

CHAPITRE 1

ELECTROMAGNETISME

§1. INDUCTION MAGNÉTIQUE

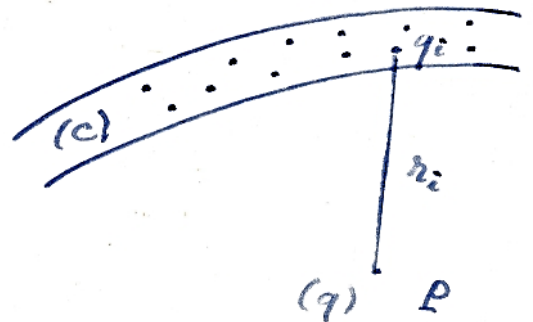
a. Champ d'induction magnétique créé par des charges en mouvement.

Nous savons qu'une charge immobile q crée en un point P à distance r un champ électrique (voir chapitre V)

$$\vec{E} = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{q}{r^2} \vec{u}_r$$

Un ensemble de charges q_i immobiles, réparties dans un espace C , crée en un point P un champ électrique (voir fig. 98)

$$\vec{E} = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \sum_i \frac{q_i}{r_i^2} \vec{u}_{r_i} \quad (1)$$



et une charge q , immobile, placée en ce point (en P), est soumise à une force électrique (la force électrostatique)

$$\vec{F}_e = q\vec{E}$$

Si maintenant les charges q_i se déplacent avec de faibles vitesses, leur répartition dans l'espace C restant homogène, le champ créé en P en ce ensemble de charges est toujours donné par la relation (1), mais en mouvement ces charges q_i créent un courant I . Si d'une part, les charges q_i en se plaçant créent un courant I et créent un champ magnétique dans l'espace, et si d'autre part q est animée d'une vitesse \vec{v} , alors l'expérience montre que la force \vec{F} agissant sur q est de la forme :

Fig. 98

$$\vec{F} = q (\vec{E} + \vec{v} \times \vec{B}) \quad (2)$$

Le vecteur \vec{B} est appelé induction magnétique (ou bien champ d'induction magnétique créé par des charges en mouvement). Il n'existe que si les charges agissantes sont en mouvement. $q\vec{E}$ est la force électrique, $q(\vec{v} \times \vec{B})$ est la force magnétique.

Remarquons que cette expression se réduit à son premier terme, la force électrique, non seulement quand la charge q est immobile ($\vec{v} = 0$) mais encore quand cette charge est en mouvement mais en présence de charges agissantes immobiles ($\vec{B} = 0$). Si nous nous intéressons seulement au champ magnétique créé par des charges en mouvement on a finalement

$$\vec{F} = q (\vec{v} \times \vec{B}) \quad (3)$$

b. Loi de Laplace

La formule (3) est appliquée à une charge q en mouvement. Si α est l'angle que font entre eux les vecteurs \vec{v} et \vec{B} , le module de \vec{F} est $F = qvB \sin \alpha$

Le sens de la force \vec{F} est celui de la propagation du tire-bouchons quand l'on amène \vec{v} sur \vec{B} . Si F est exprimé en newton ($\text{kg} \frac{\text{m}}{\text{s}^2}$), q en coulomb, v en $\frac{\text{m}}{\text{s}}$, B est exprimé en webers par m^2 ou teslas ($\text{Wb} \cdot \text{m}^{-2}$)

Maintenant pour un élément de courant filiforme cylindrique de longueur dl (Voir fig. 99), q est alors la charge contenue dans l'élément de ce courant de section S . Si n est le nombre de charges mobiles e par unité de volume, on a

$$q = ne \vec{S} \cdot d\vec{l}$$

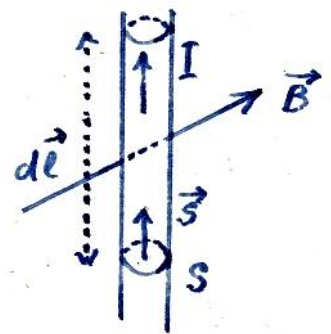


Fig. 99

La relation $\vec{F} = q(\vec{v} \times \vec{B})$ devient $\vec{F} = ne \vec{S} dl (\vec{v} \times \vec{B})$

Comme $n e \vec{v} = \vec{i}$ (densité de courant, voir chapitre) et que $I = \vec{i} \cdot \vec{s}$ - intensité de courant, on a finalement

$$\vec{F} = n e \vec{v} (\vec{s} d\vec{l}) \times \vec{B}$$

mais les vecteurs \vec{v} , $d\vec{l}$ et \vec{s} ont même sens

$$\vec{F} = (n e \vec{v} \vec{s} \cdot d\vec{l} \times \vec{B})$$

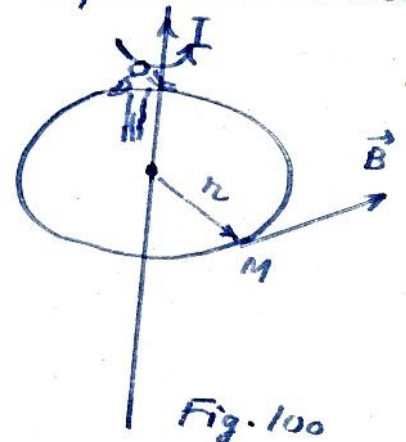
$$\vec{F} = I (d\vec{l} \times \vec{B}) \quad (4)$$

et le module de \vec{F} est $F = I d\ell B \sin \alpha$, où α est l'angle que fait $d\vec{l}$ avec \vec{B} .

La relation (4) traduit la loi de Laplace pour un élément de courant. Elle montre que, connaissant I , $d\ell$ et F on peut mesurer \vec{B} .

c. Champ d'induction magnétique créée par un courant rectiligne filiforme indéfini.

Considérons un courant rectiligne filiforme indéfini dont l'intensité est I . La mesure de l'induction magnétique produite par un fil rectiligne défini montre que les lignes d'induction sont des cercles ayant le fil pour axe (voir fig. 100).



L'expérience montre, d'autre part, qu'en un point M situé au voisinage du courant l'induction B est proportionnelle à I et inversement proportionnelle à la distance $\vec{r} = \vec{OM}$:

$$B = k \frac{I}{r}$$

La constante k dépend des unités choisies. \vec{B} est dirigée de la droite vers la gauche de l'observateur qui serait placé le long du fil, de façon que le courant aille de ses pieds vers sa tête (voir fig. 100) et qui regarderait le point M où l'on évalue l'induction.

Dans le système MKSA

$k = \frac{\mu_0}{2\pi}$ avec $\mu = 4\pi \cdot 10^{-7} \frac{H}{m}$ est la perméabilité magnétique du vide

Finalement

$B = \frac{\mu_0}{2\pi} \frac{I}{r}$

d- Champ magnétique et théorème d'Ampère. Déflexion magnétique

i) Théorème d'Ampère. Revenons au champ d'induction magnétique \vec{B} créé par un courant rectiligne filiforme indéfini. Il est intéressant de calculer le travail de \vec{B} le long d'un cercle de rayon r (voir fig. 101) - ou bien la circulation du vecteur induction le long du cercle de rayon r

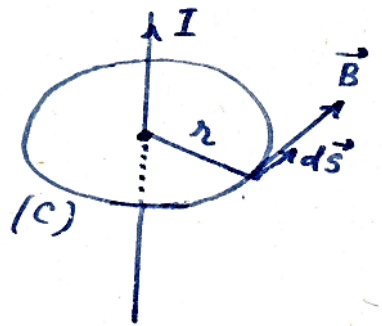


Fig. 101

$\oint_{(C)} \vec{B} \cdot d\vec{s} = \oint_{(C)} \frac{\mu_0}{2\pi} \frac{I}{r} ds = \frac{\mu_0}{2\pi} \frac{I}{r} 2\pi r = \mu_0 I$

parce que $d\vec{s}$ et \vec{B} ont le même sens

$\oint \vec{B} \cdot d\vec{s} = \mu_0 I$

Cette expression peut encore être simplifiée si l'on introduit le vecteur \vec{H} défini en tout point de l'espace par

$\vec{B} = \mu_0 \vec{H}$

\vec{H} est appelé champ magnétique alors que \vec{B} est appelé champ d'induction magnétique

On a

$\oint \vec{H} \cdot d\vec{s} = I$ (5)

C'est le théorème d'Ampère

\vec{H} s'exprime en ampère par mètre ($A \cdot m^{-1}$)

La relation (5) est encore vraie quelle que soit la

forme du courant I et quelle que soit la forme la courbe fermée (C) le long de laquelle s'effectue la circulation de \vec{H} . (voir fig 102).

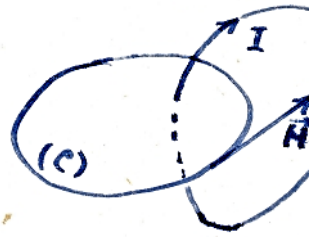


Fig. 102

ii) Déflexion magnétique

Supposon qu'un corpuscule électrisé, un proton (un électron) par exemple, pénètre avec une vitesse \vec{v} dans un champ d'induction \vec{B} uniforme, perpendiculaire au plan de la figure qui contient et dont l'action s'exerce à l'intérieur du cercle de rayon R (voir fig-103)

Ce corpuscule est soumis à une force de Laplace \vec{F} perpendiculaire au plan qui contient \vec{v} et \vec{B} .

La trajectoire du proton, primitivement rectiligne, s'incurve et décrit l'arc AC . Au point c , n'étant plus soumis à l'action du champ d'induction, le proton décrit tangente T et rencontre l'écran fluorescente en P . Puisque

$$\vec{F} = e^+ (\vec{v} \times \vec{B})$$

et que \vec{v} et \vec{B} sont perpendiculaires

$$F = e^+ v B$$

F est dans le plan de la figure et perpendiculaire à \vec{v} ; l'accélération tangentielle est donc nulle et la vitesse v est constante.

L'accélération normale étant égale à $\frac{v^2}{R}$, si m est la masse du proton, on a

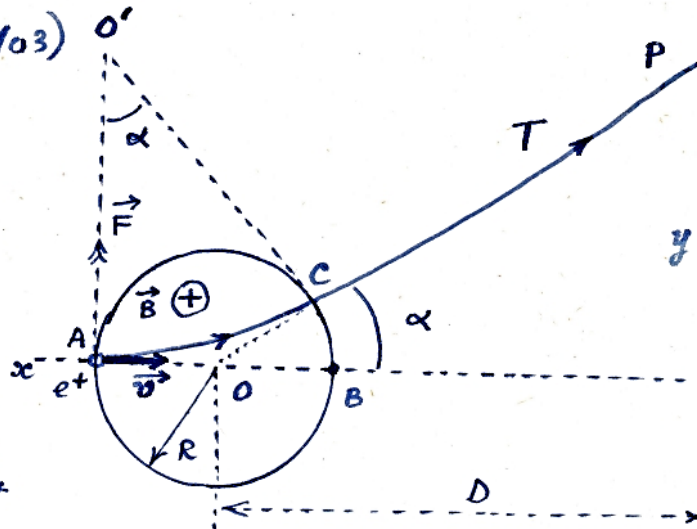


Fig. 103

.6.

$$F = m \frac{v^2}{\rho} = e v B$$

et

$$\rho = \frac{m v}{e B}$$

m , v , e et B étant constantes, le rayon de courbure de la trajectoire est constant et AC est un arc de cercle

Dans ces conditions, la tangente T rencontre $x'x$ au centre O du cercle C et $y = D \operatorname{tg} \alpha$. Comme α est toujours très petit $y \approx D \alpha$ et la longueur de l'arc AC est très sensiblement égale au diamètre $2R$ du cercle C .

Enfinement $\rho \alpha = AC = 2R$ et $\alpha = \frac{2R}{\rho}$

$$y \approx D \frac{2R}{\rho} \approx D \frac{2R}{m v} e B$$

D , m , R , e et B sont connus. La vitesse v de la particule, qui ne doit pas être trop grande, si l'on veut considérer m comme constante, se calcule facilement. En effet, une particule électrisée de charge e , soumise à une différence de potentiel accélératrice V , acquiert une énergie cinétique

$$W_e = eV = \frac{1}{2} m v^2$$

$$\text{et } v = \sqrt{\frac{2eV}{m}}$$

Application numérique :

$$D = 1 \text{ m}, R = 5 \text{ cm}, e = 1,6 \cdot 10^{-19} \text{ C}, B = \frac{1}{10} \text{ Wb} \cdot \text{m}^{-2}$$

$$m = \frac{1}{6 \cdot 10^{26}} \text{ kg} \quad v = 10^4 \text{ km} \cdot \text{s}^{-1} \quad y = 9,6 \text{ m}$$

$$\alpha = \frac{9,6}{100} \approx 0,096 \text{ radian} \approx 5^{\circ} 30'$$

e- Loi de Biot et Savart. Application à un cas simple

i) Loi de Biot et Savart.

Si nous avons un circuit parcouru par un courant d'intensité I . (voir fig. 104)

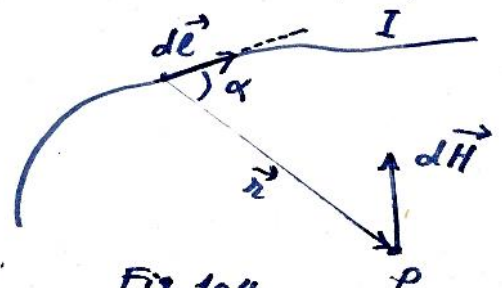


Fig. 104

La loi de Biot et Savart nous donne le champ magnétique élémentaire $d\vec{H}$ créé, en un point P, par un élément de circuit de longueur $d\vec{l}$

$$d\vec{H} = \frac{I}{4\pi} \frac{d\vec{l} \times \vec{r}}{r^3}$$

$d\vec{H}$ est donc un vecteur perpendiculaire au plan de figure qui contient $d\vec{l}$ et P et son sens est celui de la propagation du tire-bouchon dans une notation qui amène $d\vec{l}$ sur \vec{r} .

ii) Application: Champ \vec{H} créé par un courant rectiligne filiforme indéfini.

Nous savons que \vec{H} dans ce cas est perpendiculaire au plan passant par le fil et par M et entrant à ce plan

$$\begin{aligned} dH &= \frac{I}{4\pi} \frac{dl}{r^2} \sin \angle P'PM \\ &= \frac{I}{4\pi} \frac{dl}{r^2} \sin \angle MPO \\ &= \frac{I}{4\pi} \frac{dl}{r^2} \cos \theta \end{aligned}$$

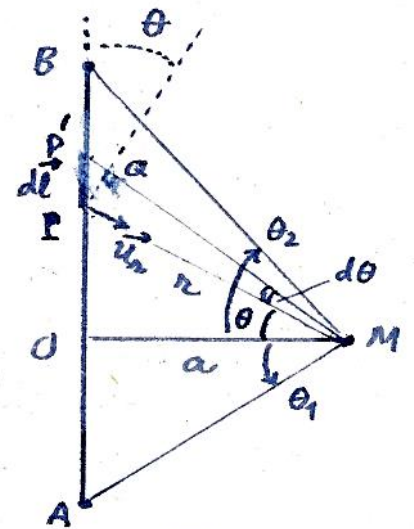


Fig. 105

mais $dl \cos \theta = PQ = r \sin d\theta \approx r d\theta$ et $r = \frac{a}{\cos \theta}$
c'est pourquoi $dl = \frac{r d\theta}{\cos \theta} = \frac{a d\theta}{\cos^2 \theta}$

$$dH = \frac{I}{4\pi} \frac{a d\theta}{\cos \theta} \frac{1}{\frac{a^2}{\cos^2 \theta}} = \frac{I \cos \theta d\theta}{4\pi a}$$

$$H_{AB} = \frac{I}{4\pi a} \int_{\theta_1}^{\theta_2} \cos \theta d\theta = \frac{I}{4\pi a} \sin \theta \Big|_{\theta_1}^{\theta_2} = \frac{I}{4\pi a} (\sin \theta_2 - \sin \theta_1)$$

Si la distance a est négligeable par rapport à OA et OB , les angles θ_1 et θ_2 sont respectivement égales à $-\frac{\pi}{2}$ et $+\frac{\pi}{2}$, alors on obtient

$$H = \frac{I}{2\pi a}$$

Pour une bobine de N spires et de longueur l , le vecteur induction magnétique est parallèle à l'axe de la bobine, dirigé vers gauche et son intensité (voir fig 106) est égale à $B = \mu_0 \frac{NI}{l}$, B est exprimé en tesla, I en A, l en mètres.

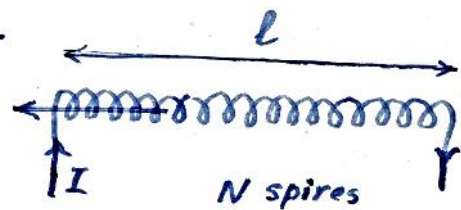


Fig. 106

f. Travail de forces électromagnétiques. Théorème de Maxwell.

Considérons un circuit (C) parcouru par un courant d'intensité I qui est composé de deux fils rectilignes parallèles f et f' indéformables et d'un élément AB mobile de longueur Δl - voir fig 107 -, ce élément est perpendiculaire aux f et f' .

Le plan de ce circuit est normal à un champ d'induction \vec{B} uniforme. L'élément Δl est soumis à la force électromagnétique dont le module est

$$f = I \Delta l B$$

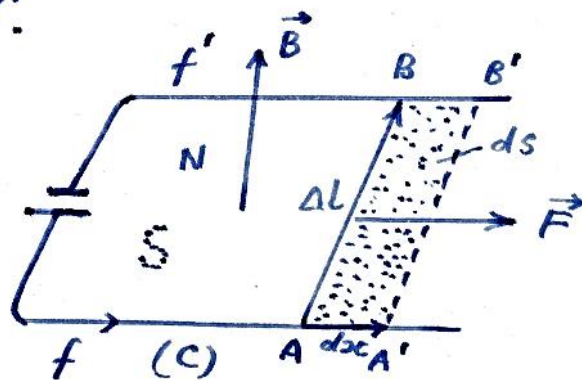


Fig. 107

Si le fil se déplace de AB en $A'B'$ ($AA' = dx$), le travail de cette force électromagnétique est

$$dW = f dx = IB \Delta l dx$$

$\Delta l dx$ est la variation dS de surface du circuit et finalement

$$dW = IB dS$$

or $B dS$ est la variation $d\phi$ de flux d'induction à travers le circuit, on a donc

$$d\phi = B ds$$

$$\text{et } dW = I d\phi$$

Si le flux varie de ϕ_1 à ϕ_2 : $W = I(\phi_2 - \phi_1)$
 où W est exprimé en joules, I en ampères et ϕ en webers.

Si $\Delta\phi$ est la variation totale de flux sortant par la face Nord du circuit après sa déformation, le travail des forces électromagnétiques est :

$$W = I\Delta\phi = I(\phi_2 - \phi_1)$$

Cette relation est appelée le théorème de Maxwell

§ 2. INDUCTION ET SELF-INDUCTION

a- Induction

i) Expérience

On sait qu'un courant apparaît dans tout circuit à travers lequel le flux du vecteur induction magnétique varie (voir fig. 108). C'est le courant d'

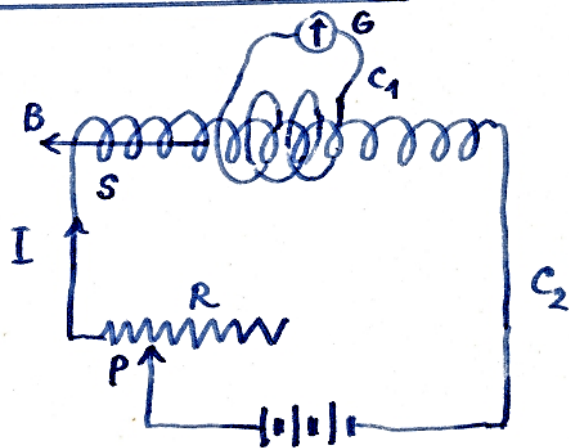


Fig. 108

Induction. Ce courant ne dure que pendant le temps de la variation du flux et son sens dépend du signe de la variation de ce flux. Considérons l'expérience suivante. Dans le circuit C_1 comprenant quelques spires se trouve le galvanomètre G qui permet de déceler (découvrir) le passage d'un courant. Dans le solénoïde S passe un courant I qui varie lorsque l'on modifie la résistance R du circuit C_2 . Toute variation de I s'accompagne d'une variation de l'induction magnétique B créée par le solénoïde, c'est pourquoi flux de l'induction magnétique \vec{B} à travers C_1 varie.

Nous savons que vecteur induction magnétique d'une bobine est parallèle à l'axe de la bobine, dirigée vers la gauche et son intensité est égale à

$$B = \mu_0 \frac{NI}{l}$$

N - le nombre de spires du solénoïde et l sa longueur; B est exprimé en teslas, I en A, l en mètre

Suivant que \vec{B} croît ou décroît, (l'aiguille du galvanomètre dévie dans l'un ou l'autre sens et revient à sa position initiale dès que \vec{B} est constant.

ii) Relation entre la force-électromotrice d'induction et la variation du flux de \vec{B}

Considérons l'élément dl qui, au cours de la déformation du circuit, passe de AB en $A'B'$ avec une vitesse \vec{v}_1 (voir fig 109). Les charges libres qui se

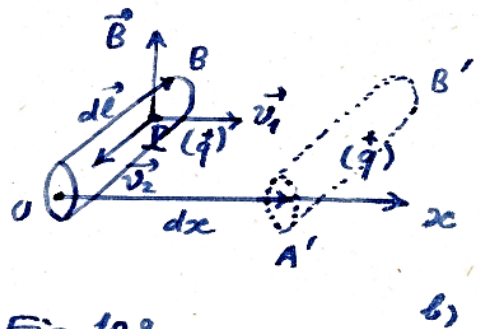
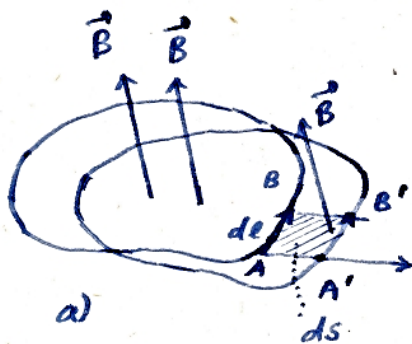


Fig. 109

trouve dans cet élément se déplacent donc vers la droite, dans le champ d'induction \vec{B} , avec la vitesse \vec{v}_1 . Pour simplifier, supposons que les charges mobiles q sont positives. Maintenant considérons l'une entre eux située au point P . Cette charge, étant animée de la vitesse \vec{v}_1 dirigée suivant Ox , est soumise à une force électromagnétique qui tend déplacer cette charge vers l'avant (car la force électromagnétique $\vec{f} = e(\vec{v} \times \vec{B})$ en lui communiquant une vitesse \vec{v}_2 parallèle à dl (voir fig 109 b).

La vitesse résultante est donc

$$\vec{v} = \vec{v}_1 + \vec{v}_2$$

et la force électromagnétique \vec{f} est donnée par la loi de Laplace

$$\vec{f} = q (\vec{v}_1 + \vec{v}_2) \times \vec{B}$$

À cette force correspond un champ électromoteur \vec{E} tel que $\vec{f} = q\vec{E} \longrightarrow \vec{E} = \frac{\vec{f}}{q} = (\vec{v}_1 + \vec{v}_2) \times \vec{B}$

La force électromotrice du (ou le travail électrique) qui apparaît entre A et B est égale au travail de \vec{E} le long de $d\vec{l}$

$$\begin{aligned} du &= \vec{E} d\vec{l} = (\vec{v}_1 + \vec{v}_2) \times \vec{B} d\vec{l} = (\vec{v}_1 \times \vec{B}) d\vec{l} + (\vec{v}_2 \times \vec{B}) d\vec{l} \\ &= (d\vec{l} \times \vec{v}_1) \vec{B} + (d\vec{l} \times \vec{v}_2) \vec{B} \\ &= (d\vec{l} \times \vec{v}_1) \vec{B} \end{aligned}$$

or $\vec{v}_1 = \frac{d\vec{x}}{dt} \longrightarrow du = -(\vec{v}_1 \times d\vec{l}) \vec{B} = -\left(\frac{d\vec{x}}{dt} \times d\vec{l}\right) \vec{B}$

D'autre part $d\vec{x} \times d\vec{l} = d\vec{S}$, par conséquent

$$du = - \frac{d\vec{S} \cdot \vec{B}}{dt} = - \frac{d\Phi}{dt} \quad \left(\begin{array}{l} \text{en volts} \\ \text{en Webers} \\ \text{seconde} \end{array} \right)$$

$d\Phi$ est le flux de \vec{B} à travers la surface écrivante par élément $d\vec{l}$ dans intervalle du temps dt . du est exprimé en volts, $d\Phi$ en webers, dt en secondes.

Si $d\Phi$ est la variation de flux à travers tout le circuit, c'est-à-dire la variation de flux pour tous les éléments qui composent ce circuit, la force électromotrice d'induction u a pour expression

$$u = - \frac{d\Phi}{dt}$$

iii) Courant induit. Loi de Lenz.

Si la résistance du circuit est R , l'intensité du courant induit est

$$I = \frac{u}{R} = - \frac{1}{R} \frac{d\Phi}{dt}$$

I étant le signe contraire à $d\Phi$ et $d\Phi$ étant égal à $(d\vec{x} \times d\vec{l}) \cdot \vec{B}$. Le sens du courant induit

est opposé à celui de $d\vec{l}$.
 (voir fig. 110). Ainsi quand le flux de \vec{B} à travers le circuit (c) augmente, le courant induit I crée une induction magnétique \vec{B}' dirigée en sens inverse de \vec{B} , tendant ainsi à s'opposer à la variation de flux qui lui a donné naissance. C'est le contenu de la loi de Lenz.

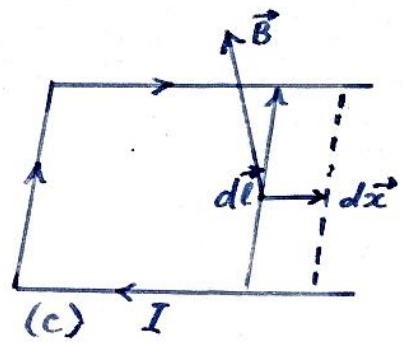


Fig. 110

b. Self-induction

i) Coefficient de self-induction L

On a vu que tout courant crée dans l'espace environnant un champ d'induction \vec{B} proportionnel à son intensité. Si l'on place l'interrupteur A de la fig. 111 dans la position 0-1 de manière à fermer le circuit, l'intensité, primitivement nulle, atteint, au temps t la valeur i . Le flux ϕ de \vec{B} à travers le circuit est donc proportionnel à i et

$$\phi = Li$$

L , coefficient de self-induction, est exprimé en henry: si i est exprimé en ampères et ϕ en webers.

Dans le cas de solénoïde par exemple, on peut calculer le coefficient de self-induction par la formule

$$L = \mu_0 \frac{N^2 S}{l}$$

où N - nombre de spires du solénoïde, S la surface d'une spire, l la longueur de solénoïde.

ii) Courant de self-induction.

À une variation di de l'intensité, correspond une variation de flux $d\phi = L di$, et l'apparition d'une

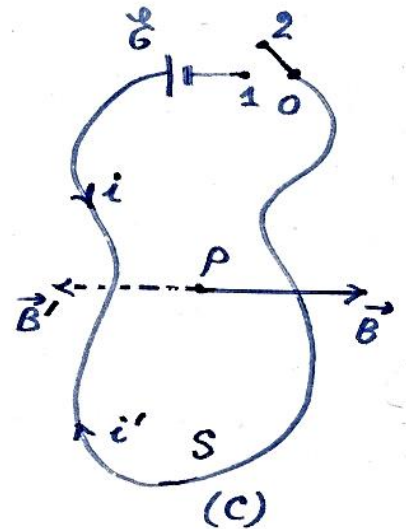


Fig 111

force électromotrice de self-induction

$$\mathcal{E} = - \frac{d\Phi}{dt} = - L \frac{di}{dt}$$

Au courant i se superpose donc un courant i' appelé courant de self-induction (voir fig. 111). La relation précédente montre que si i croît, c'est-à-dire si di est positif, i' est de sens contraire à i (Loi de Lenz) et que si di est négatif (ouverture du circuit,