

Série d'exercices N° 1
Rappels Maths

Partie I. Analyse dimensionnelle

Exercice 1.

Compléter le tableau suivant :

Grandeur physique	Symbole de la grandeur	Formule utilisée	Dimension	Unité (SI)
Surface				
Volume				
Masse volumique				
Fréquence				
Vitesse linéaire				
Accélération linéaire				
Force				
Travail				
Energie				
Puissance				
Pression				

Exercice 2.

La trajectoire $y=f(x)$ d'un projectile lâché avec une vitesse initiale (v_0) à partir d'un point (o) situé à une hauteur (h) du plan d'impact, est donnée par la formule suivante :

$$y = \frac{g}{2v_0^2} x^2 + h$$

- Démontrez que cette formule est homogène. (g est l'accélération de la pesanteur)

Exercice 3.

Dans un fluide, une bille de rayon r animée d'une vitesse v est soumise à une force de frottement donnée par : $F = 6\pi\eta r v$, où η est la viscosité du fluide.

1) Quelle est la dimension de η ?

2) Lorsque la bille est lâchée sans vitesse initiale à l'instant $t = 0$, sa vitesse s'écrit pour $t > 0$: $v = a(1 - \exp(-t/b))$ où a et b sont deux grandeurs qui dépendent des caractéristiques du fluide. Quelles sont les dimensions de a et b ?

Exercice 4

L'expérience a montré que la vitesse v du son dans un gaz n'est fonction que de la masse volumique du gaz ρ et de son coefficient de compressibilité χ . Elle est donnée par $v = k\rho^x \chi^y$. On rappelle que χ est homogène à l'inverse d'une pression et k est une constante sans dimension.

- Déterminer la relation de la vitesse du son v .

Partie II. Calcul d'erreur et évaluation d'incertitude

Exercice 1.

1. Afin de calculer le périmètre et l'aire d'un rectangle, nous avons répété les mesures de sa longueur L et de sa largeur l cinq fois. Nous avons obtenu les valeurs suivantes en cm :

L	9	9,1	8,9	8,8
l	6,1	5,9	6,2	6,1

a. Donner des valeurs approchées de L et l ;

b. Déterminer les incertitudes sur les mesures de L et l en prenant les Ecart absolu ;

c. Donner les valeurs approchées du périmètre P et de l'aire A du rectangle en question ;

d. Calculer les incertitudes absolues et relatives sur les mesures de P et A .

2. Pour calculer l'accélération terrestre g utilisant un pendule simple, on mesure la longueur du pendule l ainsi que la période d'oscillation T et on utilise la loi $T = 2\pi \sqrt{\frac{l}{g}}$ avec $l = (0,997 \pm 0,005) \text{ m}$ et $T = (2,03 \pm 0,01) \text{ s}$.

- Donner les incertitudes absolue et relative de la mesure de g .

3. La position d'un mobile est donnée par l'équation horaire $x = x_0 e^{\frac{-t}{\tau}}$. Afin de déterminer la constante τ ; nous avons mesuré sa position initiale ce qui a donné la valeur $x_0 = 5,1 \pm 0,2 \text{ cm}$, ensuite nous avons mesuré sa position à l'instant $t = 3 \pm 0,1 \text{ s}$ et nous avons trouvé $x_0 = 6,5 \pm 0,2 \text{ cm}$.

- Déterminer la valeur de τ ainsi que les incertitudes absolue et relative.

Exercice 2.

Si on lance depuis le sol un objet avec une vitesse v et sous un angle α par rapport à l'horizontale, la hauteur maximale atteinte par l'objet est donnée par la formule :

$$h = \frac{v_0^2 \sin^2(\alpha)}{2g}$$

Les mesures sur la vitesse et l'angle donnent $v_0 = 3 \pm 1$ m/s et $\alpha = 1 \pm 0,05$ rad. On donne $g = 9,80$ m/s (l'accélération gravitationnelle).

- Déterminer l'incertitude relative sur h ($\frac{\Delta h}{h}$) et également l'incertitude absolue Δh .

Exercices additionnels

Exercice 1.

L'équation caractéristique d'un fluide à température constante est de la forme suivante :

$$\left(p + \frac{a}{v^2}\right)(v - b) = c$$

Où p est la pression et V est le volume.

- Déterminer les dimensions des grandeurs a , b et c .

Exercice 2.

L'énergie d'un mobile en mécanique relativiste est donnée par la relation suivante :

$$E = \frac{m_0 c^2}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}}$$

Où m_0 est la masse du mobile, v sa vitesse et c vitesse de la lumière.

- Sachant que : $m_0 = (1.000 \pm 0.001)$ kg, $c = (2997280.0 \pm 0.8)$ km/s et $v = (200000.0 \pm 0.8)$ km/s.
- Calculer l'incertitude relative $\frac{\Delta E}{E}$.

Exercice 3.

Un sac contient $2.1 \text{ kg} \pm 50 \text{ g}$ de bonbons. Pour estimer le nombre de bonbons présents dans le sac, on pèse un bonbon au hasard et on obtient $15 \pm 3 \text{ g}$. On suppose que tous les bonbons sont identiques. Calculer le nombre total de bonbons avec les incertitudes absolue et relative.

Exercice 4

La mesure du rayon d'un disque donne $r = 5 \pm 0.4 \text{ cm}$. Calculer la surface S du disque, ainsi que les incertitudes de la mesure (absolue et relative).

Exercice 5

La période des oscillations T , d'un pendule de torsion composé d'une sphère de masse m et de rayon R , s'écrit :

$$T = \frac{1}{2\pi} \sqrt{\frac{2mR^2}{C}}$$

1. Trouver la dimension de la constante C .

- 2. Calculer l'incertitude relative sur C ($\frac{\Delta C}{C}$), sachant que $T = (0.700 \pm 0.001)$ s, $m = (0.960 \pm 0.001)$ Kg et $R = (0.072 \pm 0.001)$ m.