Ch2 généralités et définitions de base

2.1 Définition et sens physique de la force

Une force désigne, en physique, l'interaction entre deux objets ou systèmes. On appellera force l'action d'un corps sur un autre, se traduisant par une pression, une attraction ou une répulsion. Au minimum deux forces exercées sur l'objet sont nécessaires pour induire une déformation de celui-ci.

Autre définition :

On appelle force la grandeur vectorielle décrivant une Interaction capable de produire un mouvement ou de créer une déformation.

2.2 Représentation mathématique de la force

Le modèle mathématique d'une force est le vecteur. La représentation d'une force est un « vecteur ». Ce vecteur est représenté graphiquement par « une flèche ». La longueur de la flèche est proportionnelle à son intensité.

L'action de la force sur le corps est déterminée par (figure 2.1.) :

- le point d'application de la force.
- La direction de la force s'appelle aussi ligne d'action (Δ)
- Le sens : $A \rightarrow B$
- La force est une grandeur vectorielle ; elle se représente graphiquement par un vecteur $\vec{F}$
- La valeur numérique (le module de la force s'obtient avec la comparaison avec l'unité de la force) $|\vec{F}| = |\vec{AB}|$

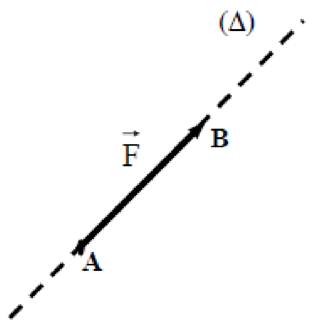

Figure 2.1 *Représentation vectorielle d'une force*

2.3 Opérations sur la force (composition, décomposition, projection)

2.3.1 Résultante de deux forces concourantes

Soient deux forces $\vec{F}_1$ et $\vec{F}_2$ appliquées à un point O du solide (Figure 2.2a). Pour la détermination de leur résultante $\vec{R}$, on construit un parallélogramme sur $\vec{F}_1$ et $\vec{F}_2$ (Figure 2.2b). Le module et la direction de la résultante $\vec{R}$ sont déterminés par la diagonale du parallélogramme construit sur ces deux forces (figure 2.2.b- Règle du parallélogramme).

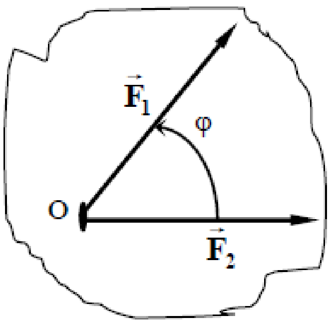

Figure 2.2a

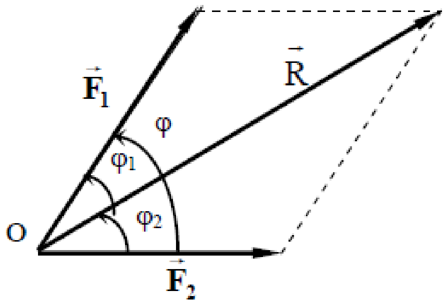

Figure 2.2b. *Parallélogramme de deux forces*

Formules utiles pour les additions de vecteur :

On écrit :

$$\vec{R} = \vec{F}_1 + \vec{F}_2 \qquad (2.1)$$

Son module s'obtient :

$$\left\|\vec{R}\right\| = \sqrt{F_1^2 + F_2^2 - 2F_1F_2\cos(\pi - \varphi)} \qquad (2.2)$$

Et sa direction se détermine :

$$\frac{F_1}{\sin\varphi_2} = \frac{F_2}{\sin\varphi_1} = \frac{R}{\sin(\pi - \varphi)} = \frac{R}{\sin\varphi} \qquad (2.3)$$

Les formules 2.1, 2.2 et 2.3 définissent le module, la direction et le sens de la résultante des deux forces appliquées au même point et faisant un angle φ entre elles.

2.3.2 Résultante de plusieurs forces concourantes

2.3.2.1 Méthode du parallélogramme des forces

On peut faire la somme de plusieurs forces appliquées en un point commun (Figure 1.3a), en faisant leur composition suivant la règle du parallélogramme par composer les forces $\vec{F}_1$ et $\vec{F}_2$, trouver leur résultante $\vec{R}$, puis composer cette dernière et la force $\vec{F}_3$, construire un parallélogramme sur $\vec{R}_1$ et $\vec{F}_3$, trouver la résultante $\vec{R}_2$, et ainsi de suite (figure 2.3b), jusqu'à obtention de la résultante finale $\vec{R}$ (en double lignes dans la figure 2.3b).

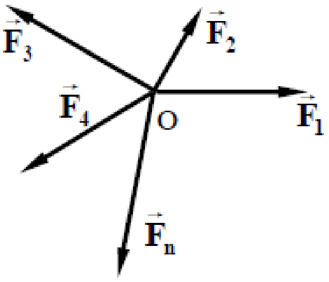

Figure 2.3a

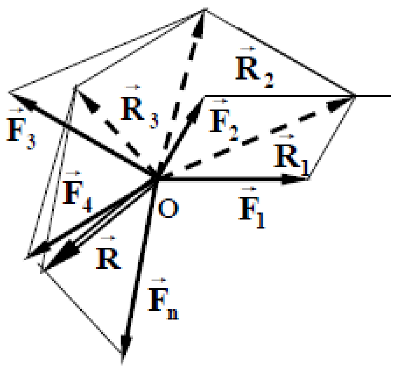

Figure 2.3b

2.3.3 Règle du polygone des forces

Pour la construction du polygone des forces, on respecte le sens et la direction de chaque force. Tout d'abord, on place l'origine du vecteur $\vec{F}_2$ à l'extrémité B de $\vec{F}_1$, puis de placer l'origine $\vec{F}_3$ à l'extrémité C de $\vec{F}_2$,... etc ; en joignant le point A d'application des forces et l'extrémité de $\vec{F}_n$, on obtient la résultante $\vec{R}$. La méthode porte le nom : **La règle du polygone des forces** (Figure 2.4).

La ligne brisée ABDCEF s'appelle polygone des forces et le segment AF, vecteur fermant le polygone s'appelle la résultante des forces.

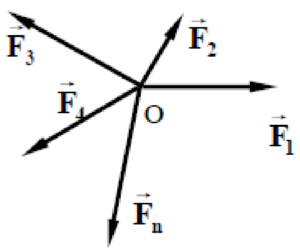

Figure 2.4a. *Système de forces concourantes*

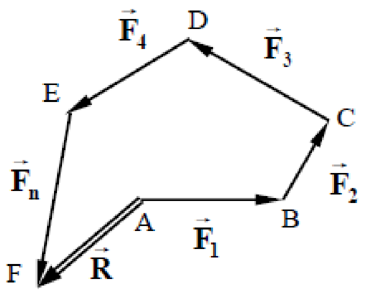

Figure 2.4b. *Polygone des forces*

La ligne brisée ABDCEF s'appelle polygone des forces et le segment AF, vecteur fermant le polygone s'appelle la résultante des forces.

S'il y a n forces $\vec{F}_1$, $\vec{F}_2$, …, $\vec{F}_n$ concourantes en O, leur résultante unique $\vec{R}$ est appliquée en O, et vaut la somme géométrique des vecteurs forces :

$$\vec{R} = \vec{F}_1 + \vec{F}_2 + \ldots + \vec{F}_n = \sum_{i=1}^{n} \vec{F}_i \qquad (2.4)$$

2.3.4 Décomposition géométrique d'une force

2.3.4.1 Décomposition suivant deux directions

Décomposer une force revient à trouver les forces, appelées composantes, qui sont appliquées au même point, et produiront un effet équivalent à celui de la fore décomposée.

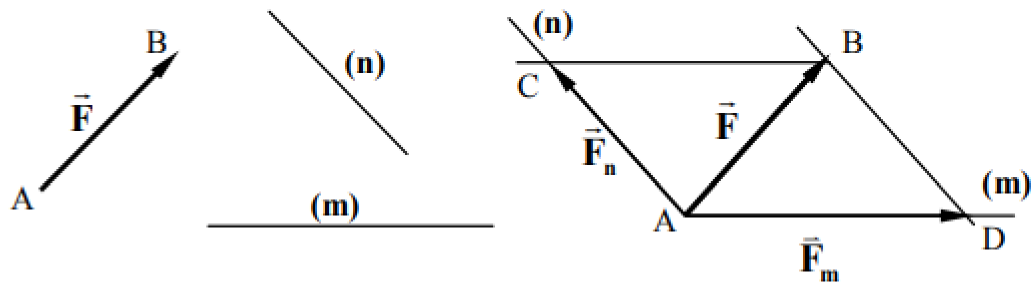

Figure 2.5a **Figure 2.5b** **Figure 2.5c**

La décomposition de la force $\vec{F}$ (figure 2.5a) est valable lorsque les directions (m) et (n) des composantes cherchées (figure 2.5b) sont connues. Pour déterminer ces composantes, il suffit de mener par le point d'application A de la force $\vec{F}$ et par l'extrémité B de $\vec{F}$ deux droites parallèles à (m) et (n) : les points d'intersections définissent un parallélogramme ADBC dans lequel la force $\vec{F}$ est la diagonale et les cotés AD et AC sont les composantes $\vec{F}_m$ et $\vec{F}_n$ (figure 2.5c). Soit :

$$\vec{F} = \vec{F}_m + \vec{F}_n$$

2.3.4.2 Décomposition suivant trois directions

On peut décomposer une force d'une façon unique, suivant trois directions arbitraires non parallèles à un plan (figure 2.6a). La solution conduit à un parallélépipède dont les arêtes ont les directions données et dont la diagonale AB est constituée par la force décomposée. La force $\vec{F}$ est égale à la somme des composantes cherchées et sera écrite :

$$\vec{F} = \vec{F}_m + \vec{F}_n + \vec{F}_p$$

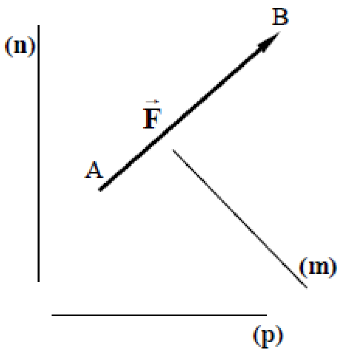

Figure 2.6a

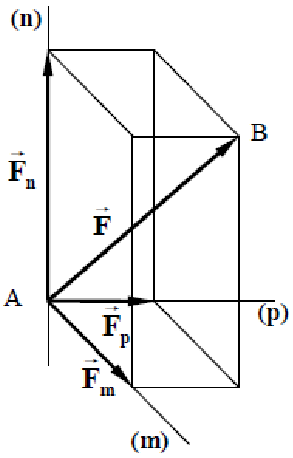

Figure 2.6b

La force $\vec{F}$ fait les angles $\theta_x, \theta_y, \theta_z$ respectivement avec les axes x, y, et z du système de coordonnées cartésiennes orthogonales Oxyz (figure 2.7). Pour décomposer $\vec{F}$ suivant les trois axes, construisons un parallélépipède dans lequel $\vec{F}$ sera une diagonale.

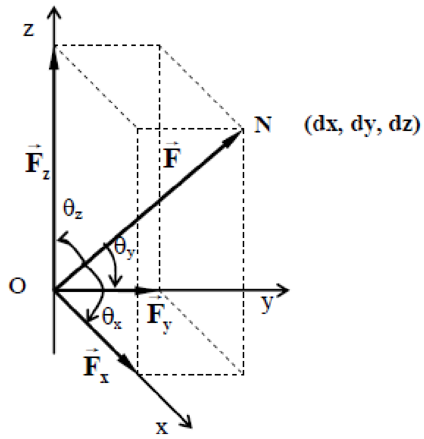

Figure 2.7

Le vecteur de la force $\overrightarrow{F}$ s'écrit :

$$\overrightarrow{F} = \overrightarrow{F}_x + \overrightarrow{F}_y + \overrightarrow{F}_z = F_x\overrightarrow{x} + F_x\overrightarrow{y} + F_z\overrightarrow{z}$$

Tel que F_x, F_y, F_z sont les composantes de la force $\overrightarrow{F}$ et dont les modules sont :

$$F_x = \left\|\overrightarrow{F}\right\|\cos\theta_x, F_y = \left\|\overrightarrow{F}\right\|\cos\theta_y, F_z = \left\|\overrightarrow{F}\right\|\cos\theta_z$$

D'où le module de la force $\overrightarrow{F}$:

$$\left\|\overrightarrow{F}\right\| = \sqrt{F_x^{\,2} + F_y^{\,2} + F_z^{\,2}}$$

Les cosinus directeurs s'obtiennent :

$$\cos\theta_x = \frac{F_x}{\left\|\overrightarrow{F}\right\|}, \cos\theta_y = \frac{F_y}{\left\|\overrightarrow{F}\right\|}, \cos\theta_z = \frac{F_z}{\left\|\overrightarrow{F}\right\|}$$

Le module de la force $\overrightarrow{F}$, peut s'exprimer autrement, en utilisant les cosinus directeurs :

$$\left\|\overrightarrow{F}\right\| = \frac{F_x}{\cos\theta_x} = \frac{F_y}{\cos\theta_y} = \frac{F_z}{\cos\theta_z} \qquad (2.5)$$

2.3.4.3 Décomposition d'une force si un point de leur ligne d'action est connu

Si le point N de coordonnées dx, dy et dz appartenant à la ligne d'action de la force $\overrightarrow{F}$ est connu (Figure 2.7). Le vecteur $\overrightarrow{ON}$ forme les angles $\theta_x, \theta_y, \theta_z$ avec les axes x, y et z et d son module, nous pouvons écrire :

$$dx = d\cos\theta_x, dy = d\cos\theta_y$$

Il vient :

$$\left\|\overrightarrow{ON}\right\| = d = \sqrt{(dx)^2 + (dy)^2 + (dz)^2}$$

Comme, on peut l'exprimer par la relation ; en introduisant les cosinus directeurs :

$$d = \frac{dx}{\cos\theta_x} = \frac{dy}{\cos\theta_y} = \frac{dz}{\cos\theta_z} \qquad (2.6)$$

Par divisons membre à membre les relations (2.5) et (2.6), nous obtenons :

$$\frac{F}{d}=\frac{F_x}{dx}=\frac{F_y}{dy}=\frac{F_z}{dz} \quad (2.7)$$

2.3.4.4 Décomposition analytique d'une force

Considérons la force $\vec{F}$ appliquée à l'origine O du système de coordonnées orthogonales x, y, z. Pour définir la direction de $\vec{F}$, nous traçons le plan vertical OBAC contenant $\vec{F}$, tel qu'indique la figure 2.8a.

Le plan OBAC contient l'axe vertical z, l'orientation de ce plan peut être définie par l'angleφ qu'il forme avec l'axe y dans le plan (x, y), tandis que l'orientation de la force $\vec{F}$ dans le plan OBAC est donnée par l'angleθ qu'elle fait avec l'axe z.

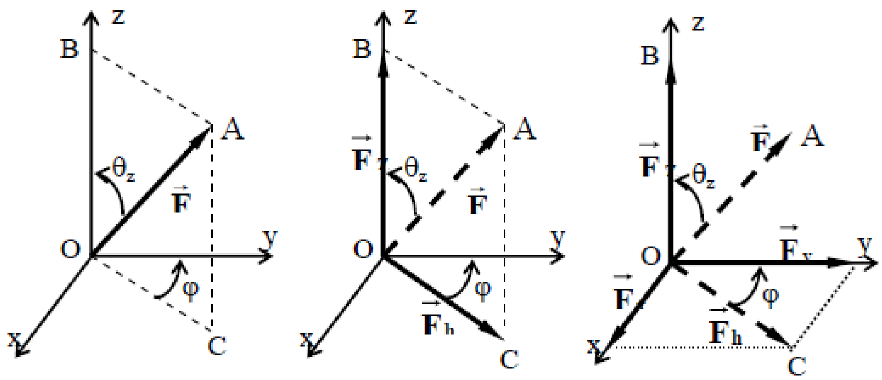

Figure 2.8a **Figure 2.8b** **Figure 2.8c**

Nous décomposons d'abord la force $\vec{F}$ en ces composantes $\vec{F}_z$ et $\vec{F}_h$ Cette dernière ($\vec{F}_h$) étant contenue en plan (x, y) (Figure 2.8b). Les composantes scalaires de $\vec{F}$ sont alors :

$$F_z = F\cos\theta_z \; F_h = F\cos\theta_z$$

Ensuite, la composante F_h peut se décomposer, en F_x et $\vec{F}_y$ suivant les directions x et y. nous aurons alors les composantes scalaires

$$F_x = F_h \sin\varphi = F\sin\theta_z \sin\varphi$$
$$F_y = F_h \cos\varphi = F\sin\theta_z \cos\varphi$$

2.4. Types de force (ponctuelle, linéique, surfacique, volumique)

Selon le type de contact nous pouvons classer les forces en 4 types :

a-Force ponctuelle : contact ponctuel ;

- L'action passe par le point de contact A.
- La direction de l'action de S_1 sur S_2 notée A est perpendiculaire au plan tangent commun si on néglige les frottements.
- Le sens est du solide S_1 vers le solide S_2.
- Le module $\left\| \vec{A}_{S1/S2} \right\|$ est défini par la longueur du vecteur $A_{S1/S2}$, l'unité est le newton

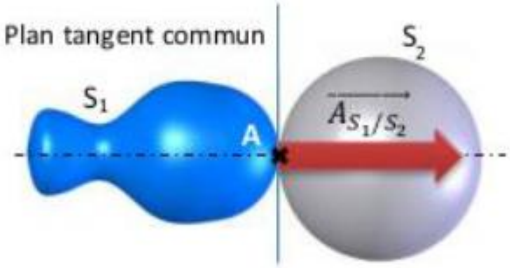

Figure 2.8 : Contact ponctuelle.

b-Force linéique : contact linéique dans le cas d'une répartition uniforme, on remplacera une force par une action unique au milieu de la ligne de contact ;

On supposera l'action répartie uniformément sur toute la ligne du contact.

- Dans le cas d'une répartition uniforme, on peut remplacer cette charge linéique par une action concentrée en C au milieu du contact $[AB]$ telle que :
- $\left\| \vec{C}_{1/2} \right\| = q.l$ avec l la longueur du segment $[AB]$.

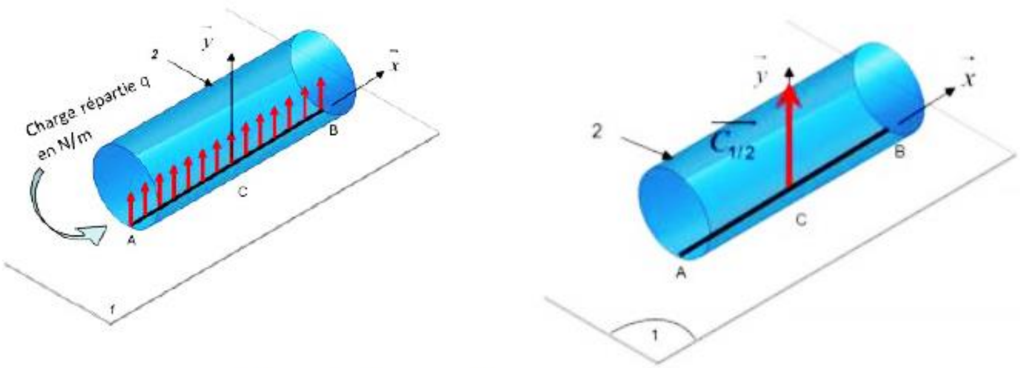

Figure 2.9 : Contact linéique.

c-Force surfacique : contact surfacique, par exemple force de pression ;

Dans le cas d'une répartition uniforme d'une pression sur une surface, ente deux solides ou entre un solide et un fluide, on modélisera l'ensemble des micro-actions mécaniques par une résultante globale au centre de gravité qui vaudra :

$$\left\| \vec{F}_{fluide/1} \right\| = P.S$$

- p : pression du fluide en pascal (Pa).
- S : surface de contact en m^2.
- $\left\| \vec{F}_{fluide/1} \right\|$: Résultante des forces de pression en N.

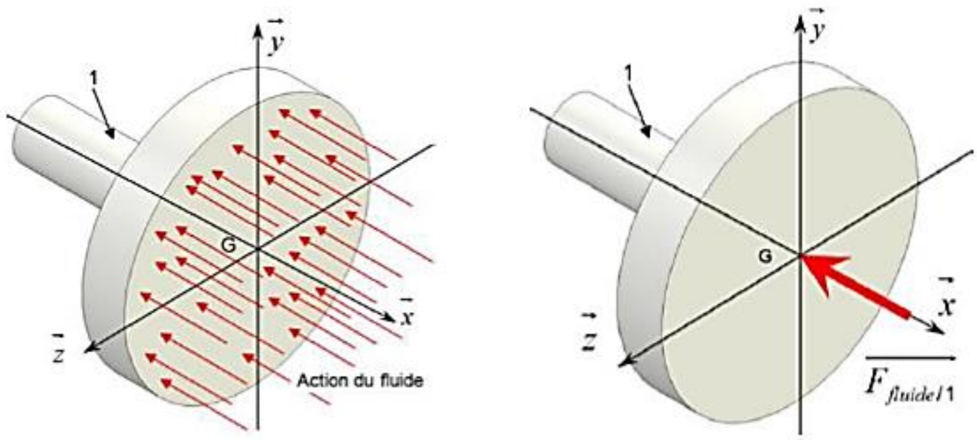

Figure 2.10 : Contact surfacique.

d-Force volumique : ce sont des forces qui s'exercent sur la totalité du corps, par exemple la force de gravité.

Il est possible de ranger la plupart des forces par famille telles que : Les forces de réaction : chaque corps exerce une force sur un autre corps qui est en contact avec lui. Par exemple, si un objet repose sur une table, cette table exerce une force égale et opposée sur l'objet avec cette force est toujours à la verticale du point de contact.

Les forces de frottement : la force de frottement existe lorsque deux corps sont en contact. Elle s'oppose toujours au mouvement (par exemple : contact des pneus sur la route, freinage, etc.).

Les forces de tension : est une force qui tire sur un élément d'un corps comme par exemple, la tension exercée par un fil ou par un ressort.

Les forces à distance : ce sont les forces qui agissent par l'intermédiaire de champs vectoriels comme par exemple le champ électrique, le champ magnétique, le champ gravitationnel. Ce dernier a comme particularité s'il est isotrope de pouvoir se réduire à l'étude du centre de gravité du corps.

Nous devons donc pouvoir différentier les efforts intérieurs et extérieurs à un système matériel.

2.5. Classification de forces

Il s'agit une classification des forces ou actions mécaniques suivant leur situation par rapport au système matériel.

2.5.1. Les forces externes

Correspondent aux forces qui sont exercées par le milieu extérieur sur le système étudie.

2.5.2. Les forces internes

Correspondent, quant à elles, aux forces exercées par une partie du système sur une autre partie du système. Cette distinction entre forces internes et forces externes dépend du système étudie.

Considérons le système matériel formé par les solides 1 et 2

- L'action de 3 sue 2 est extérieure à S
- L'action de 1 sue 2 est extérieure à S

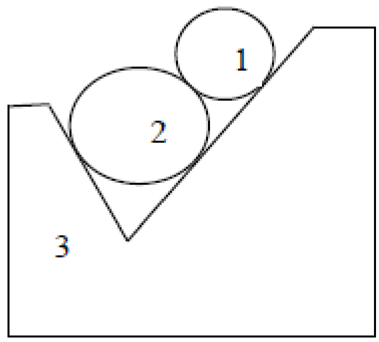

Figure 2.11 : Système matériel.

2.6. Modèles mécaniques

- ✓ Le plus simple est celui du **point matériel.**

La description du solide est réduite à la position de son centre de gravité et à sa masse. Ce modèle est adapté aux cas ou l'on ne s'intéresse qu'aux mouvements du centre de gravité. En particulier, il ne prend en compte ni les rotations propres de l'objet, ni ses déformations.

- ✓ La seconde modèle est le modèle du **solide indéformable.**

Il est bien adapté pour l'étude des mouvements mécanique du solide et des efforts mis en œuvre dynamique tant que les efforts restent modérés. Il permet de prendre en compte les rotations propres.