle est égale à l'énergie magnétique emmagasinée.

Considérons une FEM appliquée à la bobine parcourue par un courant I pendant un temps dt . L'énergie fournie par la source est

$$\Delta W_S = e \cdot i \cdot \Delta t ; e = N \frac{d\phi}{dt} ; \text{ sous forme différentielle } dW_S = N \frac{d\phi}{dt} i dt = Ni d\phi$$

$$\text{Mais; } \mathcal{F} = Ni ; dW_S = dW_F ; \text{ alors } dW_F = \mathcal{F} d\phi$$

Par intégration, l'énergie totale stockée dans le champ lorsque le flux est ϕ est

$$W_F = \int_0^\phi \mathcal{F} d\phi$$

L'équation est représentée graphiquement par la zone au-dessus de la courbe d'aimantation, comme indiqué sur la figure.

Bien que l'aire sous la courbe de magnétisation n'a pas de signification physique, qui peut être utilisée et est appelé CoEnergy, et représenté par le symbole W_{cF} . La zone comprise entre la courbe d'aimantation et l'axe de FMM est obtenue par intégration et donc l'énergie du champ est

$$W_{cF} = \int_0^\phi \phi(F) dF$$

où la fmm appliquée est \mathcal{F}

Lorsque la courbe d'aimantation est supposée être linéaire, les zones au-dessus et au-dessous de la courbe sont égaux, ou en d'autres termes, l'énergie du champ est égale à l'énergie stockée dans le champ, de sorte que $W_{cF} = W_F$

En résumé,

1-CoEnergy est donnée par la zone comprise entre la courbe d'aimantation et l'axe, de la FMM

2-CoEnergy n'a pas de signification physique

3-CoEnergy est une expression mathématique pratique

4- CoEnergy est égale à l'énergie, lorsque la courbe d'aimantation est linéaire

L'énergie magnétique emmagasinée (courbe linéaire) est donnée par

$$W_F = \int_0^\phi \mathcal{F}(\phi) d\phi = \frac{1}{2} \mathcal{F} \phi$$

Et aussi

$$\mathcal{F} = \mathcal{R}\phi ; \phi = \mathcal{F}\mathcal{P} ; W_F = \frac{1}{2} \mathcal{R}\phi^2 = \frac{1}{2} \mathcal{F}^2 \mathcal{P} ; \mathcal{F} = Ni ; L = \frac{N\phi}{i} ; W_F = \frac{1}{2} Ni\phi = \frac{1}{2} Li^2$$

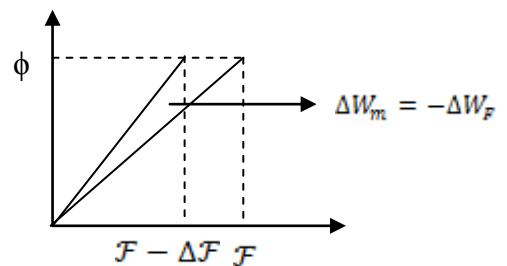
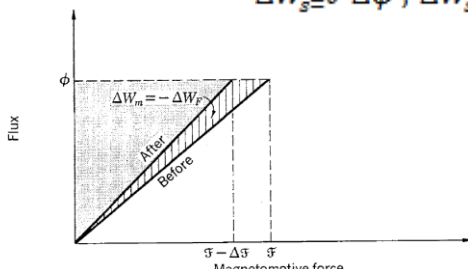
On considère deux cas avec $\phi = \text{const}$, et $\mathcal{F} = \text{const}$

L'énergie de la source est la somme des énergies emmagasinée et mécanique (de travail)

$$\Delta W_s = \Delta W_F + \Delta W_m \rightarrow \Delta W_m = \Delta W_s - \Delta W_F$$

A flux constant et

$$\Delta W_s = \mathcal{F} \Delta \phi ; \Delta W_s = 0 ; \Delta W_m = -\Delta W_F ;$$



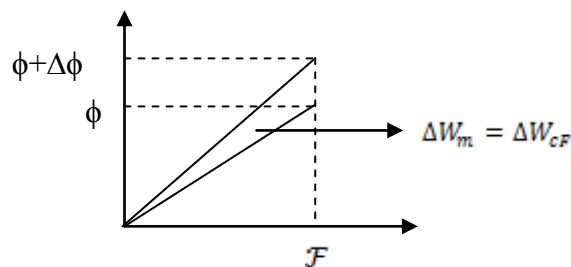
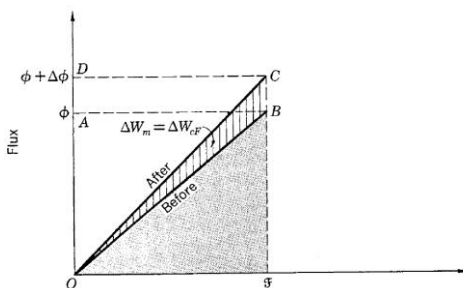
Comme $f \Delta x = -\Delta W_F$ sous forme différentielle $f = -\frac{dW_F}{dx}$ à $\phi = \text{cst}$

Le travail mécanique est donné par la zone hachurée donc on utilise la relation :

$$f = -\frac{1}{2} \phi \frac{d\mathcal{F}}{dx} \text{ à } \phi = \text{cst}$$

En utilisant la reluctance du circuit magnétique $f = -\frac{1}{2} \phi^2 \frac{d\mathcal{R}}{dx}$ à $\phi = \text{cst}$

A FMM constante $\Delta W_s = \Delta W_F + \Delta W_m \rightarrow \Delta W_m = \Delta W_s - \Delta W_F$



$$\Delta W_s = \int_{\phi}^{\phi+\Delta\phi} \mathcal{F}(\phi) d\phi \quad \Delta W_m = \int_{\phi}^{\phi+\Delta\phi} \mathcal{F}(\phi) d\phi - \left(\int_0^{\phi+\Delta\phi} \mathcal{F}(\phi) d\phi - \int_0^{\phi} \mathcal{F}(\phi) d\phi \right)$$

Donc $f = \frac{dW_{cF}}{dx}$ à $\mathcal{F} = cst$

Si la courbe de magnétisation est linéaire, l'énergie et la co-énergie sont égales, donc on peut écrire

$$f = \frac{dW_F}{dx} \text{ à } \mathcal{F} = cst$$

Par remplacement, on peut établir les équations suivantes :

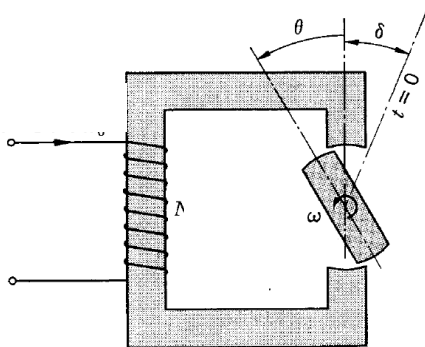
$$f = \frac{1}{2} \mathcal{F} \frac{d\phi}{dx}$$

$$f = \frac{1}{2} \mathcal{F}^2 \frac{d\mathcal{P}}{dx}$$

$$f = \frac{1}{2} i^2 \frac{dL}{dx}$$

à $\mathcal{F} = cst$

Si le système électromécanique à un mouvement rotatif, dans ce cas on s'intéresse au couple au lieu de la force et à θ au lieu de x



$$C = f \cdot R \quad \text{et } \theta = x/R$$

Dans ce cas :

$$C = - \frac{dW_F}{d\theta} \text{ à } \phi = cst$$

$$C = \frac{dW_{cF}}{d\theta} \text{ à } \mathcal{F} = cst$$

Par analogie au système linéaire (en translation) on peut écrire pour le système en rotation :

$$C = \frac{1}{2} \mathcal{F} \frac{d\phi}{d\theta}$$

$$C = \frac{1}{2} \mathcal{F}^2 \frac{d\mathcal{P}}{d\theta}$$

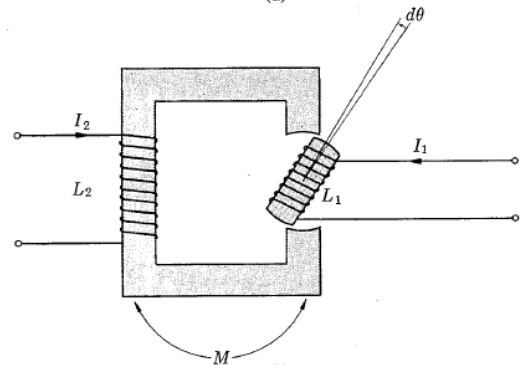
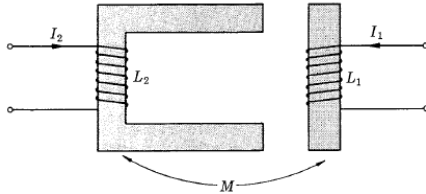
$$C = \frac{1}{2} i^2 \frac{dL}{d\theta}$$

à $\mathcal{F} = cst$

$$C = - \frac{1}{2} \phi \frac{d\mathcal{F}}{d\theta} \text{ à } \phi = cst$$

$$C = - \frac{1}{2} \phi^2 \frac{d\mathcal{R}}{d\theta} \text{ à } \phi = cst$$

Soient les circuits suivants :



L'énergie est donnée par l'expression :

$$W_F = \frac{1}{2} I_1^2 L_1 + \frac{1}{2} I_2^2 L_2 + I_1 I_2 M ; f = \frac{dW_F}{dx} \text{ à } I_1, I_2 = cst$$

L'équation de la force et du couple :

$$f = \frac{1}{2} I_1^2 \frac{dL_1}{dx} + \frac{1}{2} I_2^2 \frac{dL_2}{dx} + I_1 I_2 \frac{dM}{dx} \quad (\text{force})$$

$$C = \frac{1}{2} I_1^2 \frac{dL_1}{d\theta} + \frac{1}{2} I_2^2 \frac{dL_2}{d\theta} + I_1 I_2 \frac{dM}{d\theta} \quad (\text{couple})$$

2-Bobinage des machines électriques

Machines courant continu

Différents types d'enroulement : imbriqué simple, ondulé simple, imbriqué multiple, ondulé multiple et mixte.

Détermination des paramètres des enroulements

Le premier pas partiel $y_1 = \frac{z_p}{2p} \pm A$ + pas allongé ; - pas raccourci

Enroulement imbriqué *le deuxième pas partiel* $y_2 = y_r - y_1$ avec $y_r = \frac{\pm 1}{-}$

+ pour un enroulement avant non croisé et - arrière croisé

Enroulement ondulé *le deuxième pas partiel* $y_2 = y_r - y_1$ avec $y_r = \frac{K \pm 1}{p}$

+ pour un enroulement avant croisé et - arrière non croisé

Des exemples seront traités pendant le TD

Machines courant alternatif

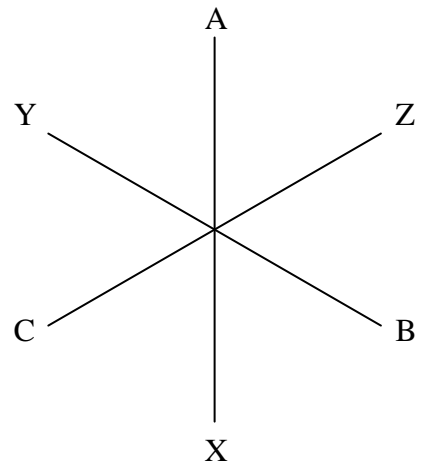
Différents types d'enroulement triphasé: par pôles, par pôles consécutifs, en chaîne, à q fractionnaires etc...

$$q = \frac{Z}{2pm}$$

Il existe des enroulements à une couche, à une deux couches

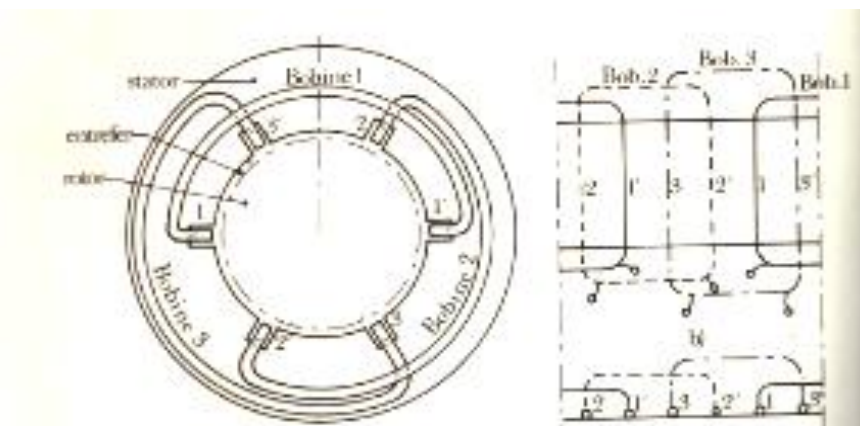
Le paramètre essentiel pour le calcul est le nombre d'encoches par pôle et par phase.

La réalisation se fait en respectant l'étoile des phases A-Z-B-X-C-Y



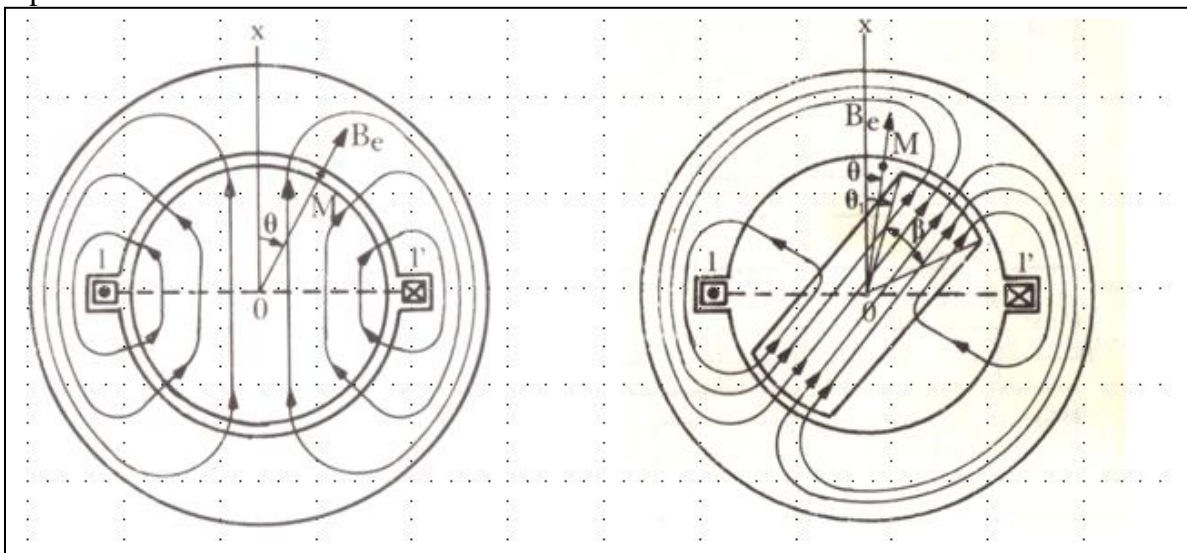
Des exemples seront traités pendant le TD

3-Forces magnétomotrices tournantes



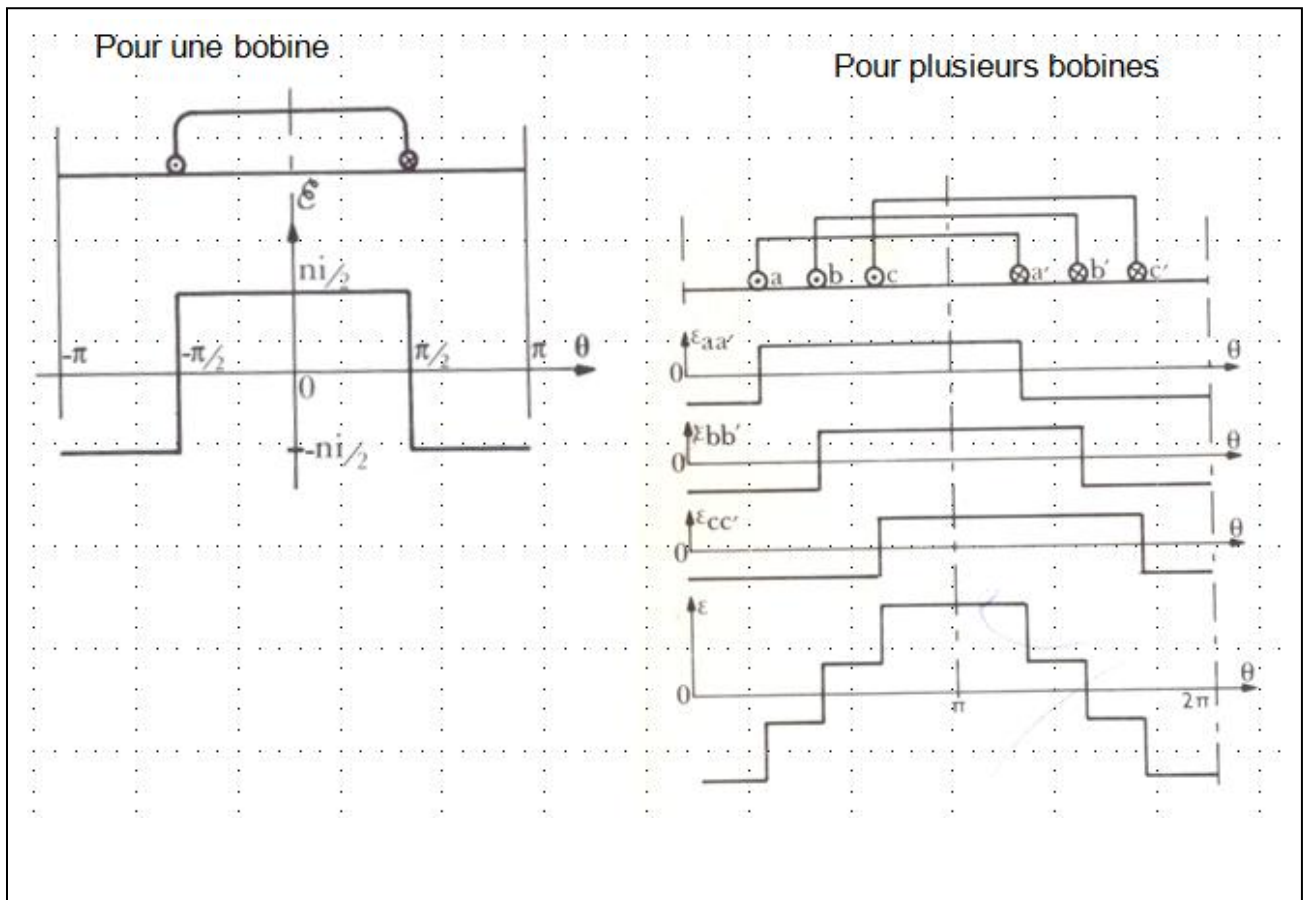
- L'augmentation du nombre d'encoches permet
- la bonne utilisation du circuit magnétique statorique
- d'avoir des FMM plus sinusoïdales
- de rendre les FEM plus sinusoïdales

Envisageons la répartition de la FMM d'une bobine pour deux formes de rotor comme représenté ci dessous



La courbe de l'induction dans l'entrefer dépend de la forme et de la position du rotor. Pour un entrefer constant B est positive entre $-\pi/2$ et $\pi/2$; négative $\pi/2$ et $3\pi/2$
 Pour un entrefer non constant (2eme cas) B est positive et faible ; entre $-\pi/2$ et θ_1 et $\theta_1+\beta$ et $\pi/2$ positive et forte. Avec un signe moins pour l'opposé.

a- Représentation des FMM



b-FMM tournante (bipolaire)

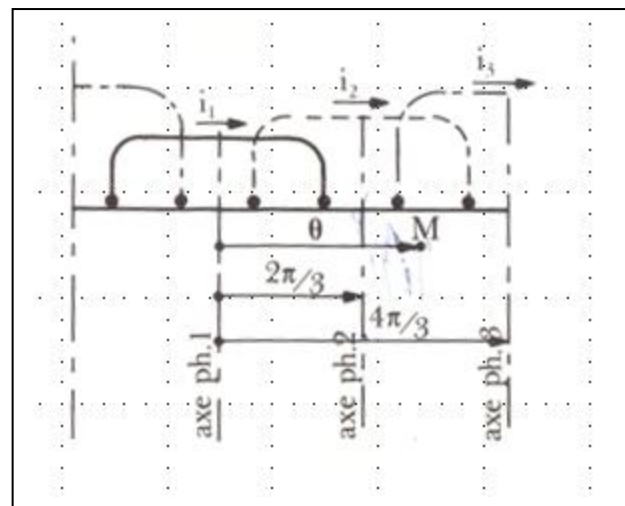
La FMM créée par trois courants sinusoïdaux d'un bobinage triphasé supposé à répartition sinusoïdale le long de l'entrefer

Les courants dans les phases 1, 2, 3 ont les expressions :

$$i_1 = I_M \cos \omega t$$

$$i_2 = I_M \cos \left(\omega t - \frac{2\pi}{3} \right)$$

$$i_3 = I_M \cos \left(\omega t - \frac{4\pi}{3} \right)$$



Au point M les trois courants créent trois FMM qui sont distant de θ de l'axe de la phase 1 et de $\theta - 2\pi/3$ de l'axe de la phase 2 et de $\theta - 4\pi/3$ de l'axe de la phase 3, dont les expressions

$$f_1 = NI_M \cdot \cos \omega t \cdot \cos \theta$$

$$f_2 = NI_M \cdot \cos \left(\omega t - \frac{2\pi}{3} \right) \cdot \cos \left(\theta - \frac{2\pi}{3} \right)$$

$$f_3 = NI_M \cdot \cos \left(\omega t - \frac{4\pi}{3} \right) \cdot \cos \left(\theta - \frac{4\pi}{3} \right)$$

La FMM résultante est

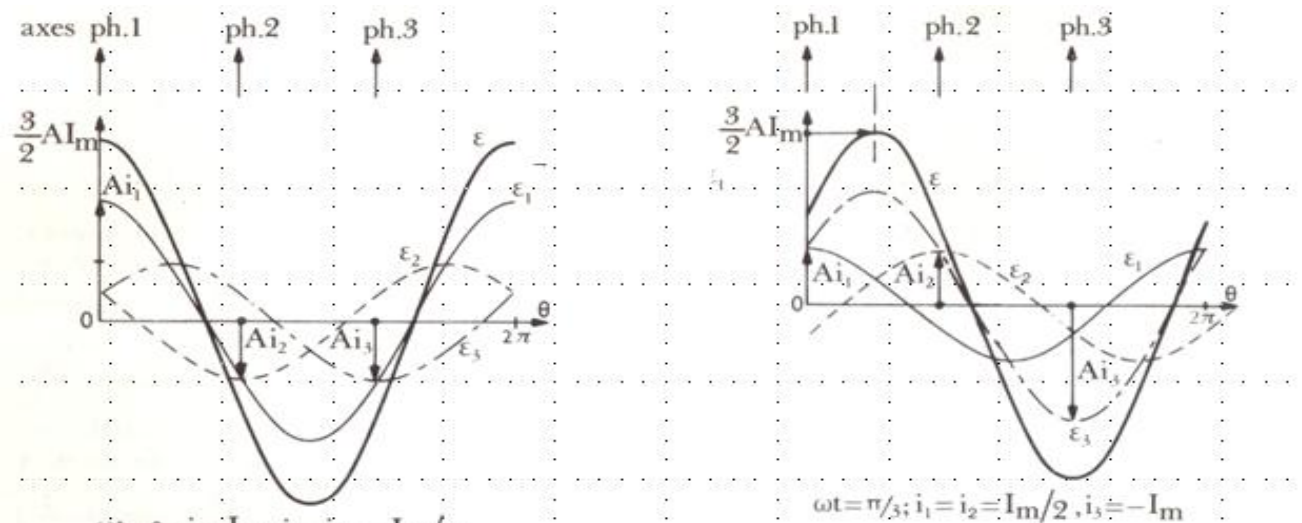
$$f = f_1 + f_2 + f_3$$

$$= NI_M \left[\cos(\omega t + \theta) + \cos \left(\omega t - \frac{2\pi}{3} + \theta - \frac{2\pi}{3} \right) + \cos \left(\omega t - \frac{4\pi}{3} + \theta - \frac{4\pi}{3} \right) \right]$$

$$= \frac{NI_M}{2} (\cos(\omega t + \theta) + \cos(\omega t - \theta))$$

$$+ \cos \left(\omega t + \theta - \frac{4\pi}{3} \right) + \cos \left(\omega t - \theta \right) + \cos \left(\omega t + \theta - \frac{2\pi}{3} \right) + \cos \left(\omega t - \theta \right)$$

C'est la relation de la FMM répartie sinusoidalement dans l'entrefer et qui tourne à la vitesse angulaire ω . On dit que l'enroulement produit un champ tournant.



Pour un enroulement polyphasé

$$f = \frac{q}{2} NI_M \cos(\omega t - \theta) \quad q \text{ nombre de phase}$$