Surface sphérique :
Miroir, dioptre et lentille

CHAPITRE III
OPTIQUE GEOMETRIQUE
1 ANNEE SNV

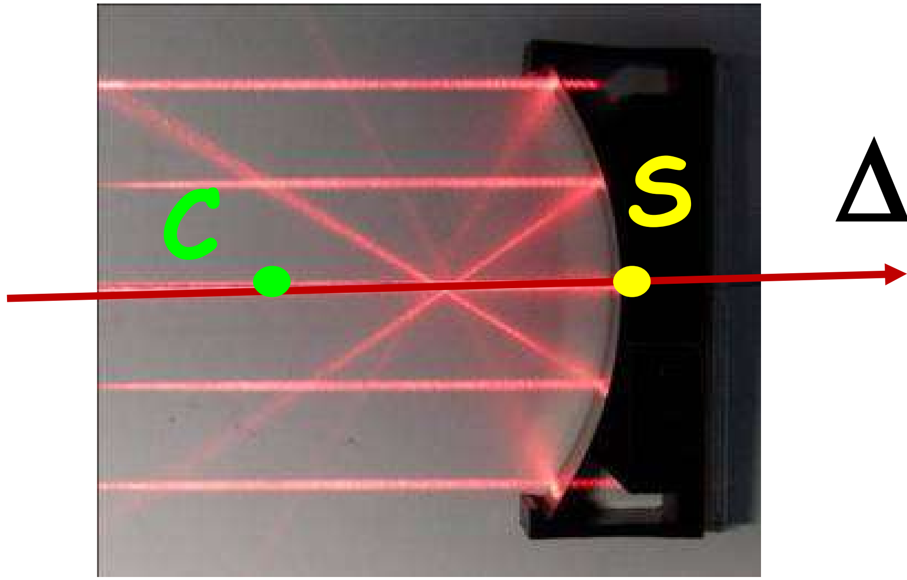
Année universitaire 2021/2022

miroirs sphériques

Définition :

Un **miroir sphérique** est une portion de sphère réfléchissante, de **centre** **C** et de **sommet S**. **Le rayon** du miroir sphérique est défini par la mesure algébrique : $R = \overline{SC}$

CS est **l'axe principal optique** (Δ) de ce miroir sphérique. La surface réfléchissante s'obtient par un dépôt métallique.



Il est à noter que **l'origine** de l'axe optique Δ peut être fixée arbitrairement en **C** ou en **S**.

Miroirs convexes

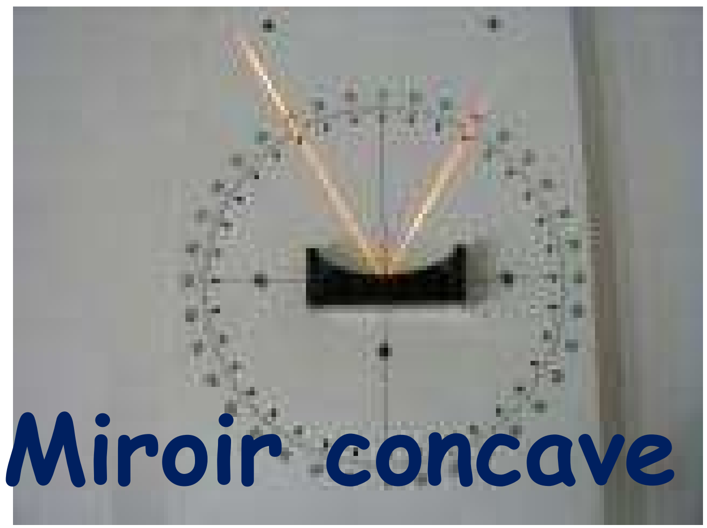
Miroirs de surveillance

Miroir de sortie d'usine

rétroviseurs de camion

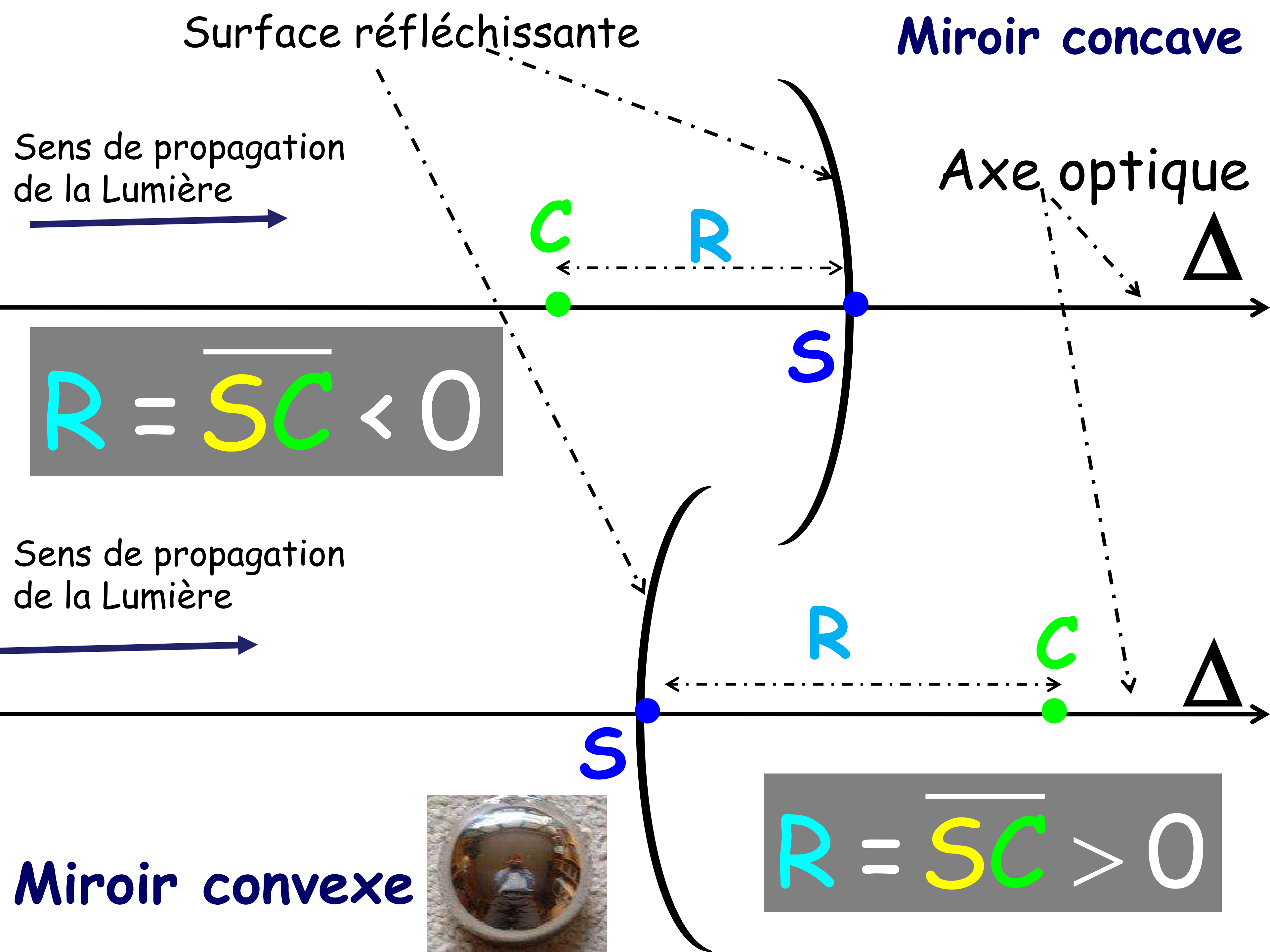
Exemples :

Miroir plan

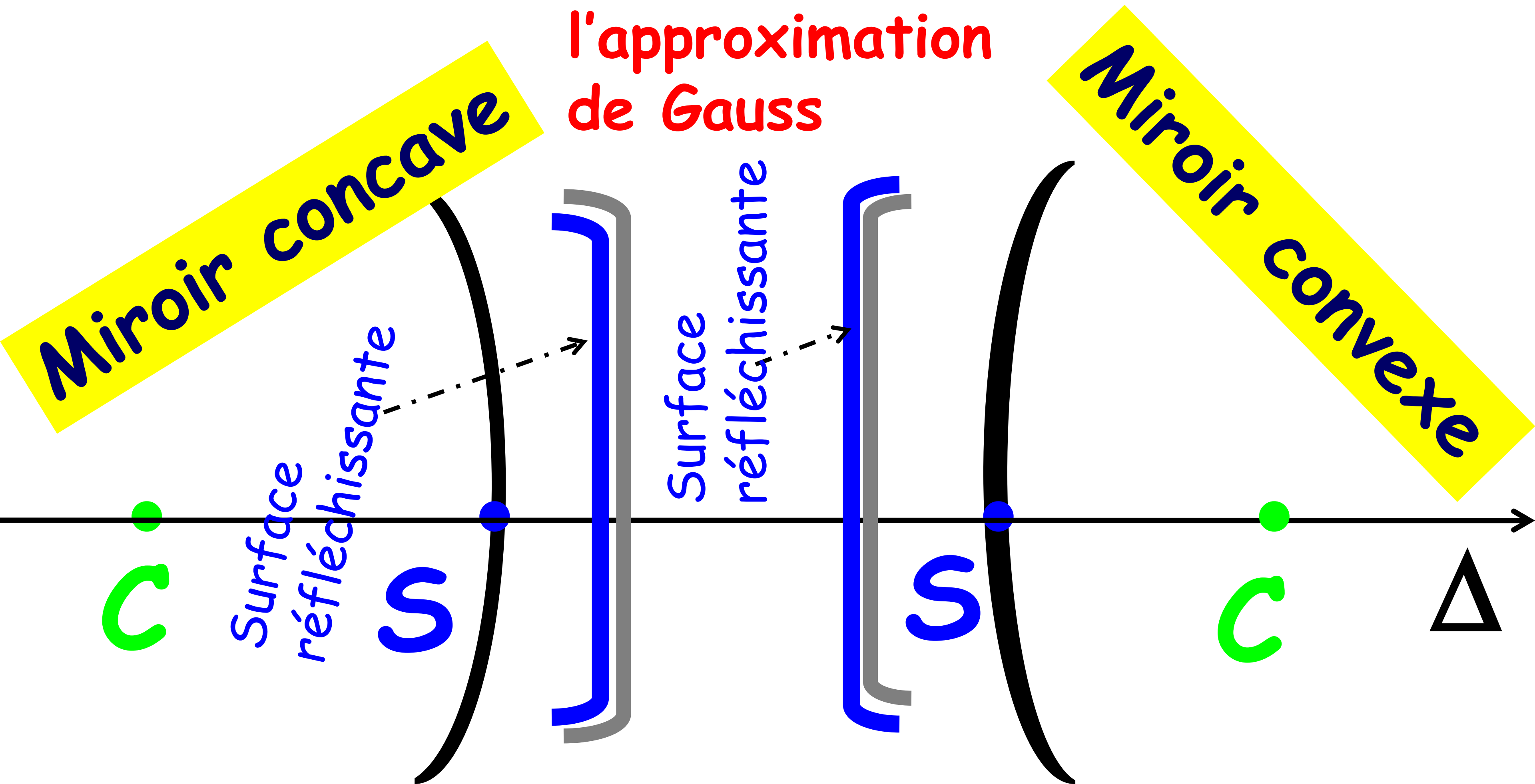


Miroir concave

Un miroir sphérique peut être **concave** ou **convexe** .


Surface réfléchissante
Miroir concave
Sens de propagation de la Lumière
Axe optique
C
R
Δ
S
$R = \overline{SC} < 0$
Sens de propagation de la Lumière
R
C
Δ
S
Miroir convexe
$R = \overline{SC} > 0$

Par convention, dans **l'approximation de Gauss**, un **miroir sphérique** de **sommet S** et de **centre C** est représenté par le **plan tangent** en **S** à sa surface.



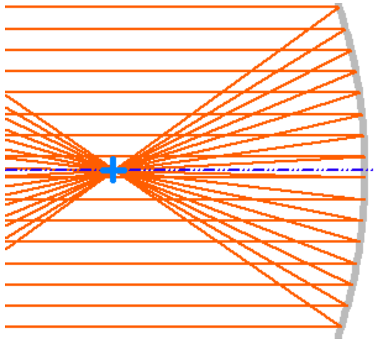
Dans **l'approximation de Gauss**, :

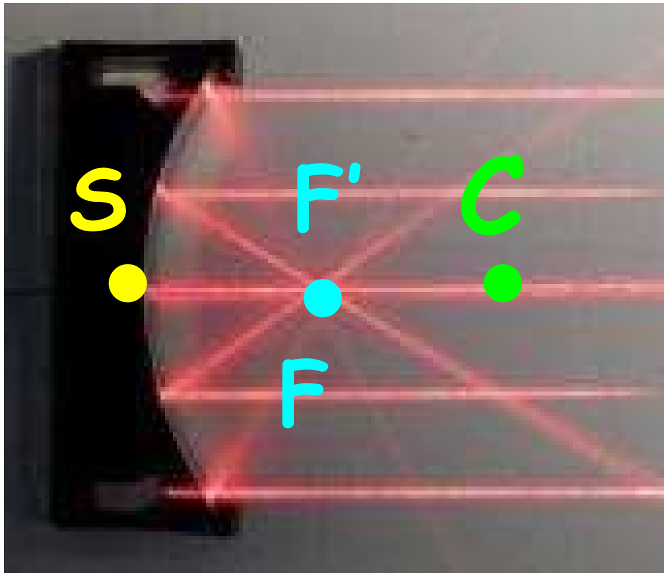
Le foyer image F' est à la moitié du rayon du miroir sphérique

$$\overline{CF'} = \overline{CF} = -\frac{\overline{SC}}{2}$$

$$f' = \overline{SF'} = \overline{SF} = \frac{\overline{SC}}{2}$$

Le foyer image **F '** est et le foyer objet **F** sont confondus avec le milieu du segment SC du miroir sphérique.





Foyer image F' :

objet A à l'infini image A' au foyer

$$f' = \overline{SF'} = \frac{\overline{SC}}{2}$$

f' : distance focale image
F' : foyer principal image

Foyer objet F :

objet A au foyer image A' à l'infini

$$f = \overline{SF} = \frac{\overline{SC}}{2}$$

f : distance focale objet
F : foyer principal objet

Vergence d'un miroir sphérique

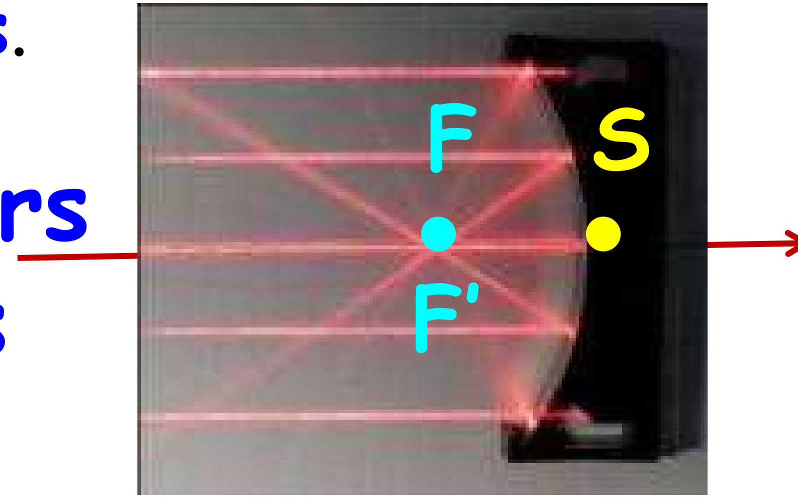
La vergence d'un **miroir sphérique** de sommet S et de centre C est définie comme l'inverse de sa **distance focale**. C'est une expression algébrique. **L'unité** de la **vergence** est donc le mètre^{-1}, m^{-1}, appelé dioptrie et notée δ.

$$V = \frac{1}{f'} = \frac{1}{\overline{SF'}} = \frac{2}{\overline{SC}} = \frac{1}{f} = \frac{1}{\overline{SF}}$$

Miroir concave est **convergent** avec une **vergence négative**, ses **foyers sont réels**.

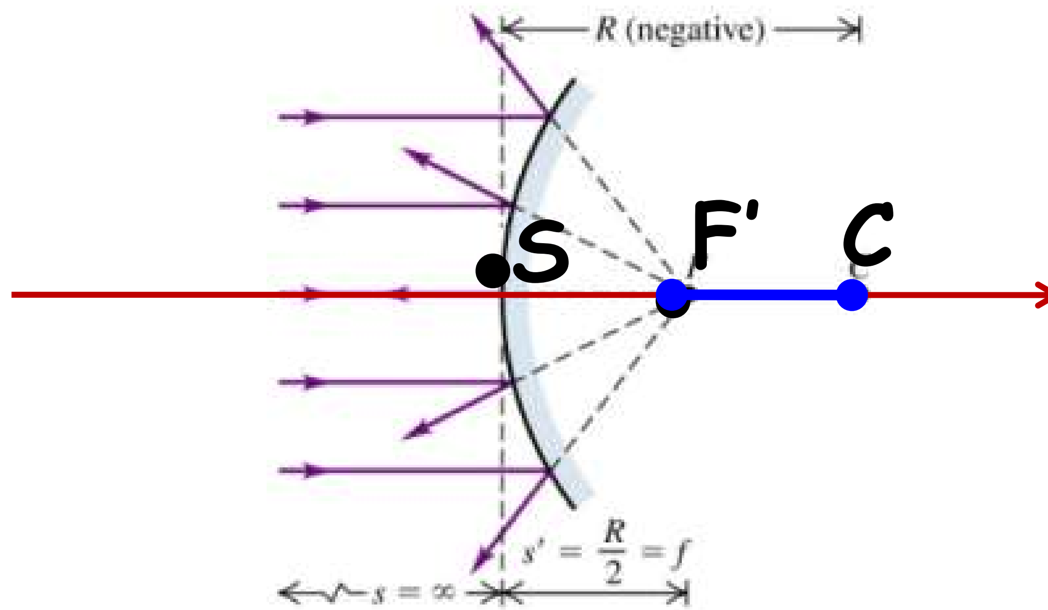
$$V = \frac{1}{\overline{\overline{SF'}}} < 0$$

Foyers réels



•**Miroir convexe** est **divergent** avec une **vergence positive**, ses **foyers sont virtuels**.

$$V = \frac{1}{\overline{\overline{SF'}}} > 0$$



Foyers imaginaires

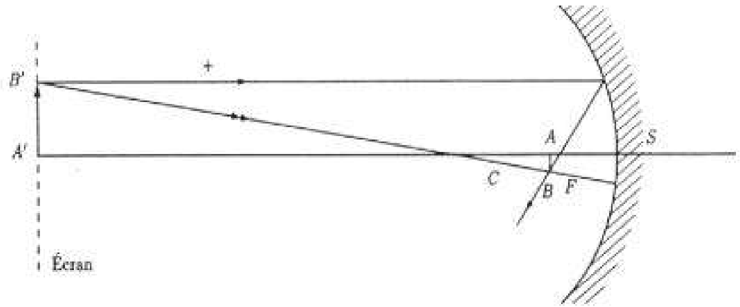
Il est à noter que ces formules sont des relations entre les **positions** et les **dimensions** de l'objet AB et de son image A'B'.

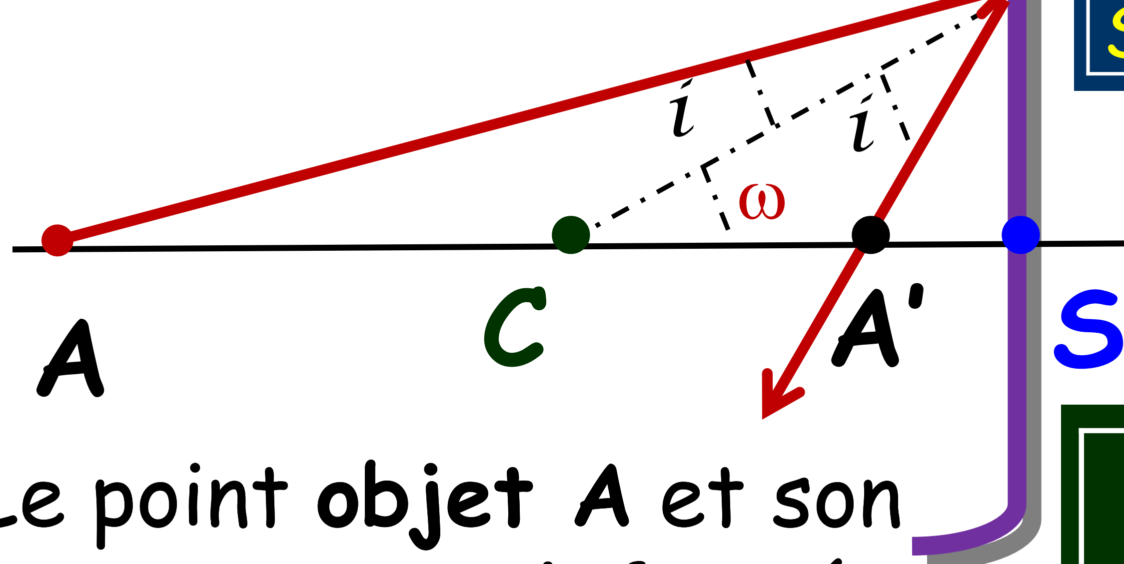
Elles sont établies et valables dans les conditions de l'approximation de Gauss.

Pour obtenir la relation de conjugaison, il suffit de considérer les points situés sur l'axe principal optique Δ du miroir.

Relation de conjugaison de A et A' :

Au point **I** : i = i ' (1ère loi de Snell-Descartes)





le sommet S

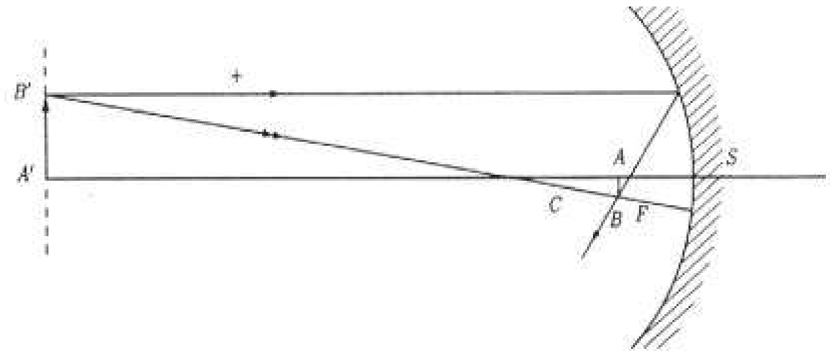
$$\frac{1}{\overline{SA'}}+\frac{1}{\overline{SA}}=\frac{2}{\overline{SC}}=\frac{1}{\overline{SF'}}$$

le centre C

$$\frac{1}{\overline{CA'}}+\frac{1}{\overline{CA}}=\frac{2}{\overline{CS}}$$

Le point **objet** ***A*** et son **point image** ***A'***, formée par le miroir M :

On appelle **grandissement linéaire** d'un miroir sphérique pour une position de l'objet AB, **le rapport** entre une dimension linéaire de **l'image A'B'** et celle de de **l'objet AB**.



$$\gamma_t = \frac{\overline{A'B'}}{\overline{AB}} = -\frac{\overline{SA'}}{\overline{SA}}$$

construction d' image

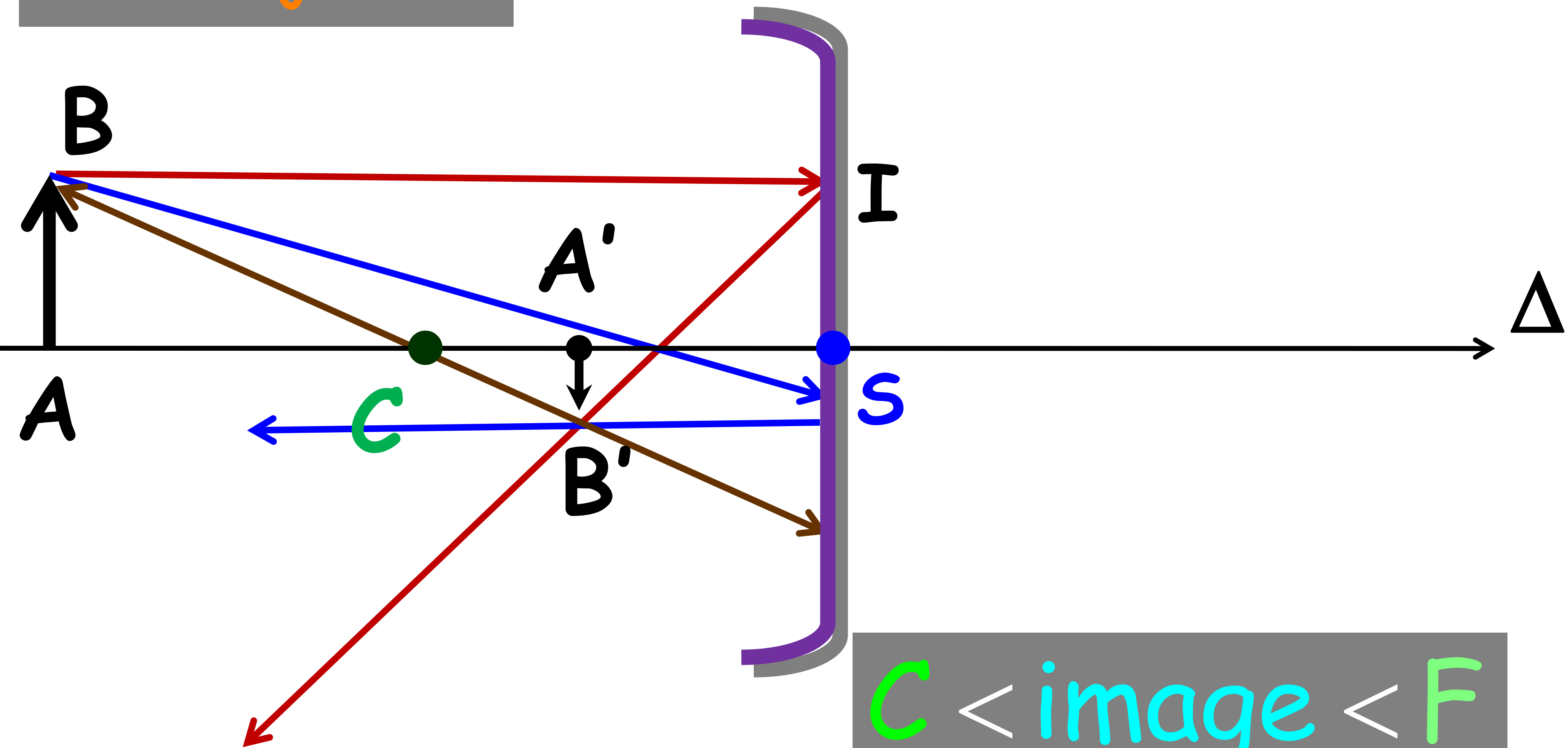
utilisation au moins de 2 sur 3 rayons particuliers

- tout rayon passant par le centre du dioptre n'est pas dévié
- tout rayon passant par F ressort // à l'axe optique Δ
- tout rayon // à l'axe optique Δ passe par F'

Objet réel

Cas n°1

$-\infty < \text{objet} < C$



$C < \text{image} < F$

Image réelle renversée

Objet réel

Cas n°2

objet = C = image

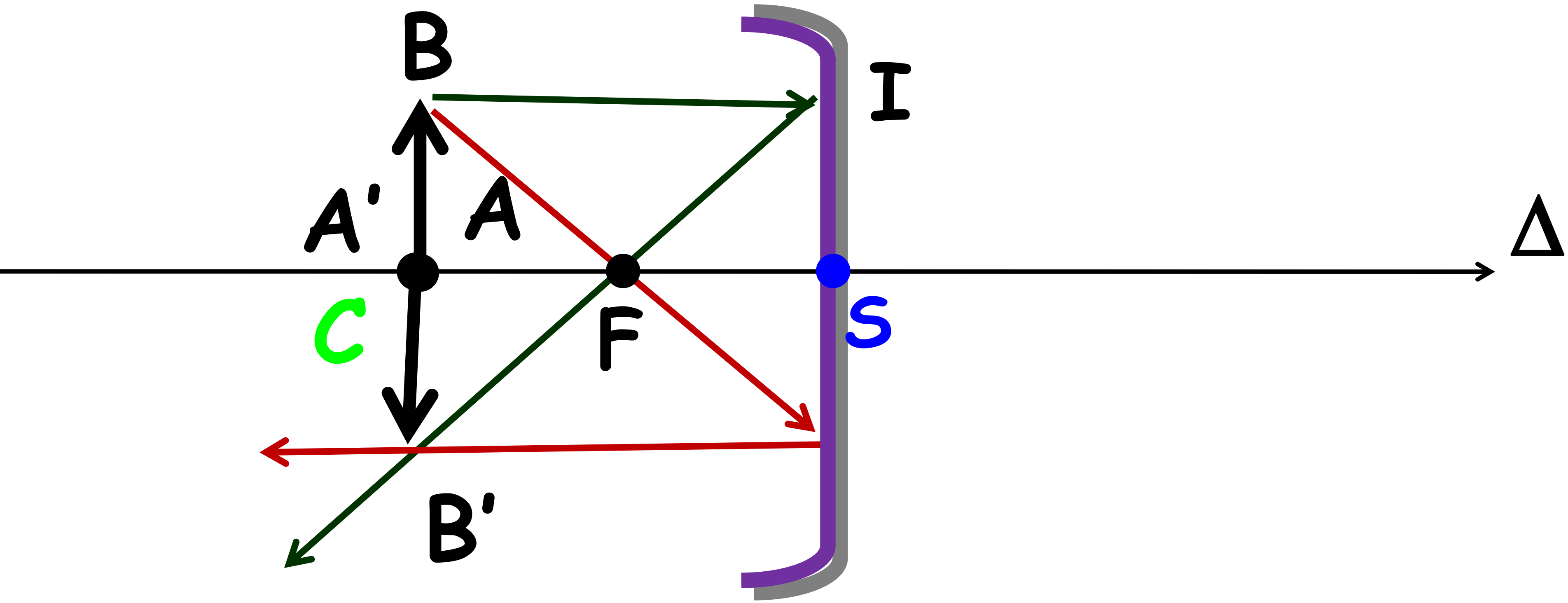
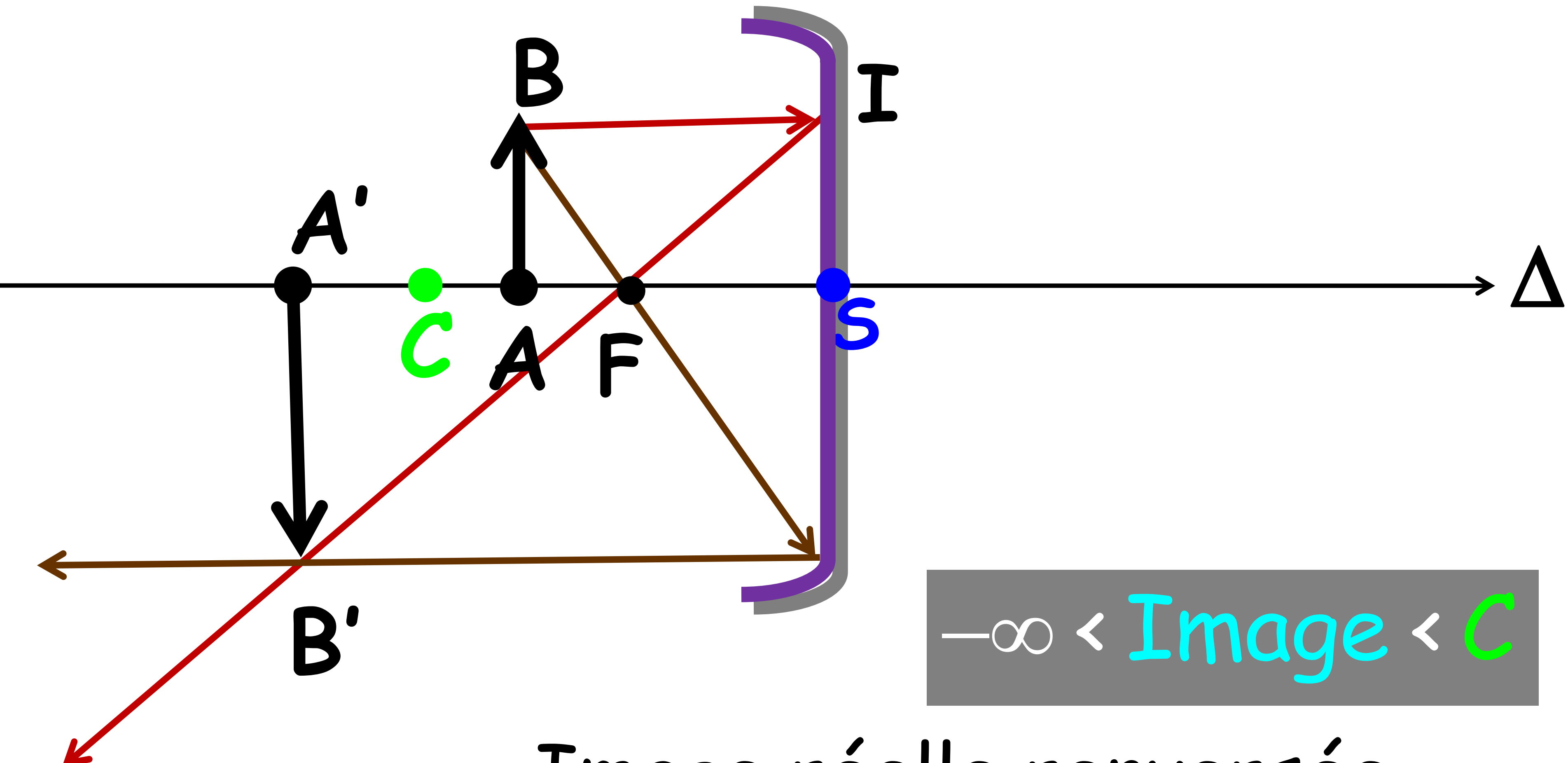


Image réelle renversée

Objet réel

$C < \text{Objet} < F$

Cas n°3



$-\infty < \text{Image} < C$

Image réelle renversée

Objet réel

Cas n°4

Objet = F

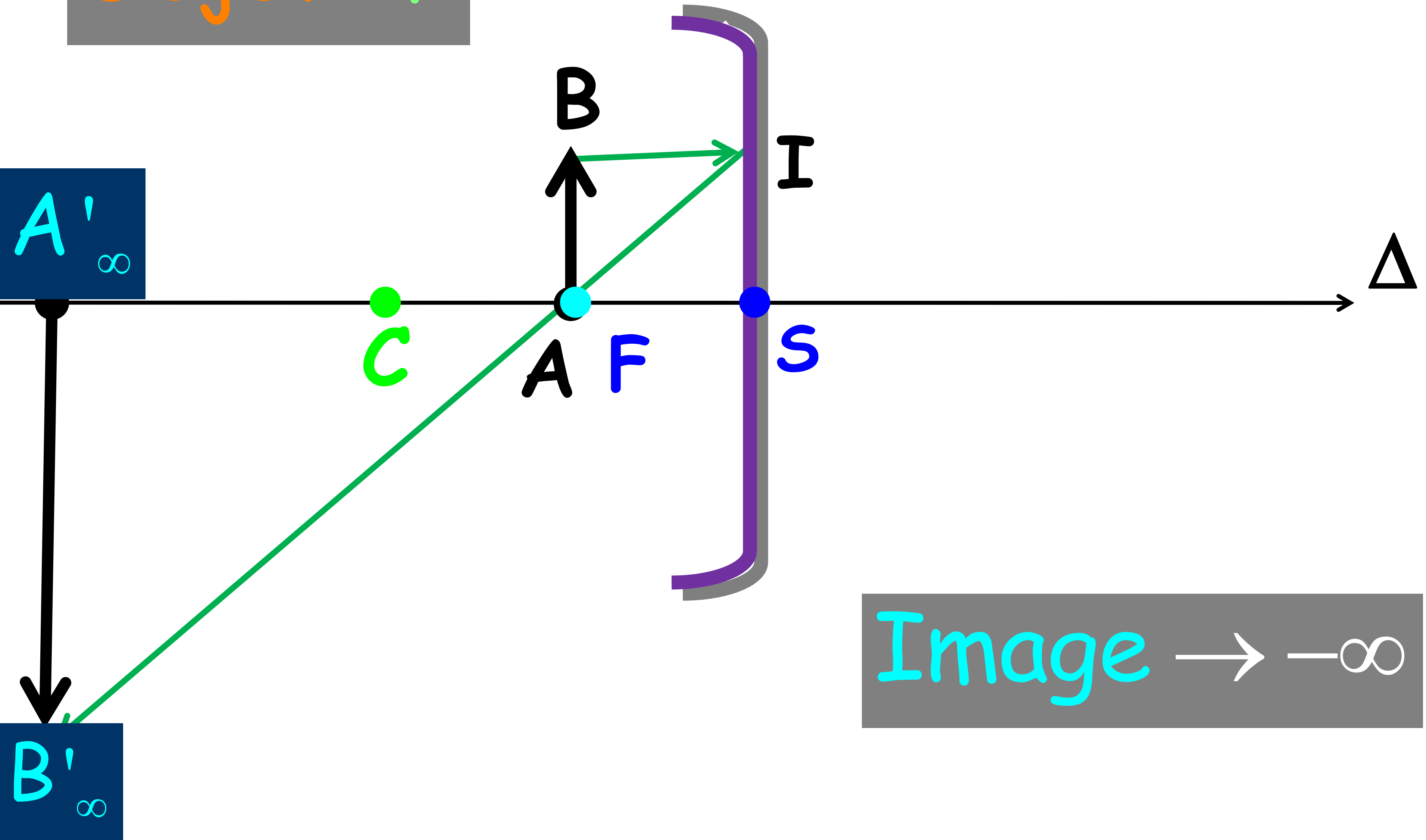
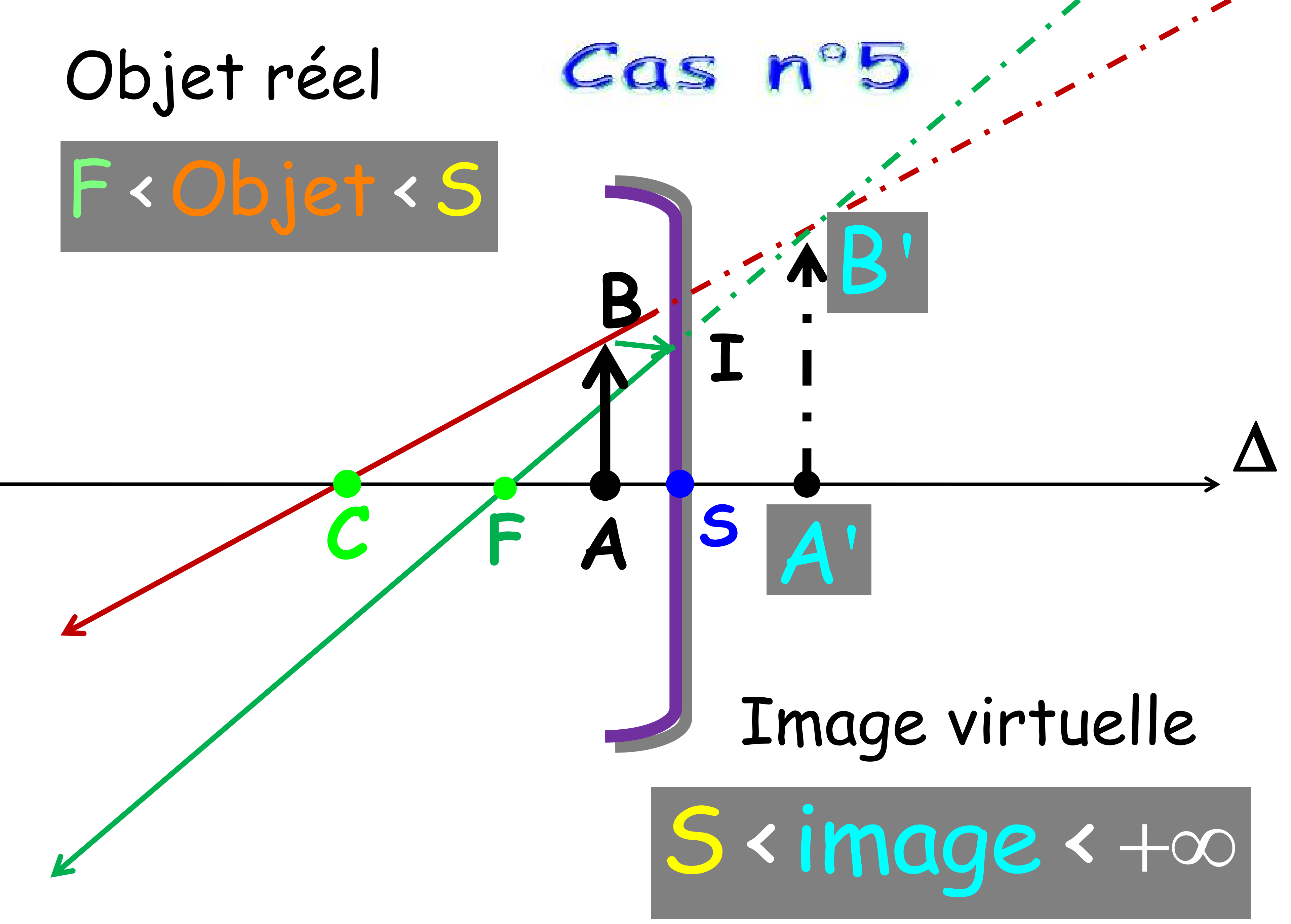


Image → −∞


Objet réel
Cas n°5
F < Objet < S
B'
B
I
Δ
C
F
A
S
A'
Image virtuelle
S < image < +∞

objet virtuel

Cas n°6

S < Objet < +∞

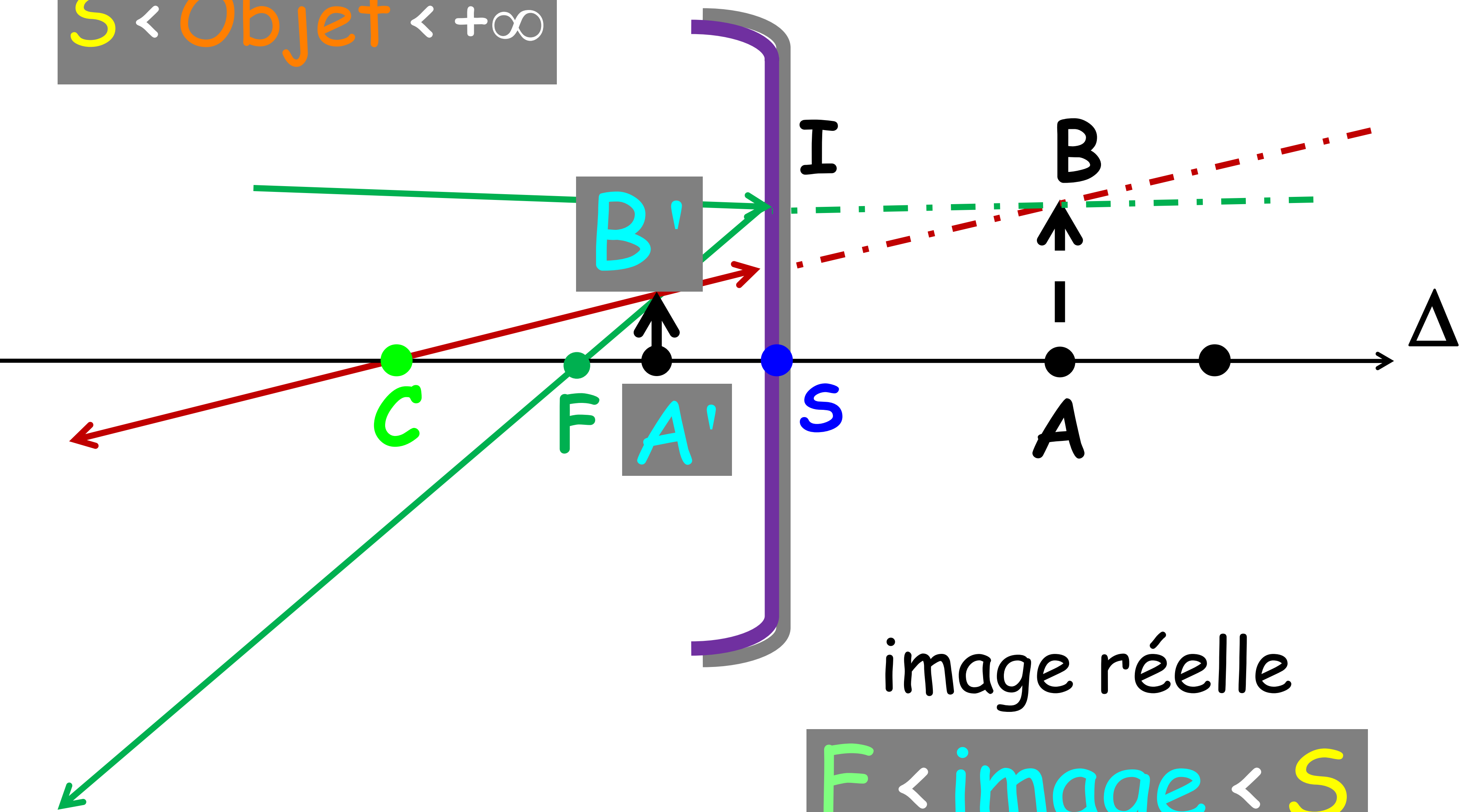


image réelle

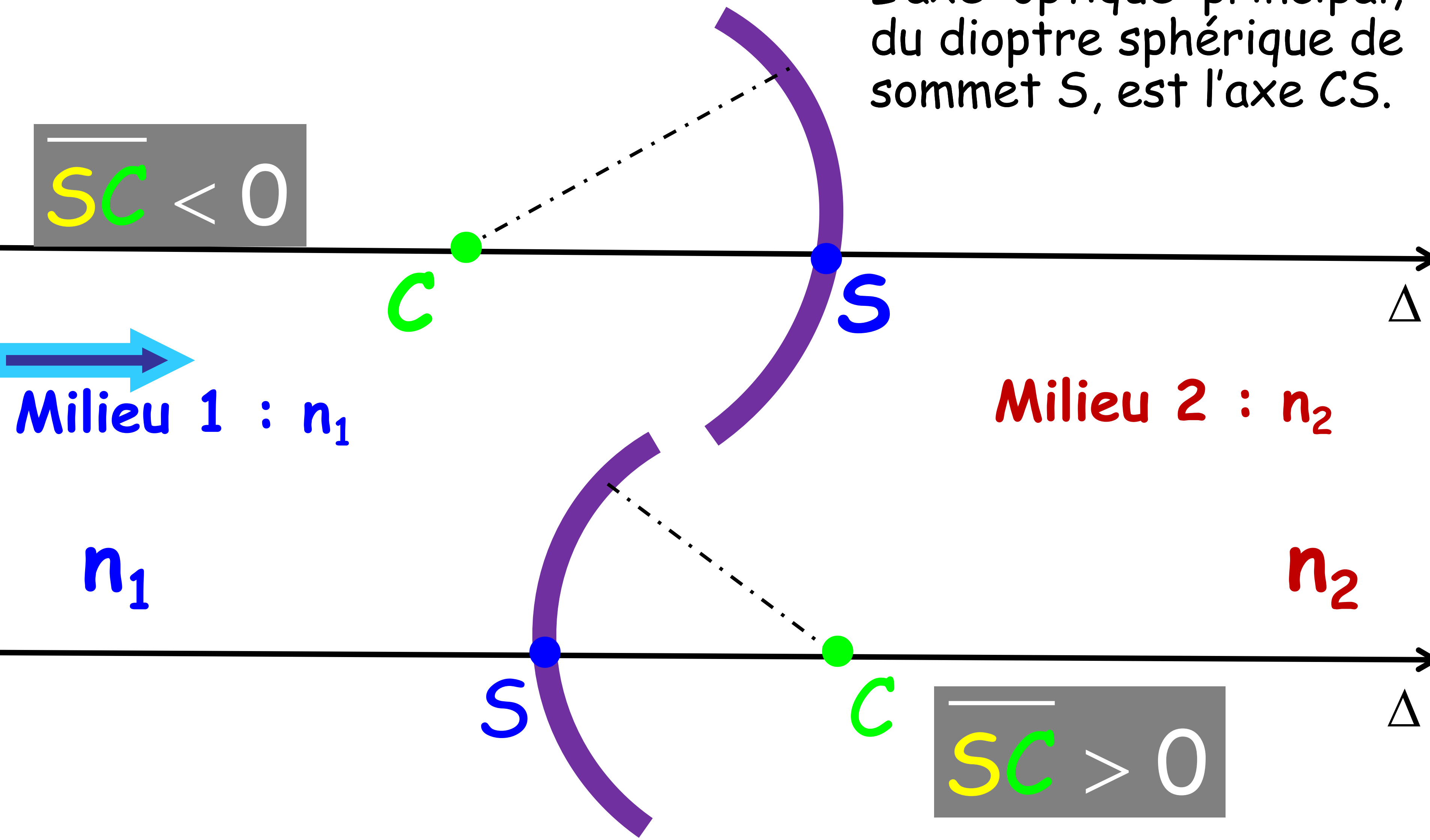
F < image < S

Définition : **Un dioptre sphérique** est un ensemble de **deux milieux homogènes d'indices de réfraction différents** n_1 et n_2, séparés par une **surface sphérique**.

4 configurations possibles

$n_1 > n_2$ ou $n_1 < n_2$

L'axe optique principal, du dioptre sphérique de sommet S, est l'axe CS.

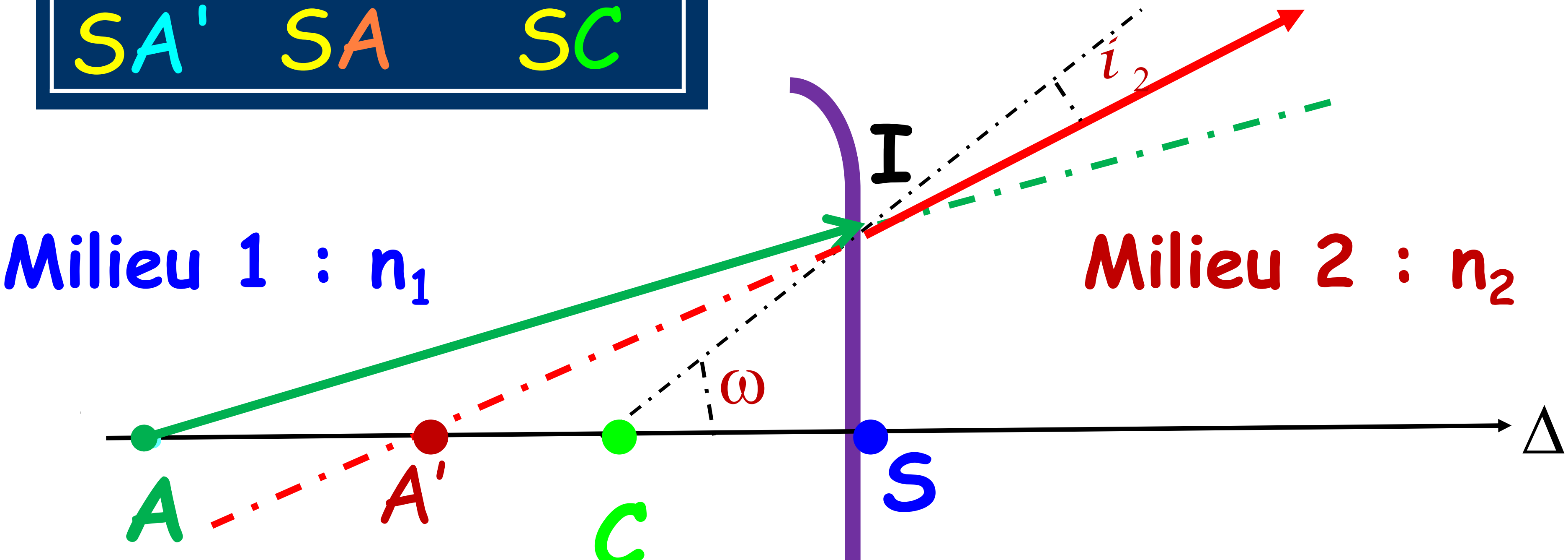


Relations de conjugaison

Établissons ces équations dans les conditions de l'approximation de Gauss. Autrement dit on ne considère qu'un pinceau lumineux dont le rayon moyen lui est normal, c'est-à-dire formé de rayons paraxiaux.

Origine au sommet S

$$\frac{n_2}{\overline{SA'}} - \frac{n_1}{\overline{SA}} = \frac{n_2 - n_1}{\overline{SC}}$$



Origine au centre C

$$\frac{n_1}{\overline{CA'}} - \frac{n_2}{\overline{CA}} = \frac{(n_1 - n_2)}{\overline{CS}}$$

$n_1 < n_2$

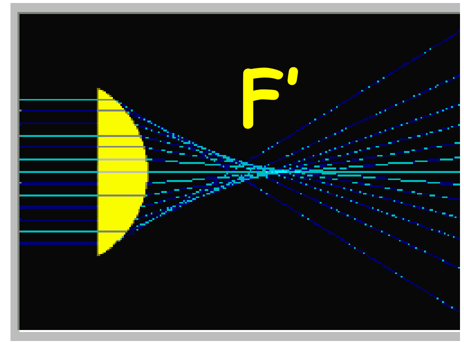
Foyers. Convergence

FOYERS, CONVERGENCE

Foyer image F' :

Si le point objet *A* s'éloigne à l'infini, son conjugué est le **foyer image F'** du dioptre sphérique.

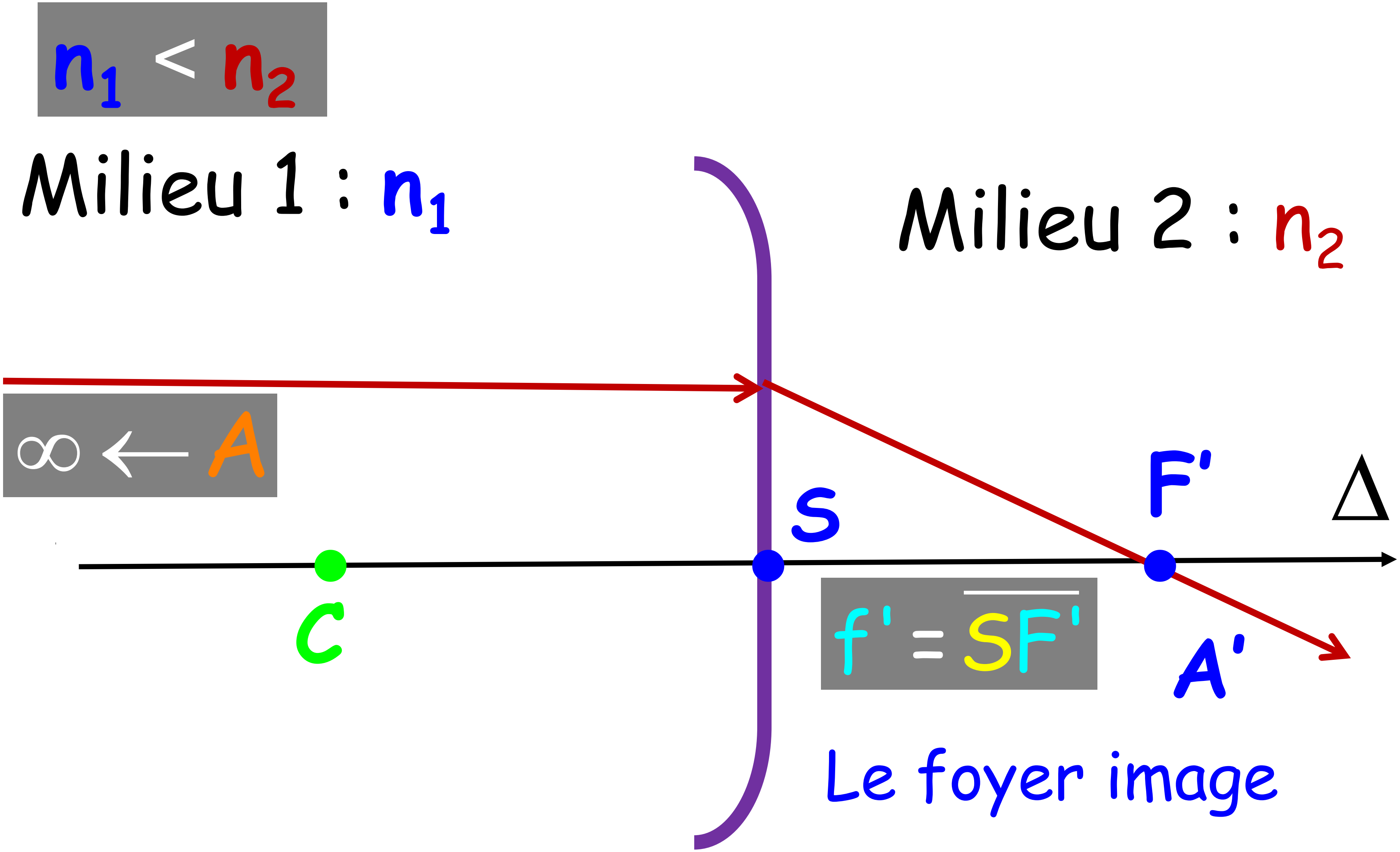
$$\frac{n_2}{\overline{SA'}} - \frac{n_1}{\overline{SA}} = \frac{n_2 - n_1}{\overline{SC}}$$



Si $A \rightarrow \infty$, alors $A' \rightarrow F'$, $-\left(\frac{n_2}{\overline{SF'}}\right) = \frac{(n_1 - n_2)}{R}$

$$f' = \overline{SF'} = \frac{-R.n_2}{(n_1 - n_2)}$$

La distance focale image du dioptre sphérique (S, C, n_1, n_2).



Le point source A, situé à l'infini, est conjugué avec le foyer image F '

Foyer objet F :

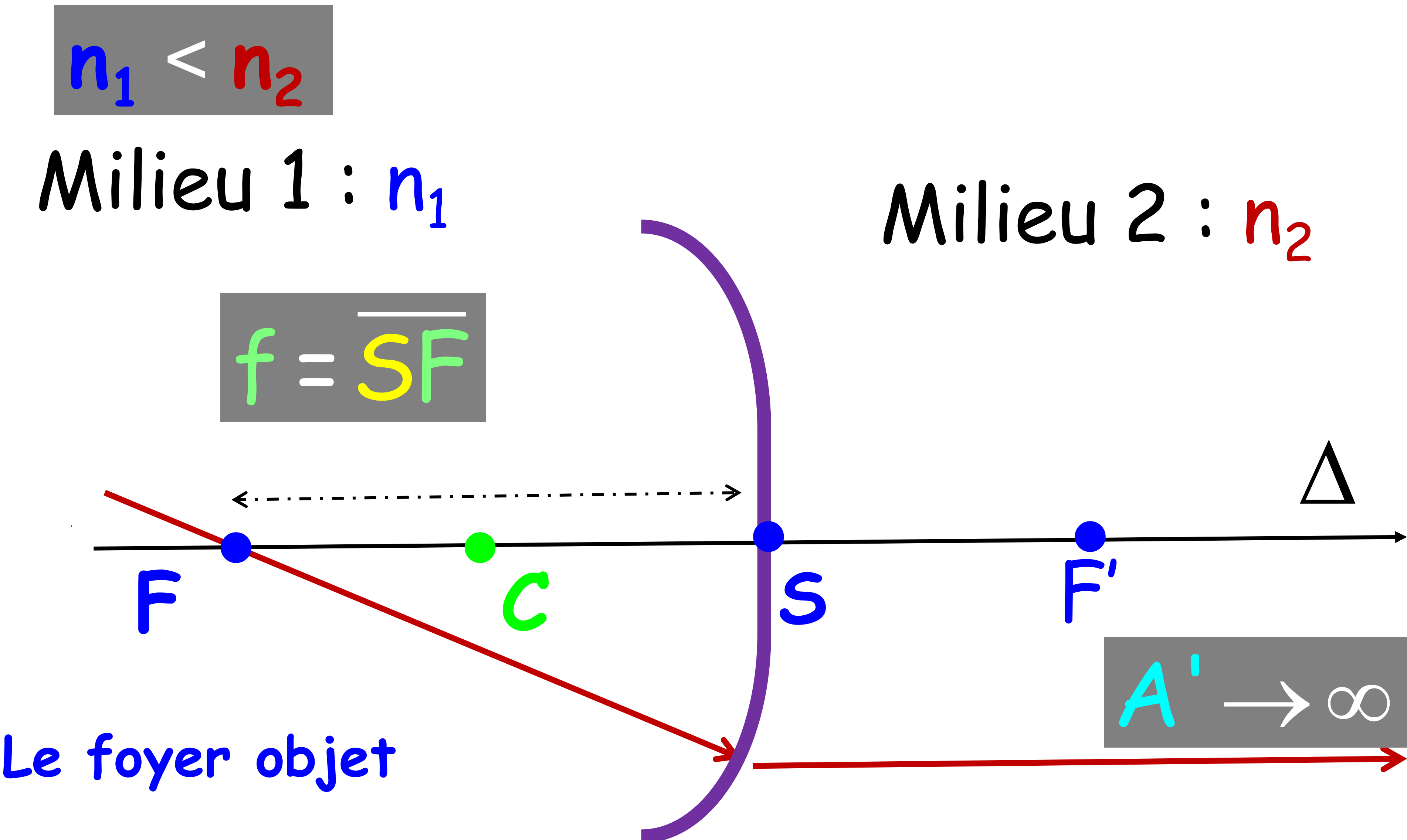
Quand le point objet A est situé en F, l'image A' est à l'infini. Le point F est le foyer objet. la distance focal objet est alors :

$$\frac{n_2}{\overline{SA'}} - \frac{n_1}{\overline{SA}} = \frac{n_2 - n_1}{\overline{SC}}$$

Si $A \to F$, alors $A' \to \infty$, $\left(\frac{n_1}{\overline{SF}}\right) = \frac{(n_1 - n_2)}{R}$

$$f = \overline{SF} = \frac{R.n_1}{(n_1 - n_2)}$$

La distance focale objet du dioptre sphérique (S, C, n_1, n_2).



Le point source **A**, situé au foyer objet **F**, est <u>conjugué</u> avec son point image **A'** rejeté à l'infini.

vergence

$$f = \overline{SF} = \frac{R.n_1}{(n_1 - n_2)}$$

$$f' = \overline{SF'} = \frac{-R.n_2}{(n_1 - n_2)}$$

$$V = \frac{n_2}{\overline{SF'}} = -\frac{n_1}{\overline{SF}} = \frac{n_2 - n_1}{\overline{SC}}$$

$V = \frac{n_2 - n_1}{\overline{SC}} > 0$ alors V : convergence

$V = \frac{n_2 - n_1}{\overline{SC}} < 0$ alors V : divergence

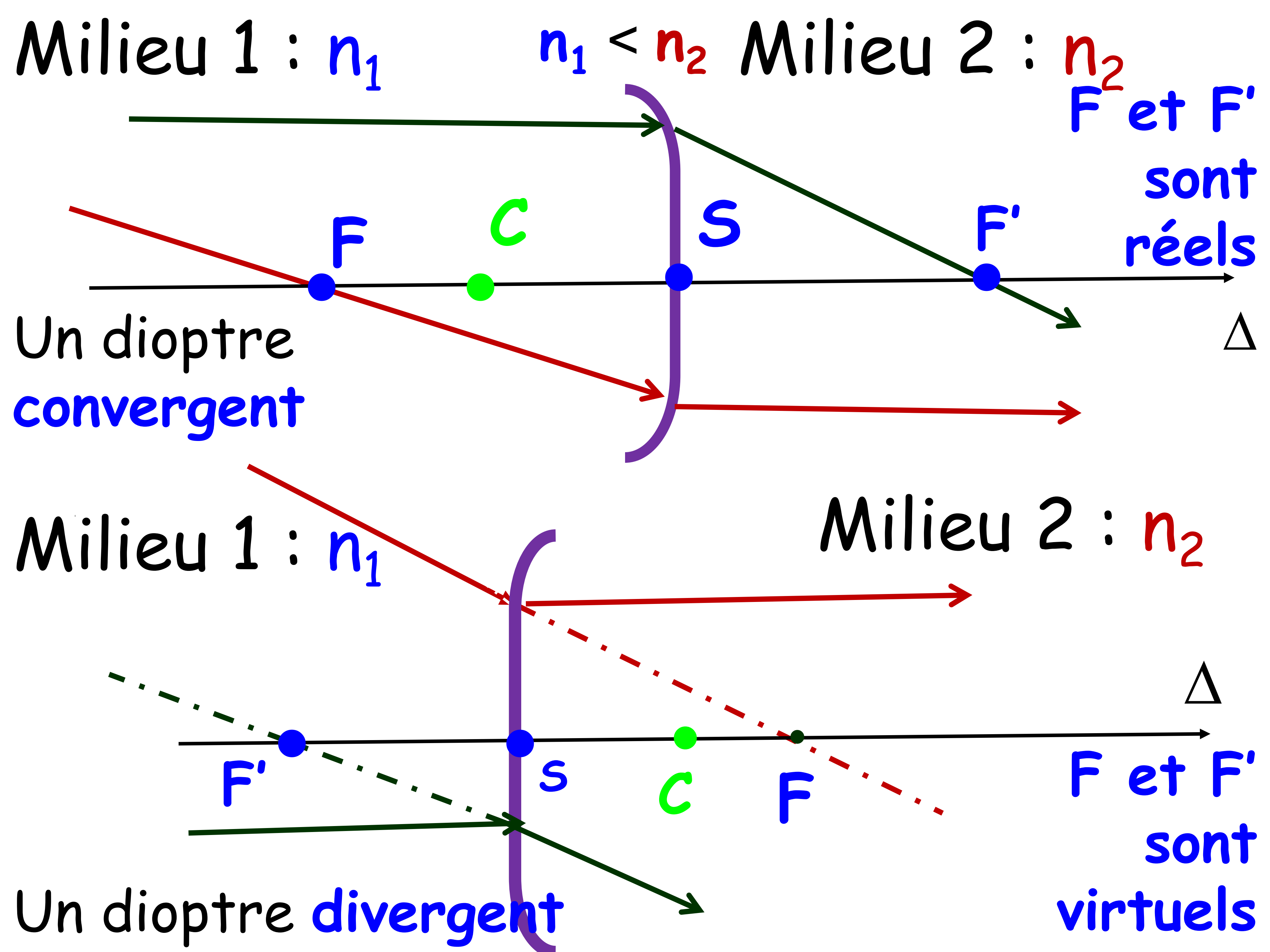
$$f = \overline{SF} = \frac{R.n_1}{(n_1 - n_2)}$$

$$f' = \overline{SF'} = \frac{-R.n_2}{(n_1 - n_2)}$$

SF et **SF'** sont de signes opposés. **F** et **F'** même nature, les **2 sont réels** ou les **2 virtuels**. Chaque foyer se situe dans un milieu. **F** et **F'** sont toujours de part et d'autre de **S**.

$$\frac{\overline{SF'}}{\overline{SF}} = \frac{f'}{f} = -\left(\frac{n_2}{n_1}\right)$$

Le rapport des distances focales f et f' d'un dioptre sphérique (**S**, **C**, n_1, n_2) est égal au rapport des indices changé de signe.


Milieu 1 : n_1
$n_1 < n_2$
Milieu 2 : n_2
F et F' sont réels
F
C
S
F'
Δ
Un dioptre convergent
Milieu 1 : n_1
Milieu 2 : n_2
Δ
F'
S
C
F
F et F' sont virtuels
Un dioptre divergent

Contrairement au **miroir sphérique**, **il n'y a jamais de foyer** entre S et C, pour un dioptre sphérique (S, C, n_1, n_2). .

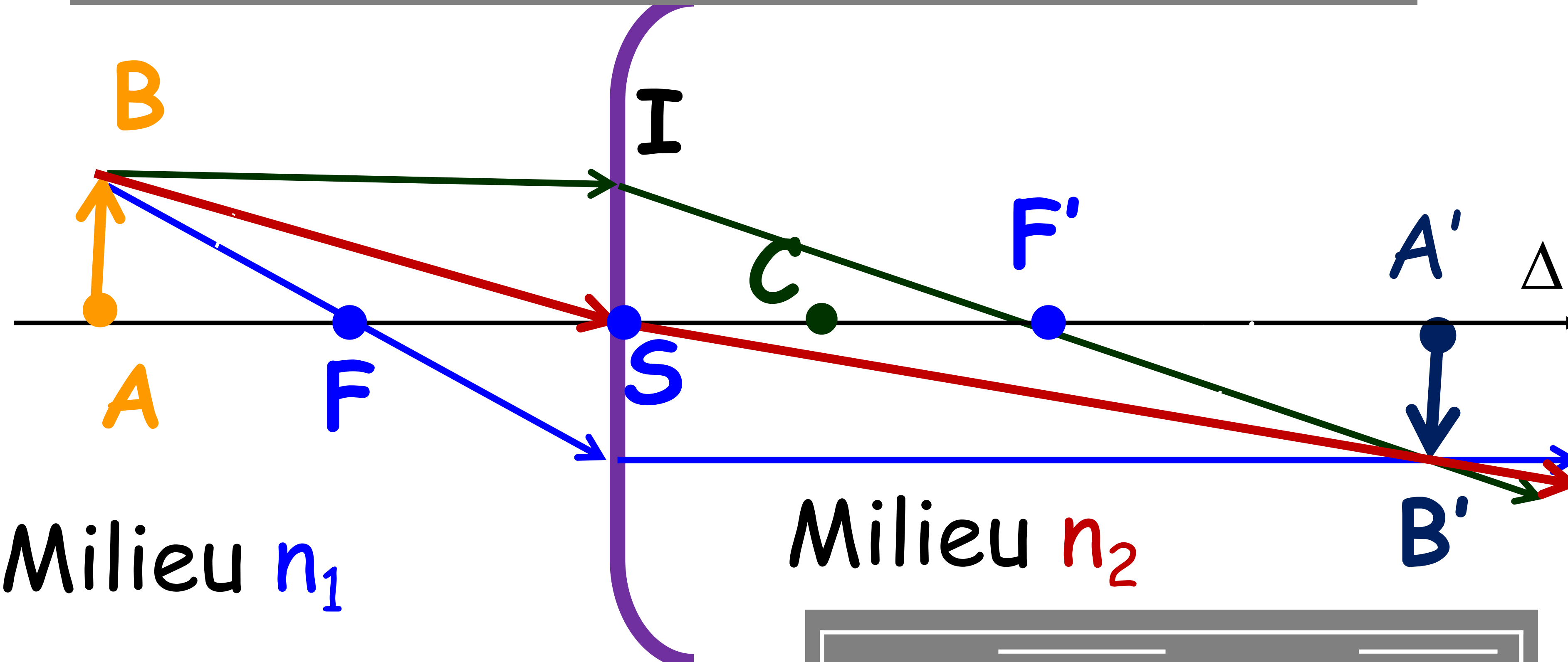
❖ Un dioptre sphérique est **convergent** si les deux <u>**foyers F et F' sont réels**</u> $\overline{SF'} > 0$ $V > 0$

❖ **Le centre C** d'un dioptre sphérique convergent est situé dans le milieu le <u>**plus réfringent**</u> (indice de réfraction le plus grand).

❖ Un dioptre sphérique est **divergent** si les deux <u>**foyers F et F' sont virtuels**</u> $\overline{SF'} < 0$ $V < 0$

❖ **le centre C** d'un dioptre sphérique divergent est situé dans le <u>**milieu moins réfringent**</u> (indice de réfraction le plus grand).

$$n_1.i_1 = n_2.i_2, \quad i_1 = \frac{\overline{AB}}{\overline{SA}}, i_2 = \frac{\overline{A'B'}}{\overline{SA'}}, \quad n_1.\frac{\overline{AB}}{\overline{SA}} = n_2.\frac{\overline{A'B'}}{\overline{SA'}}$$

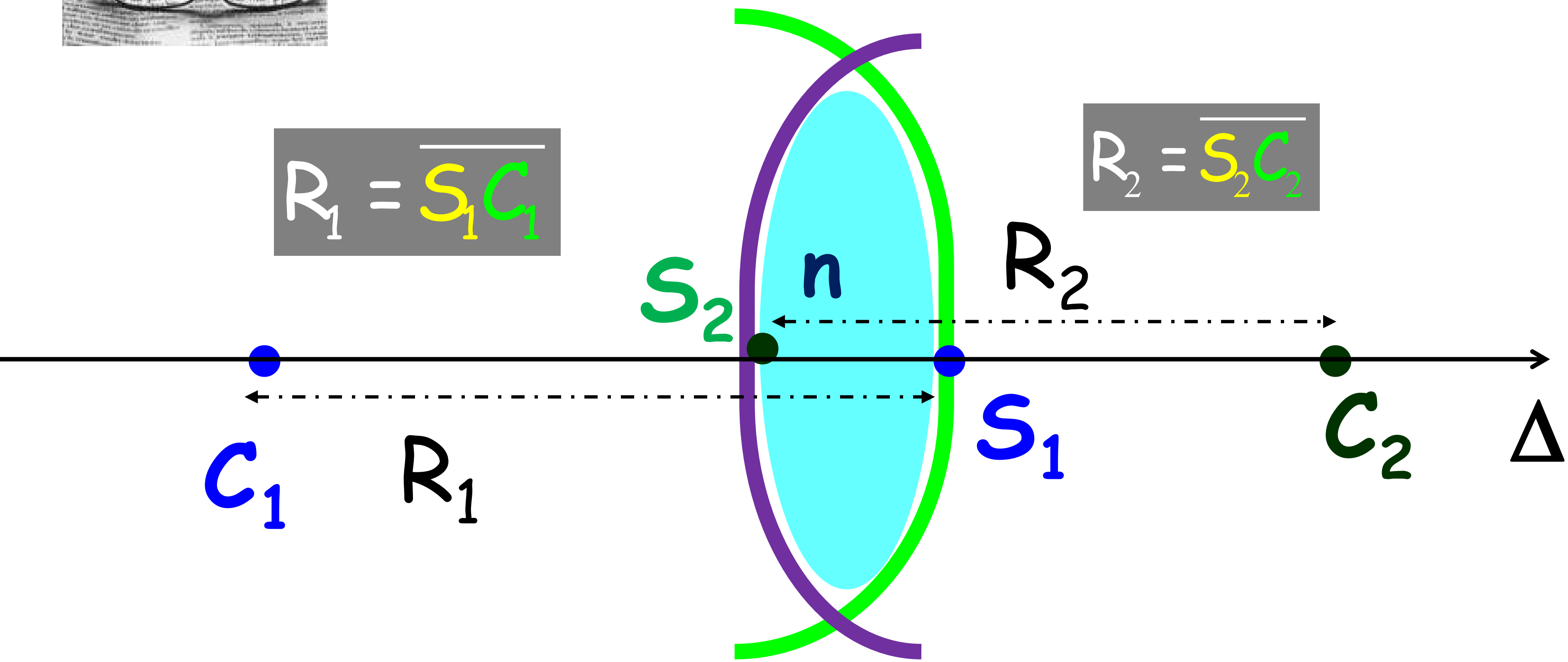


Le grandissement transversal d'un dioptre sphérique (S, C, n_1, n_2)

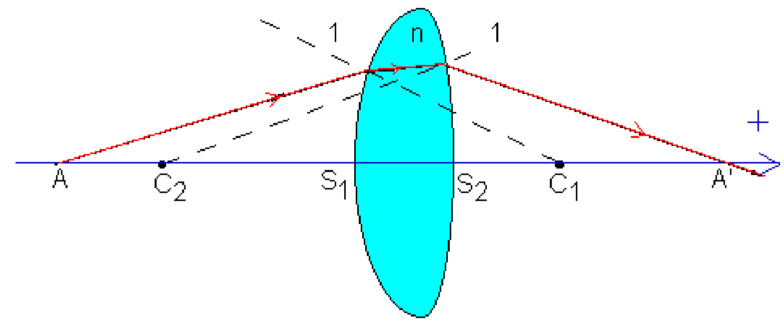
$$\boxed{\gamma_t = \frac{\overline{A'B'}}{\overline{AB}} = \frac{n_1}{n_2}\frac{\overline{SA'}}{\overline{SA}}}$$

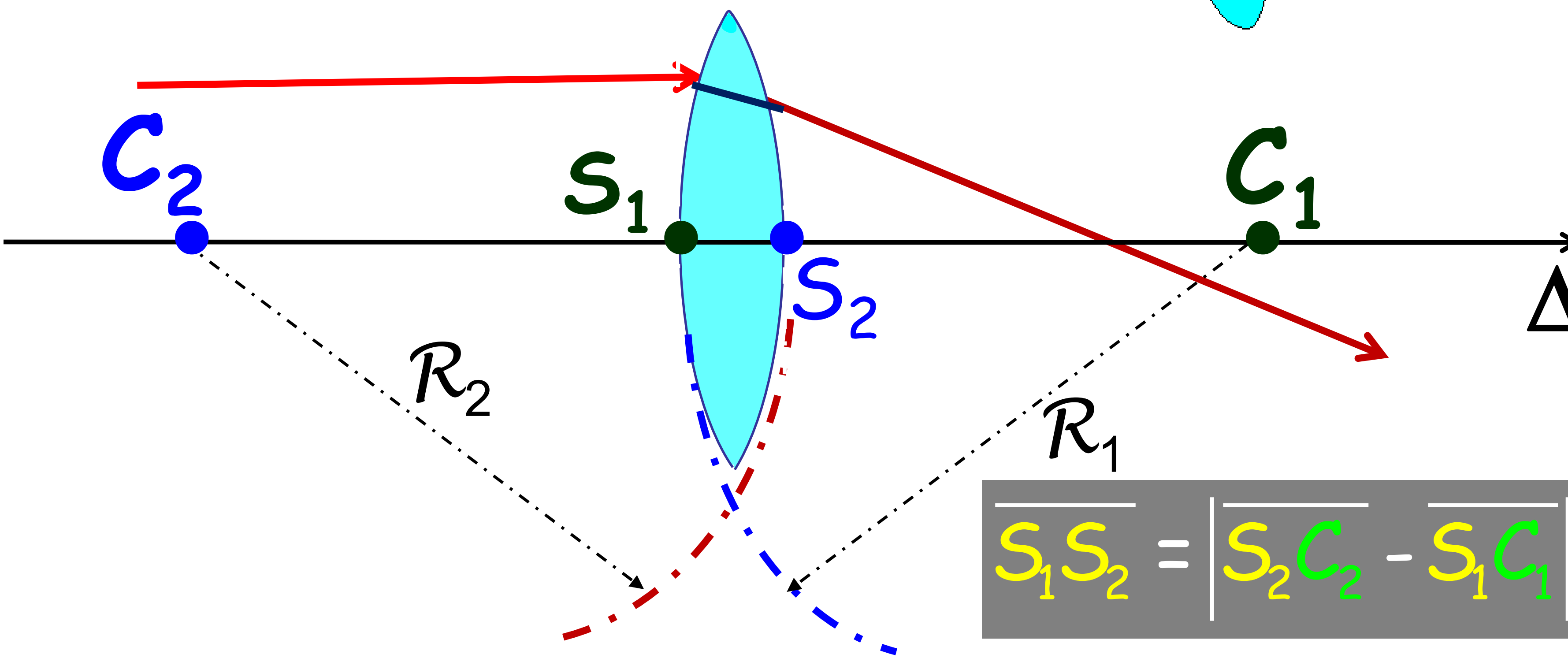
Lentilles

Définition : **Une lentille** est un <u>milieu transparent</u> limité par <u>deux calottes sphériques</u>, ou par <u>une calotte sphérique et une plane.</u>



La lentille idéale : surfaces sphériques



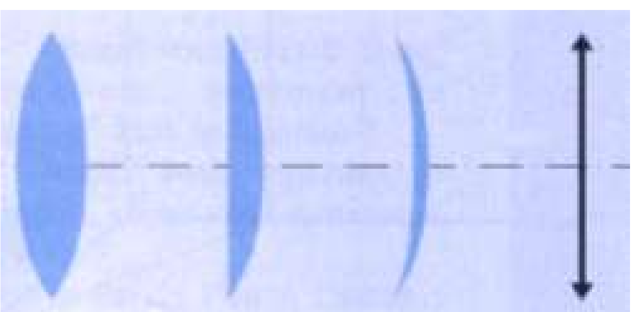


$$\overline{S_1S_2} = \left|\overline{S_2C_2} - \overline{S_1C_1}\right|$$

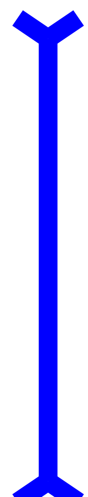
lentille mince si : $\overline{S_1S_2} \ll \overline{S_1C_1} \qquad \overline{S_1S_2} \approx \overline{S_2C_2}$

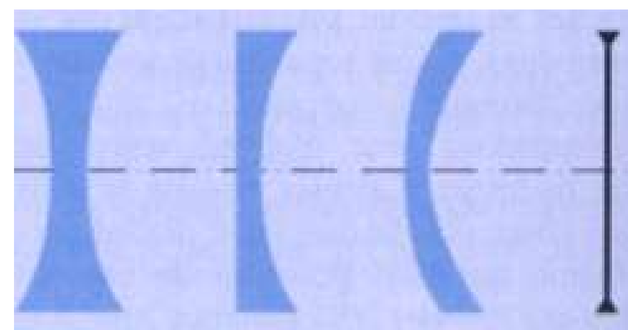
Une **lentille** est dite **mince** quand son épaisseur, mesurée sur l'axe principal, est très petite comparée aux rayons de courbure.

Par suite, nous représenterons **schématiquement** les lentilles à **bords minces** et à **bords épais**, respectivement **Convergente et Divergente**.



symbole





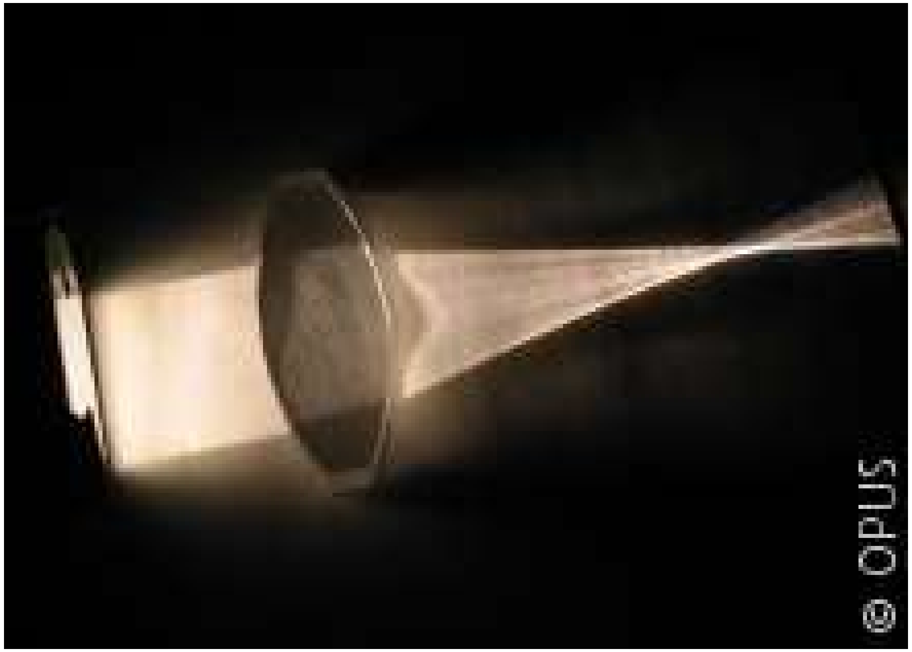
convergente

divergente

Lentille convergente :

Plans focaux : Toute lentille mince **convergente**, quelle que soit sa forme, possède **deux foyers principaux réels**, **symétriques** par rapport au **centre optique O**.

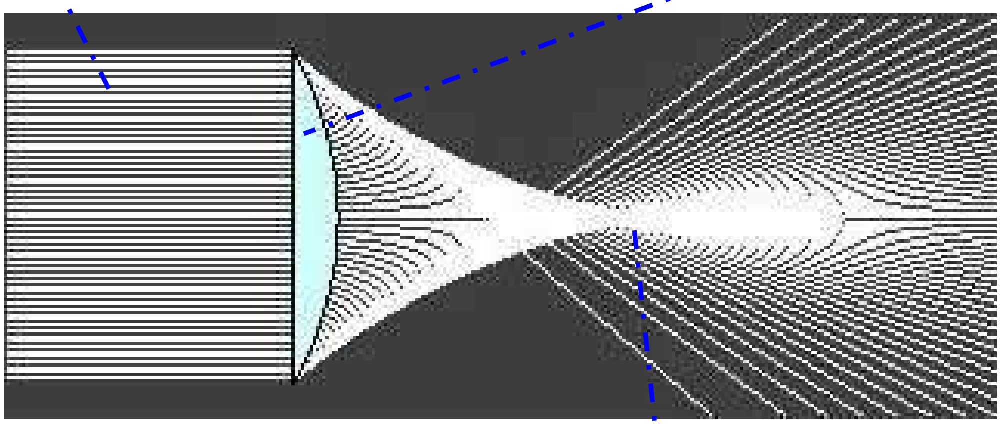
- **Le premier** est le **foyer principal objet** et **le second** est le **foyer principal image**.



$$\overline{OF'} = f' = -f = -\overline{OF}$$

Lentille convergente

Lumière parallèle

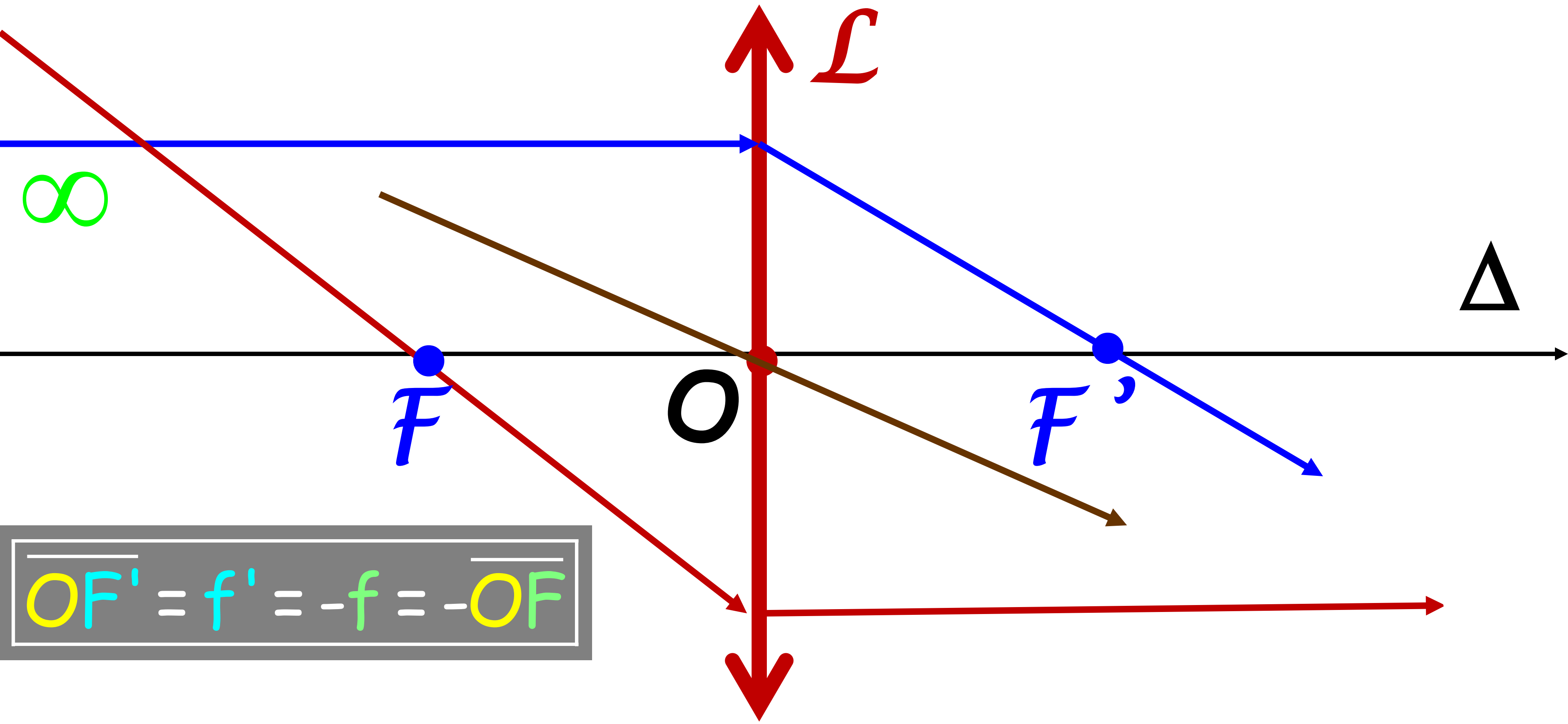


Foyer principal image

On appelle distance focale d'une lentille mince, la <u>mesure algébrique</u> :

$$\boxed{\overline{OF'} = f' = -f = -\overline{OF}}$$

L'infini ∞ et le **foyer principal image F'** sont <u>conjugués</u> par la lentille $\mathcal{L}$



le **foyer principal objet F** et L'infini sont <u>conjugués</u> par la lentille $\mathcal{L}$

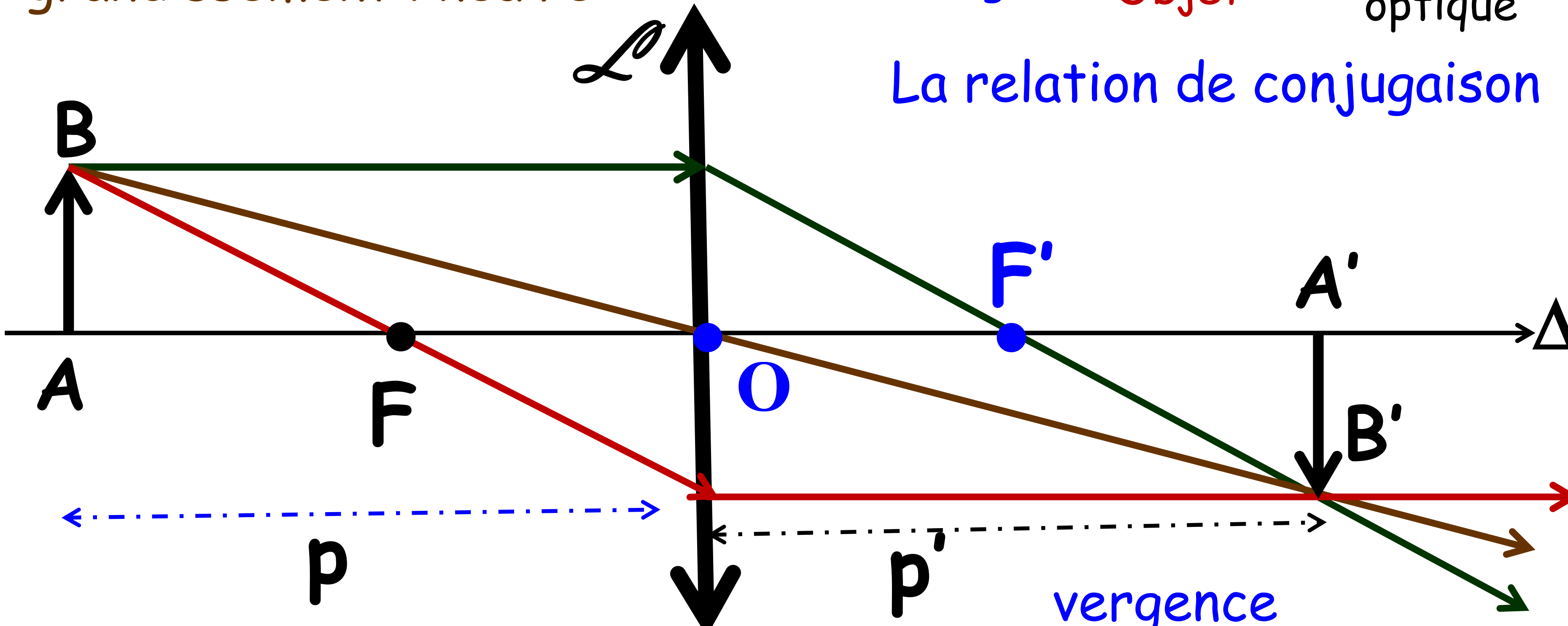
$$\gamma_t = \frac{\overline{A'B'}}{\overline{AB}} = \frac{\overline{OA'}}{\overline{OA}} \Rightarrow \gamma_t = \frac{p'}{p}$$

grandissement linéaire

$$\frac{1}{\overline{OA'}} - \frac{1}{\overline{OA}} = \frac{1}{\overline{OF'}}$$

Image Objet = Instrument optique

La relation de conjugaison



La relation de conjugaison du point source A et son image A', fournie par une lentille convergente $\mathcal{L}$ de distance focale **f'**.

vergence

$$v = \frac{1}{f'} = -\frac{1}{f} \quad \text{(dioptries)}$$

Lentille divergente :

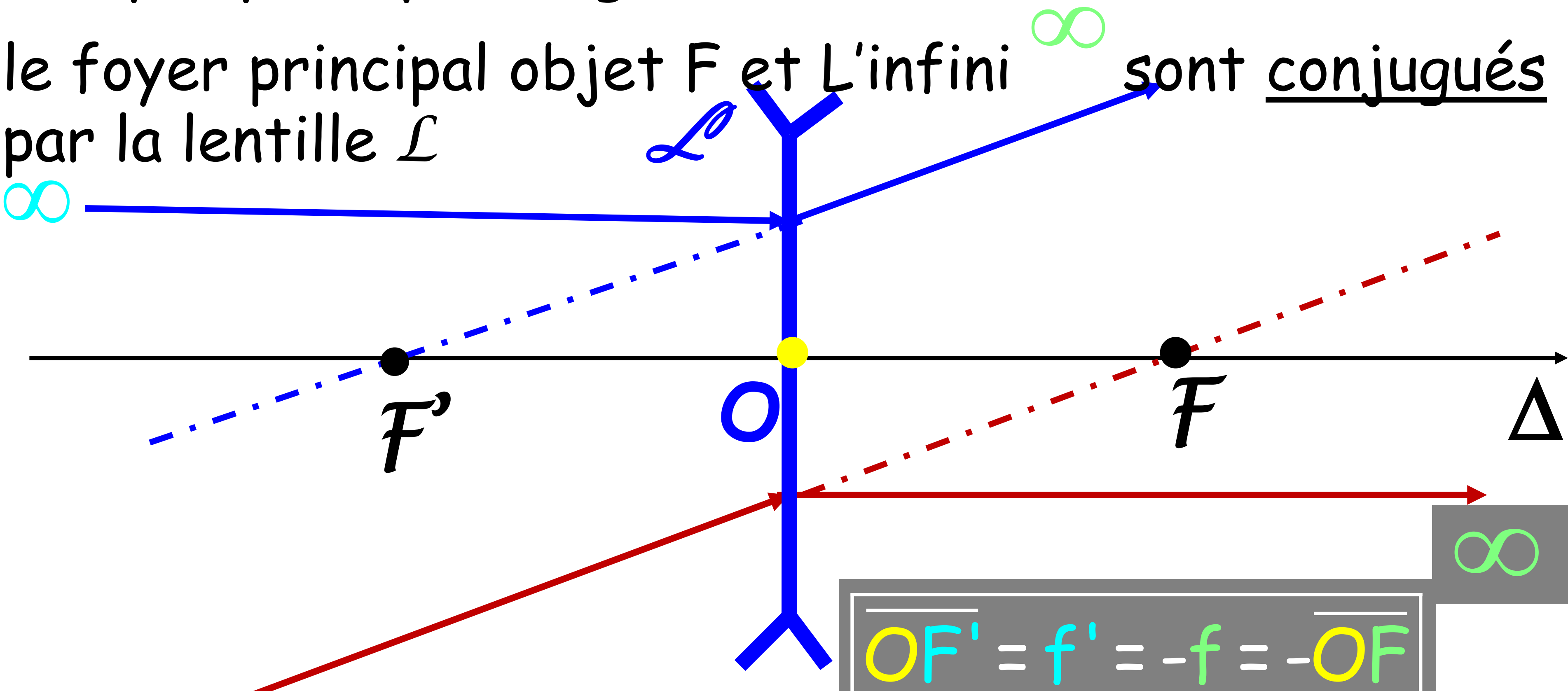
<u>**Plans focaux**</u> : Toute lentille **divergente**, quelle que soit sa forme, possède **deux foyers principaux virtuels**, **symétriques** par rapport au **centre optique O**.

Le premier est le **foyer principal objet** et le **second est le foyer principal image**. Ce dernier est **l'image** d'un **point situé à l'infini**.

L'infini et le foyer principal image F' sont <u>conjugués</u> par la lentille divergente $\mathcal{L}$.

Autrement dit, tout rayon parallèle à l'axe principal de la lentille émerge de celle-ci comme s'il venait du foyer principal image F'.

le foyer principal objet F et L'infini sont <u>conjugués</u> par la lentille $\mathcal{L}$



$$\boxed{\overline{OF'} = f' = -f = -\overline{OF}}$$

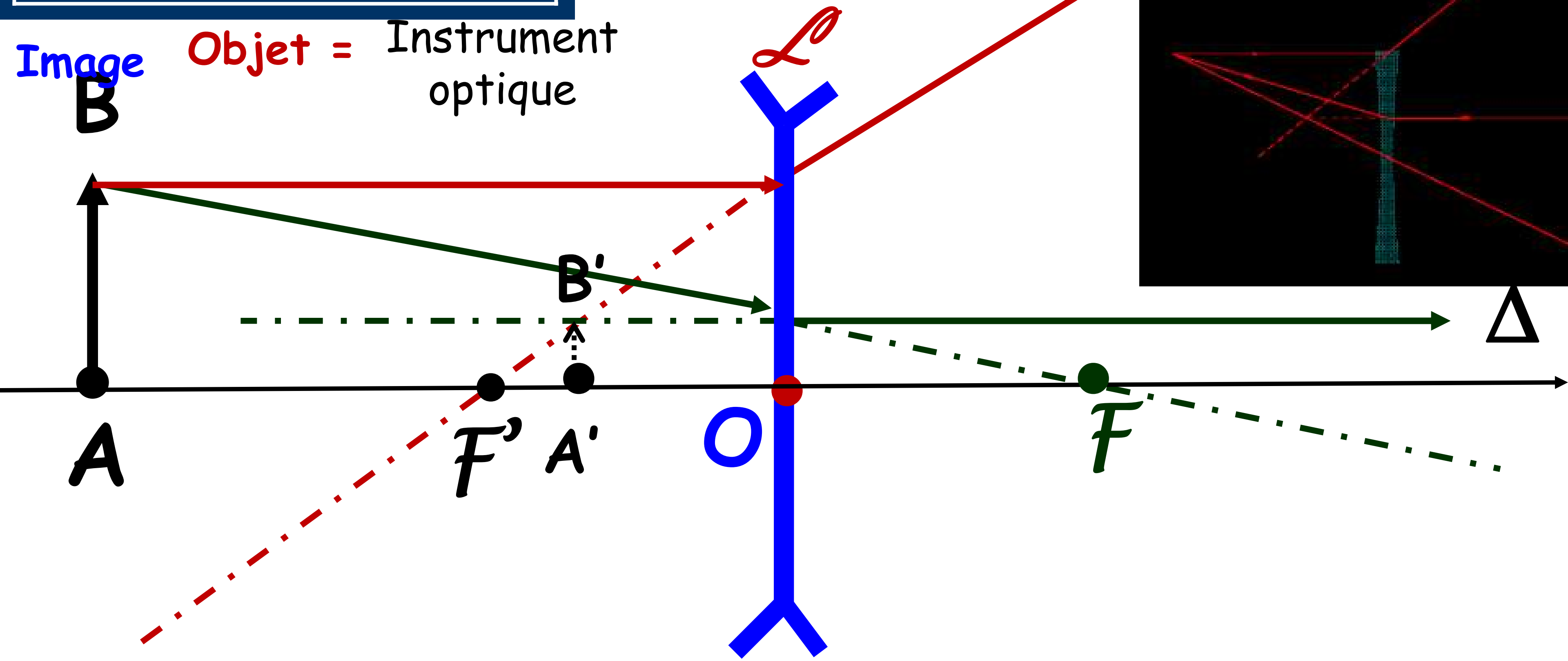
$$\frac{1}{\overline{OA'}} - \frac{1}{\overline{OA}} = \frac{1}{\overline{OF'}}$$

La relation de conjugaison

AB : objet réel,

A'B' : image

Image **Objet** = Instrument optique

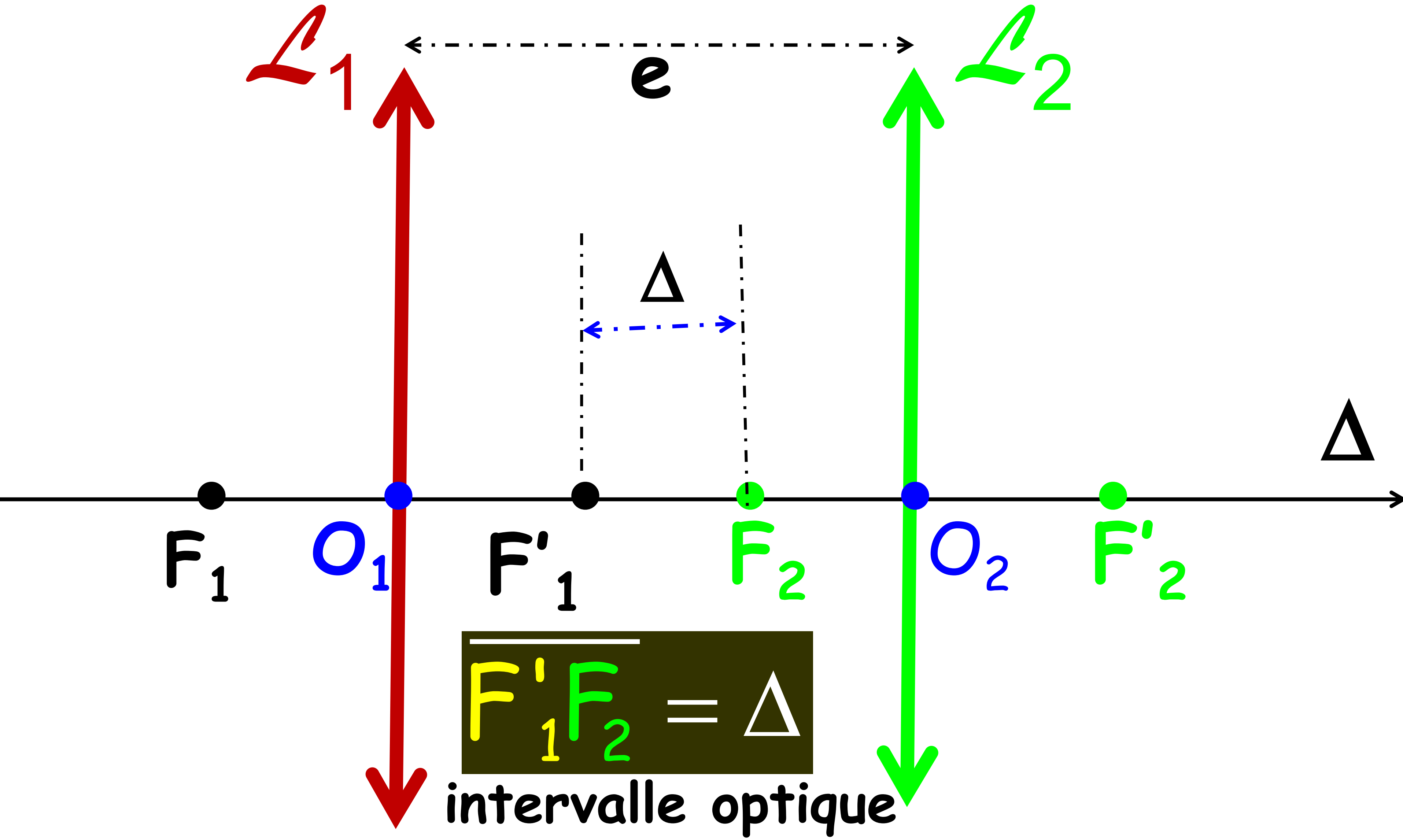


La vergence, exprimée dioptrie, d'une lentille mince est **l'inverse** de sa **distance focale f '**.

$$V_{(\delta)} = \frac{1}{f'_{(m)}}$$

Association de Lentilles

Association de lentilles



$$V_{Doublet} = V_1 + V_2 - e.V_1.V_2$$

Un doublet

Vergence d'un doublet:
Formule de Gullstrand

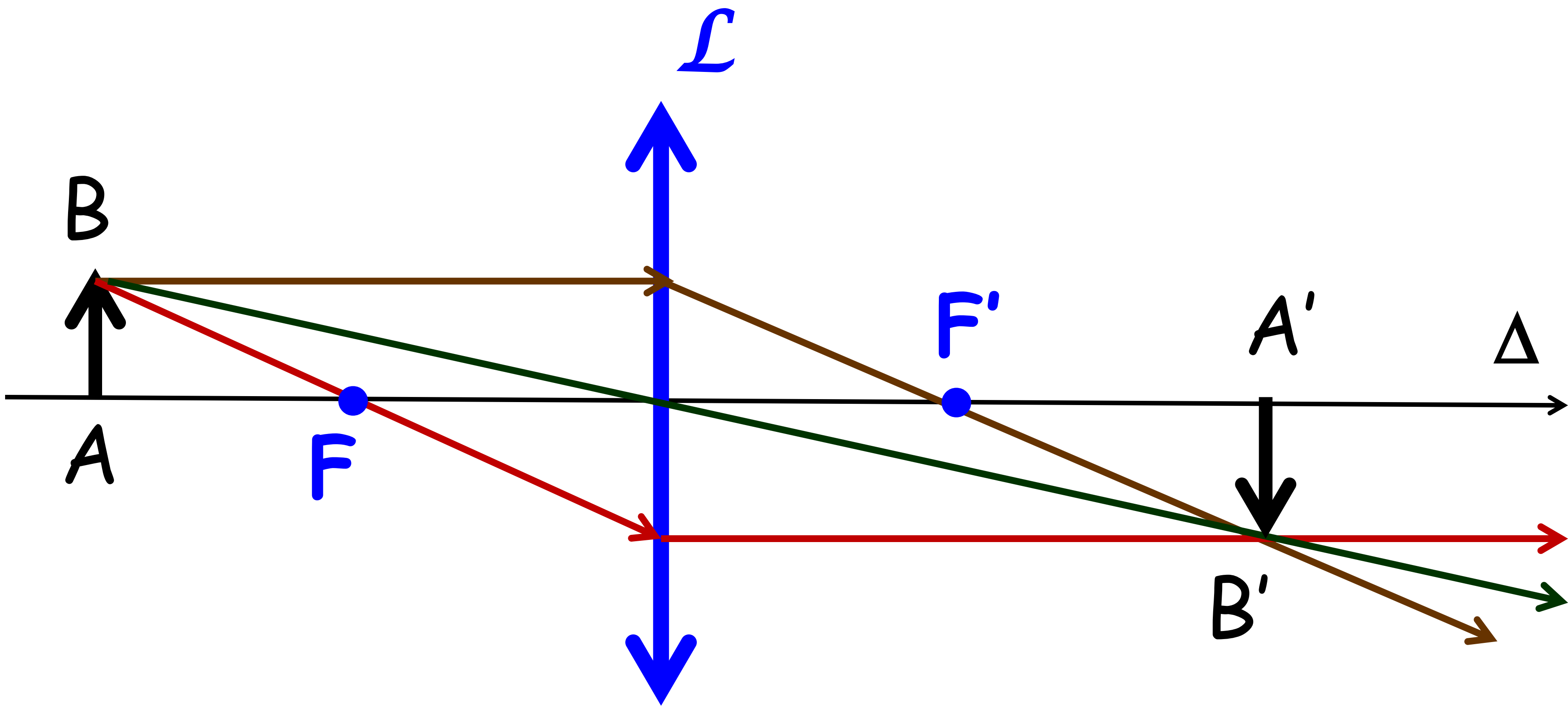
$$\boxed{V_{Doublet} = V_1 + V_2 - e.V_1.V_2}$$

$$\frac{1}{f'_1} + \frac{1}{f'_2} - \frac{e}{f'_1.f'_2} = \frac{1}{f'} \Rightarrow \boxed{f' = \frac{f'_1.f'_2}{f'_1 + f'_2 - e}}$$

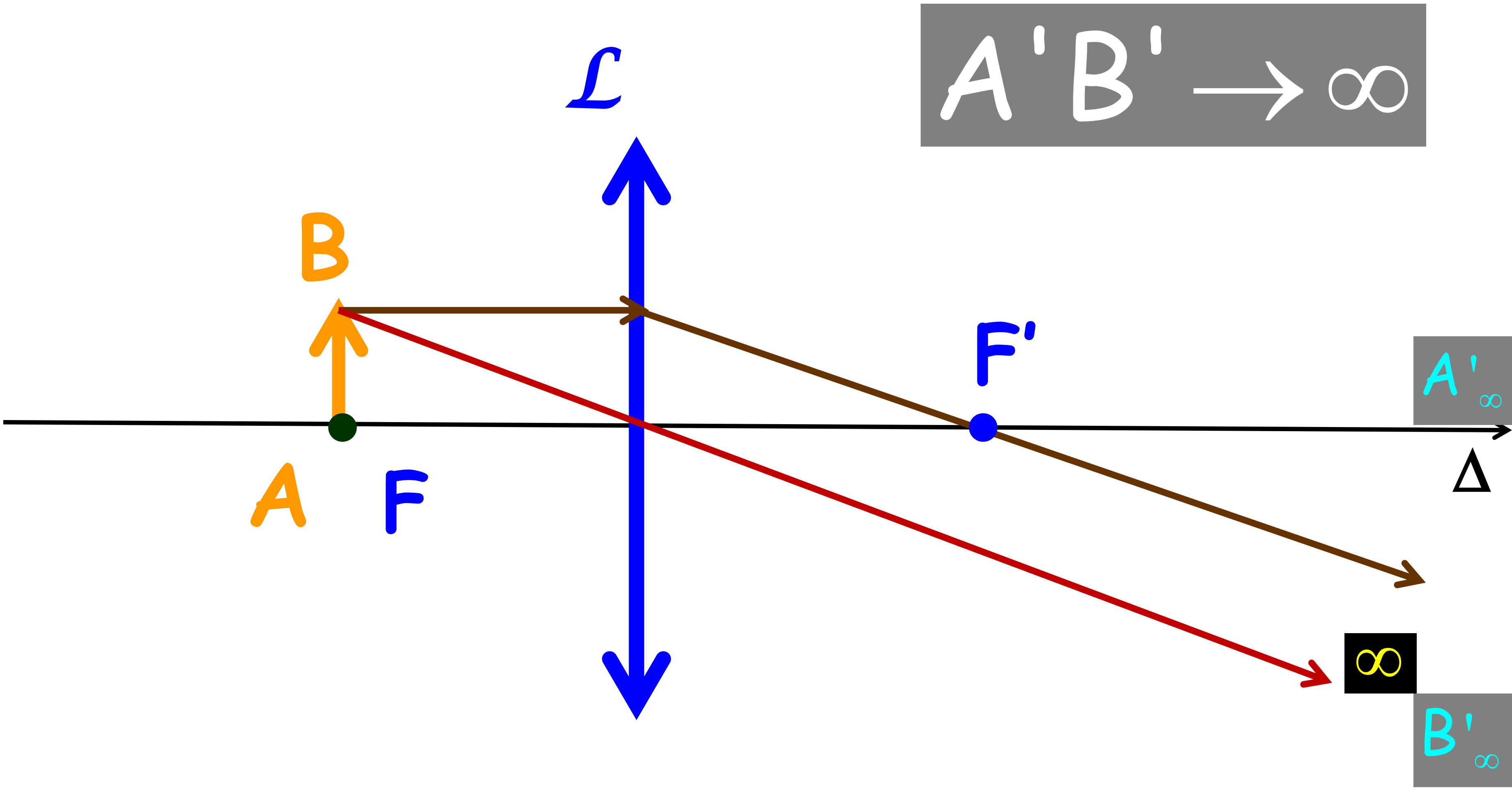
La distance focale d'une lentille équivalente $\mathcal{L}$

Dans le cas où les 2 lentilles sont accolées, e = 0, alors la vergence :

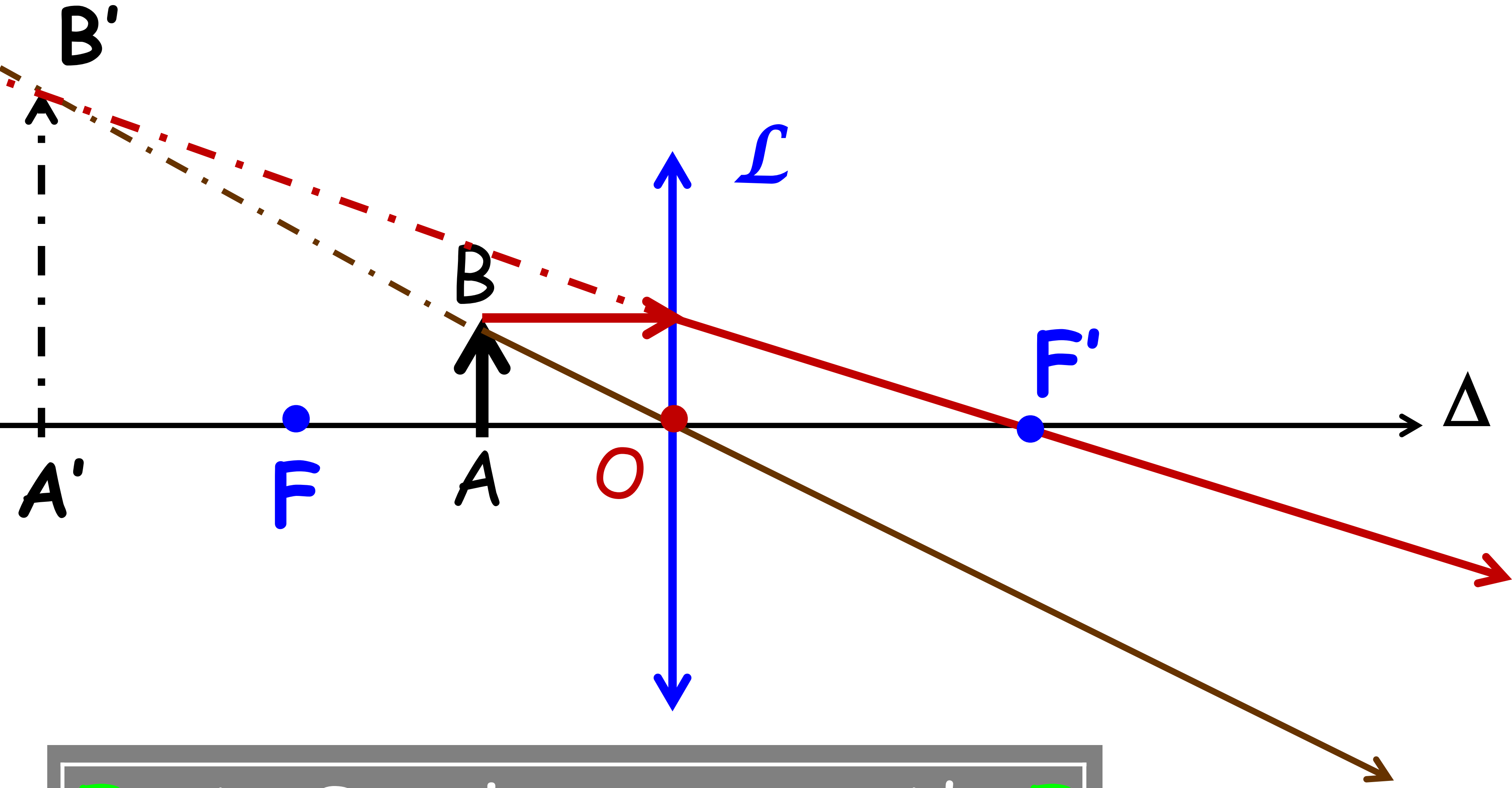
$$\boxed{V = V_1 + V_2}$$



$-\infty < A < F$ alors $F' < A' < +\infty$



A'B' → ∞
ℒ
B
F'
A'∞
A
F
Δ
∞
B'∞



$F < A < O$ alors $-\infty < A' < F$

Fin...