CHAPITRE 1: RAPPELS

Dans le présent chapitre nous allons rappeler quelques notions de base liées à la matière « Analyse et modélisation hydrologique ».
Les rappels concernent premièrement les concepts statistiques appliquée à l’hydrologie et deuxièmement les formulations qui caractérisent le bassin versant déjà vu dans les matières précédentes.

Commençons par les notions simples dites statistiques de base appliquées à n’importe quel échantillon hydro climatologique par exemple.

STATISTIQUES DE BASE

Moyenne arithmétique

$$\frac{\sum x_i}{n}$$

Mediane

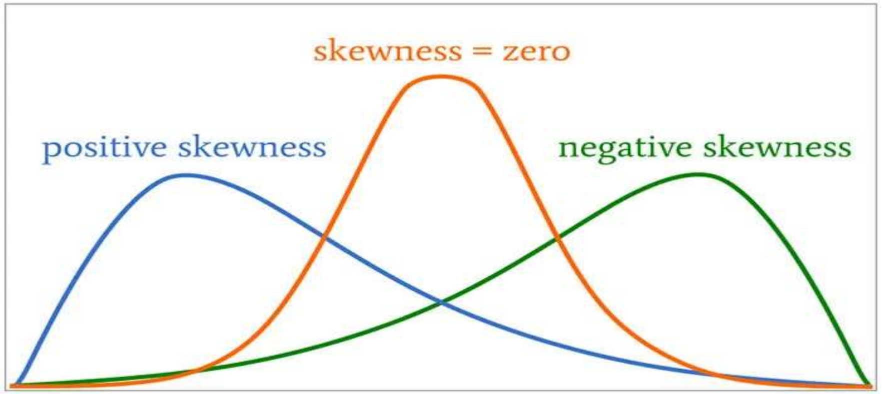
$$\mathrm{Med}(X) = \begin{cases} \frac{X[\frac{n}{2}]+X[\frac{n+1}{2}]}{2} & \text{Si n est pair} \\ X[\frac{n+1}{2}] & \text{Si n est impair} \end{cases}$$

Ecart type

$$\sqrt{\frac{\sum (x-\bar{x})^2}{n}}$$

Asymetrie

$$\frac{n}{(n-1)(n-2)}\sum\left(\frac{x_i-\bar{x}}{s}\right)^3$$



Asymétrie à gauche (coefficient <0)   Asymétrie à droite (coefficient > 0)

Si le coefficient d'asymétrie « skewness » est positif, la dissymétrie est à droite et les trois statistiques de tendance centrales sont réparties ainsi : Mode < médiane < moyenne.

Si le coefficient d'asymétrie « skewness » est négatif, la dissymétrie est à gauche avec moyenne < médiane < mode.

Pour interpréter la valeur absolue du coefficient d'asymétrie « skewness », Bulmer (1979) a donné cette règle générale :

0< | coefficient d'asymétrie | < 0.5 : assez symétrique ;

0.5 < | coefficient d'asymétrie | < 1 : dissymétrie moyenne ;

| coefficient d'asymétrie | > 1 : forte dissymétrie.

Bulmer, M. G. Principles of statistics. New York : Dover publications, 1979. 252 p. ISBN: 0486637603 / 9780486637600..

Applatissement
OU Kurtosis

$$\left\{ \frac{n(n+1)}{(n-1)(n-2)(n-3)} \sum \left(\frac{x_i - \bar{x}}{s} \right)^4 \right\} - \frac{3(n-1)^2}{(n-2)(n-3)}$$

Si le degré d'aplatissement « Kurtosis » est positif, la courbe de distribution est leptokurtique, c'est-à-dire plus pointue que la courbe normale ou gaussienne.

Si le degré d'aplatissement « Kurtosis » est négatif, la courbe est platykurtique, c'est-à-dire plus aplatie et plus arrondie que la courbe normale.

En règle générale : $0 < |\text{degré d'aplatissement}| < 0.5$: assez mésokurtique ou normale ;

$0.5 <$ degré d'aplatissement < 1 : courbe moyennement sur-gaussienne ;

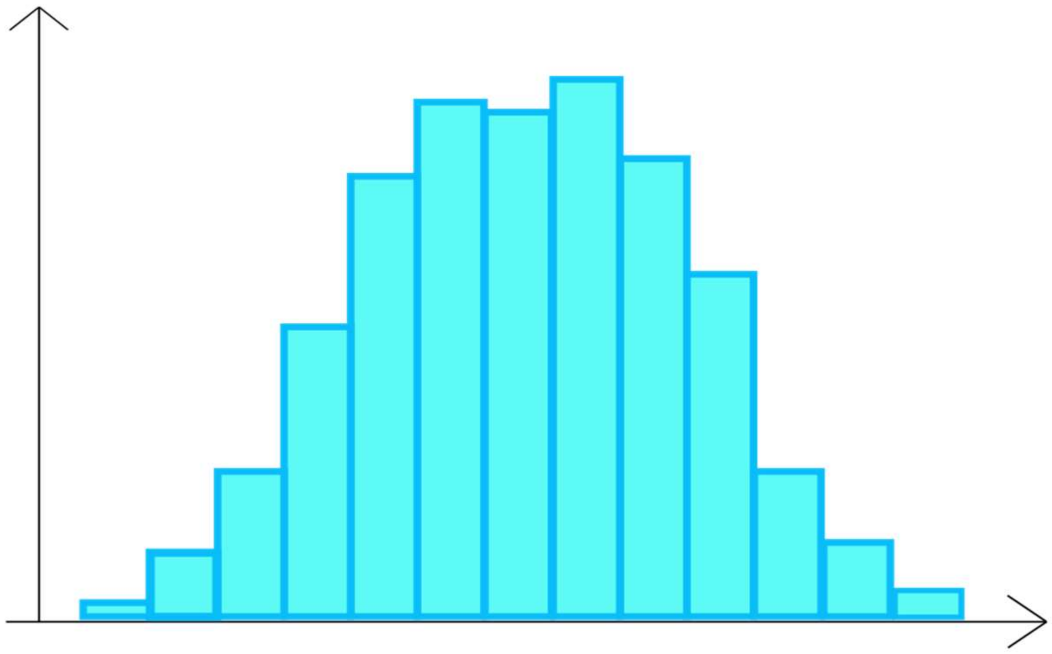
Degré d'aplatissement > 1 : courbe fortement sur-gaussienne ;

$-1 <$ degré d'aplatissement < -0.5 : courbe moyennement sous-gaussienne ;

Degré d'aplatissement < -1 : courbe fortement sous-gaussienne.

Histogramme

En statistique, un **histogramme** est une représentation graphique permettant de représenter la répartition d'une variable continue en la représentant avec des colonnes verticales.



Choix des classes

- Le choix des classes, soit leur nombre et leurs largeurs, n'est pas univoque. Il convient pour les déterminer de prendre en compte à la fois la nature de la distribution et le nombre de points de données. Souvent, dans le cadre d’une analyse de ce type, on utilise des classes de largeur identique.

- On pourra trouver dans la littérature de nombreuses suggestions de choix pour le nombre de classe. Citons par exemple :
- Celle de Herbert Sturges (1926) qui, pour N points de données répartis avec une distribution approximativement normale, suggère un nombre de classes K obtenu avec la formule suivante :

$$K= 1+(10/3)*\log10(N)$$

Hauteur des rectangles

- Plusieurs choix sont possibles pour déterminer la hauteur des rectangles.

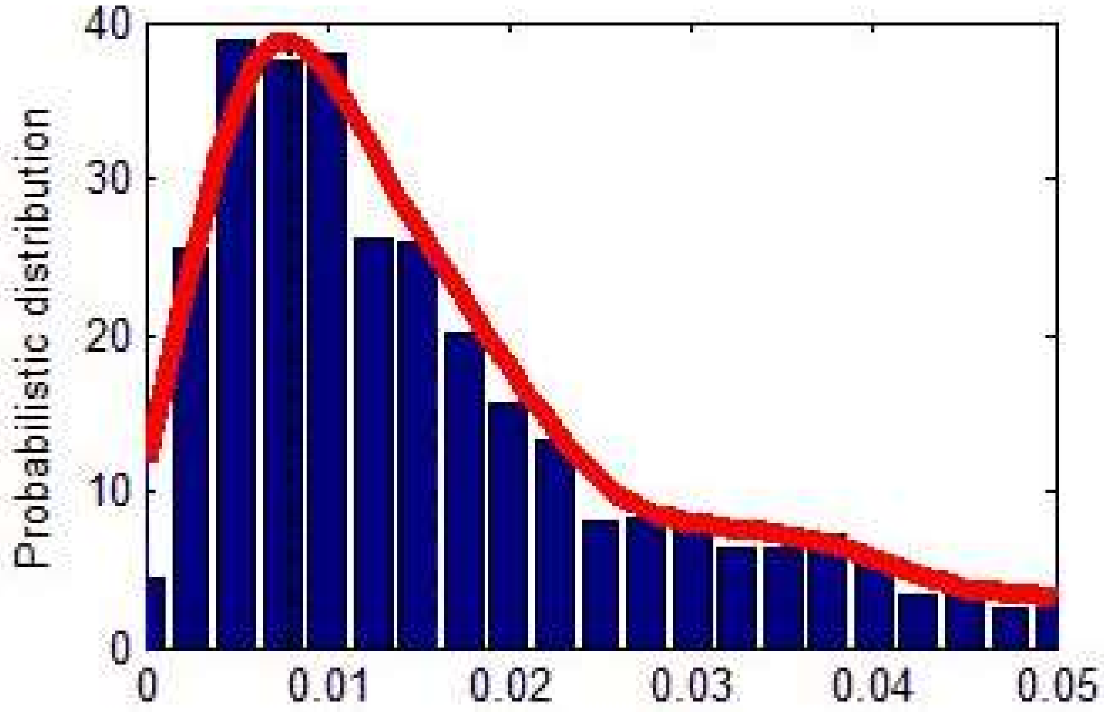
1. Les hauteurs correspondent aux *fréquences absolues*, soit pour chaque rectangle le nombre d'observations dans la classe correspondante.

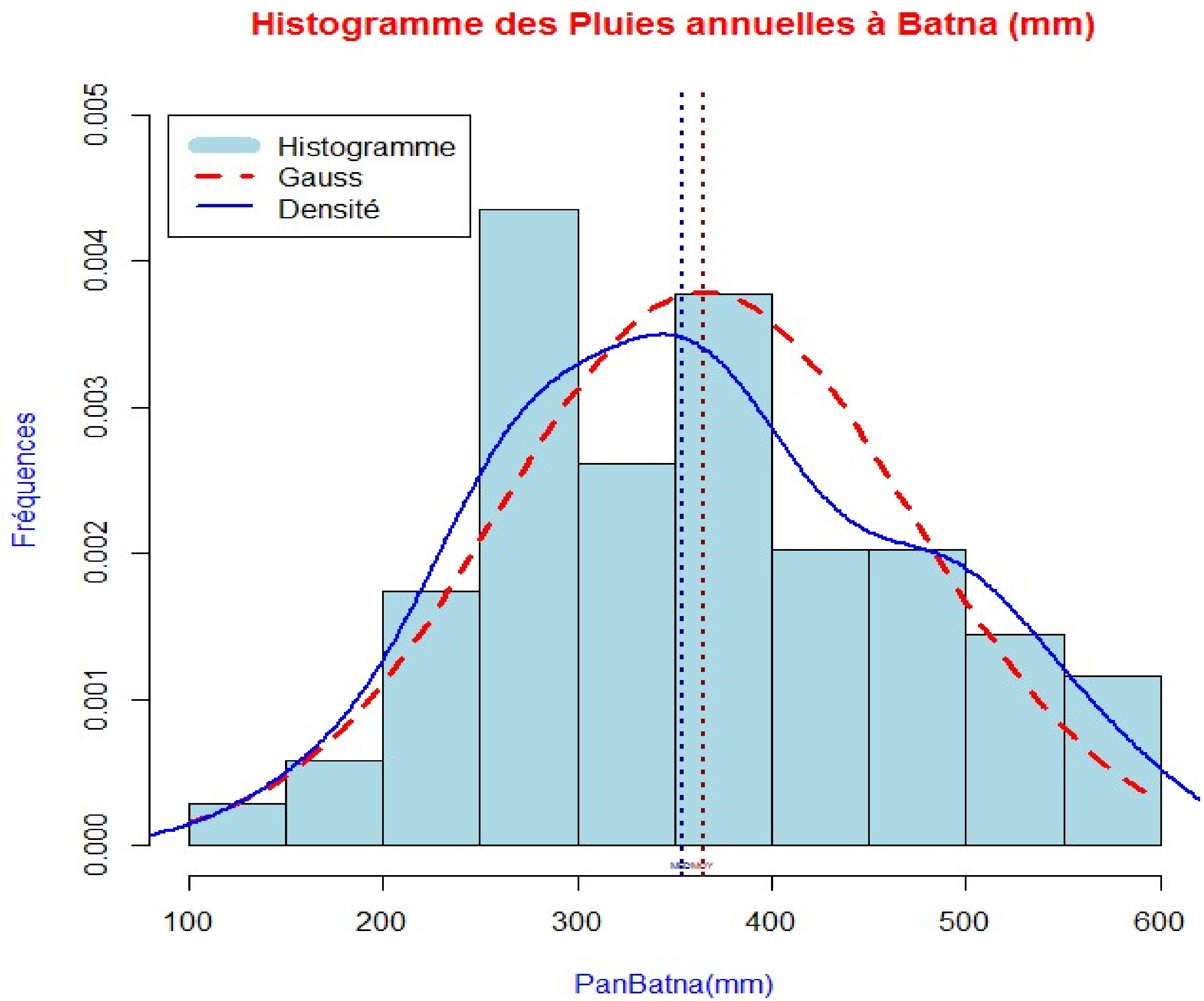
2. Les hauteurs correspondent aux *fréquences relatives*, soit pour chaque rectangle la proportion, donnée par exemple en pourcentage, d'observations dans la classe correspondante.

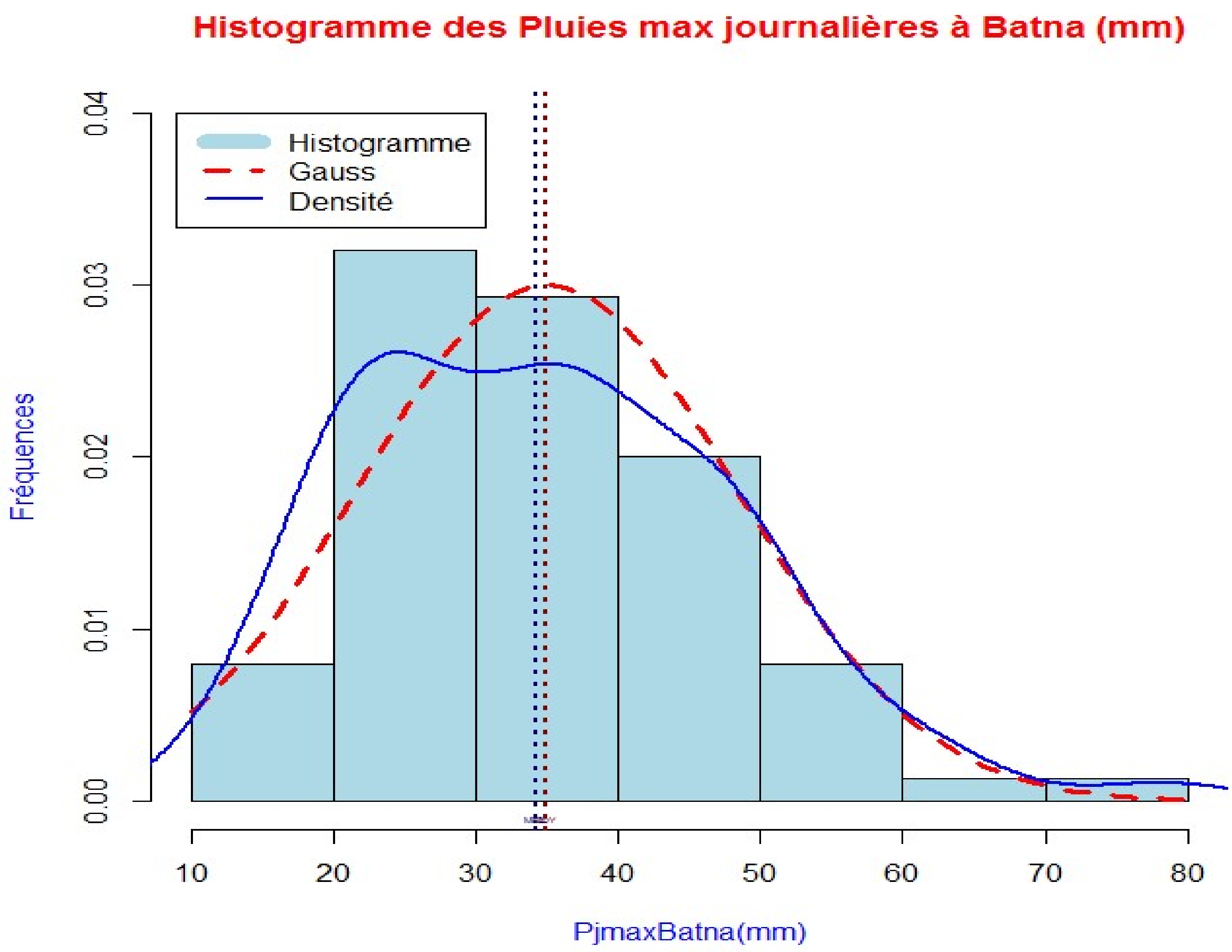
3. Les hauteurs sont déterminées de manière que la *surface* du rectangle corresponde à la fréquence relative d'observations dans la classe correspondante.

- La troisième méthode permet en outre d'accommoder des classes de largeurs variables ce qui est utile lorsque les données sont peu denses dans certaines régions comme dans les queues de distribution.

De l'histogramme à la densité

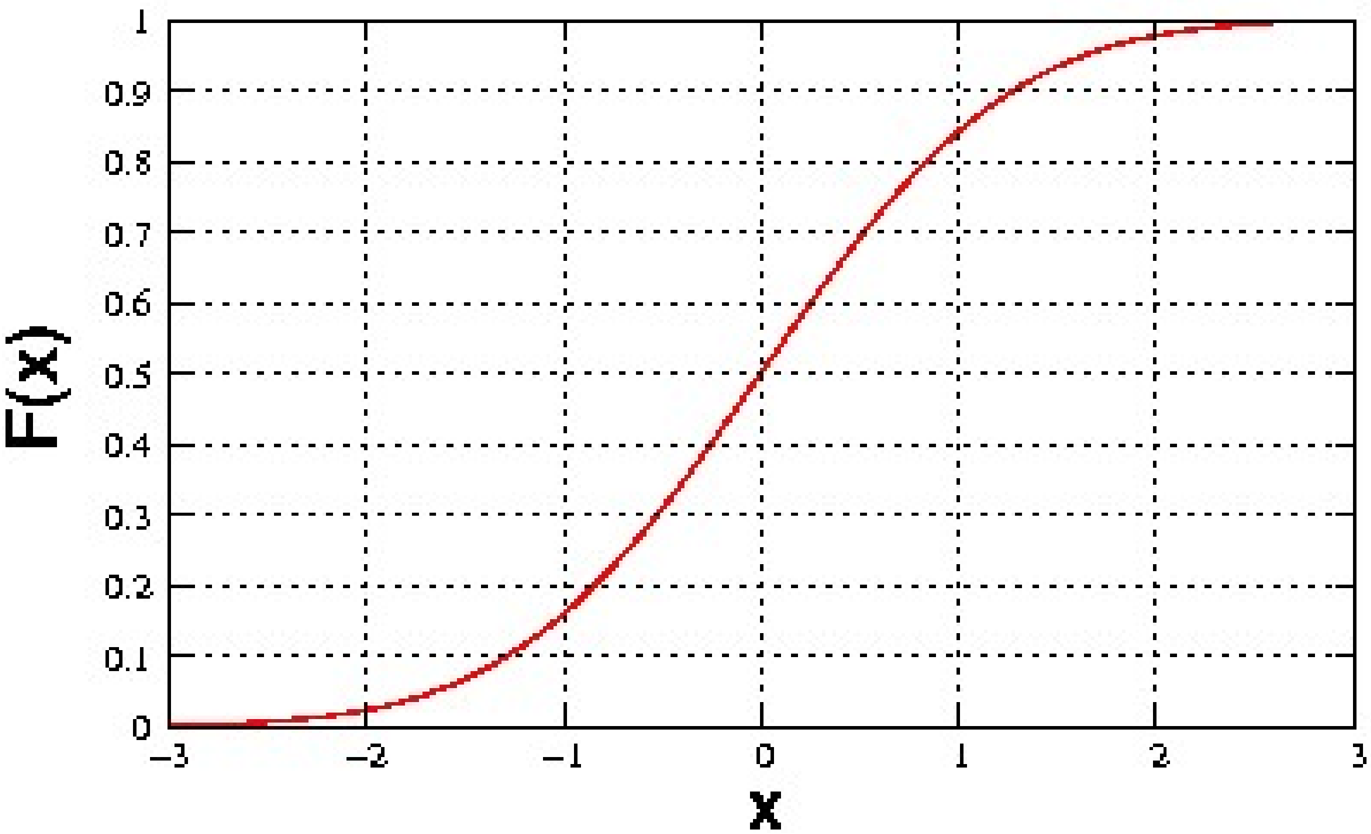



Histogramme des Pluies annuelles à Batna (mm)
Histogramme
Gauss
Densité
Fréquences
0.000
0.001
0.002
0.003
0.004
0.005
100
200
300
400
500
600
PanBatna(mm)

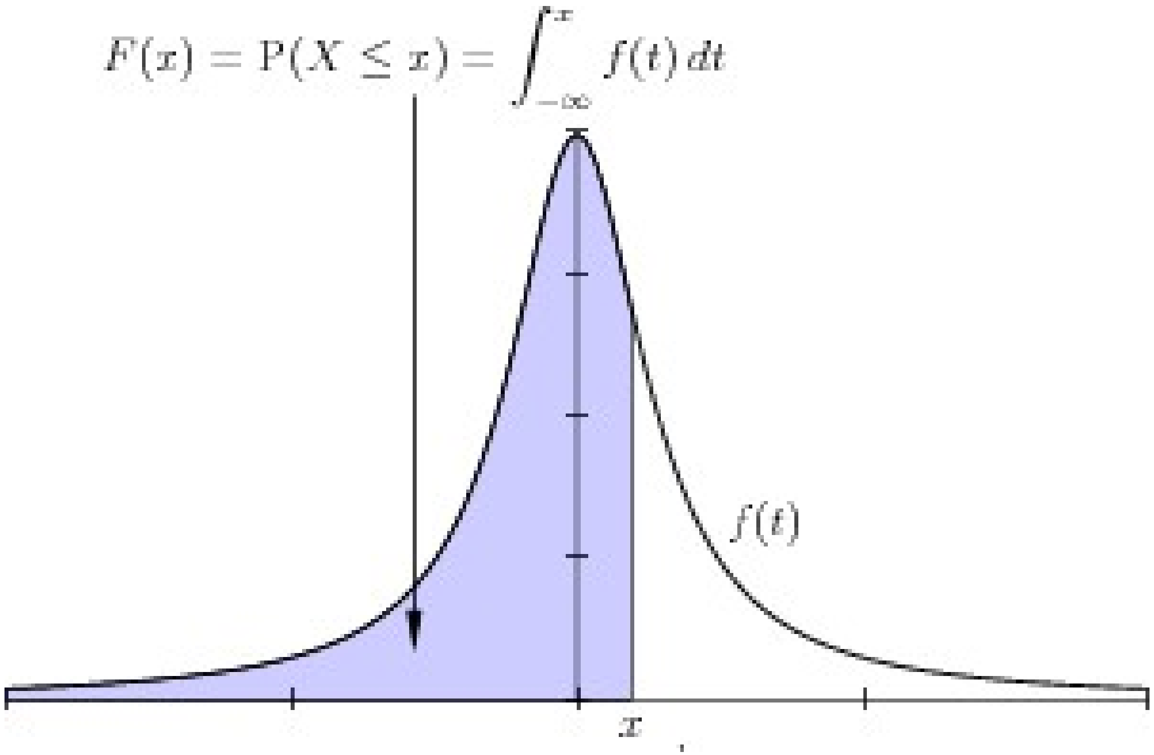


Histogramme des Pluies max journalières à Batna (mm)
Histogramme
Gauss
Densité
Fréquences
0.00
0.01
0.02
0.03
0.04
10
20
30
40
50
60
70
80
PjmaxBatna(mm)

FONCTION DE REPARTITION



DENSITE DE PROBABILITE



CAS PARTICULIER

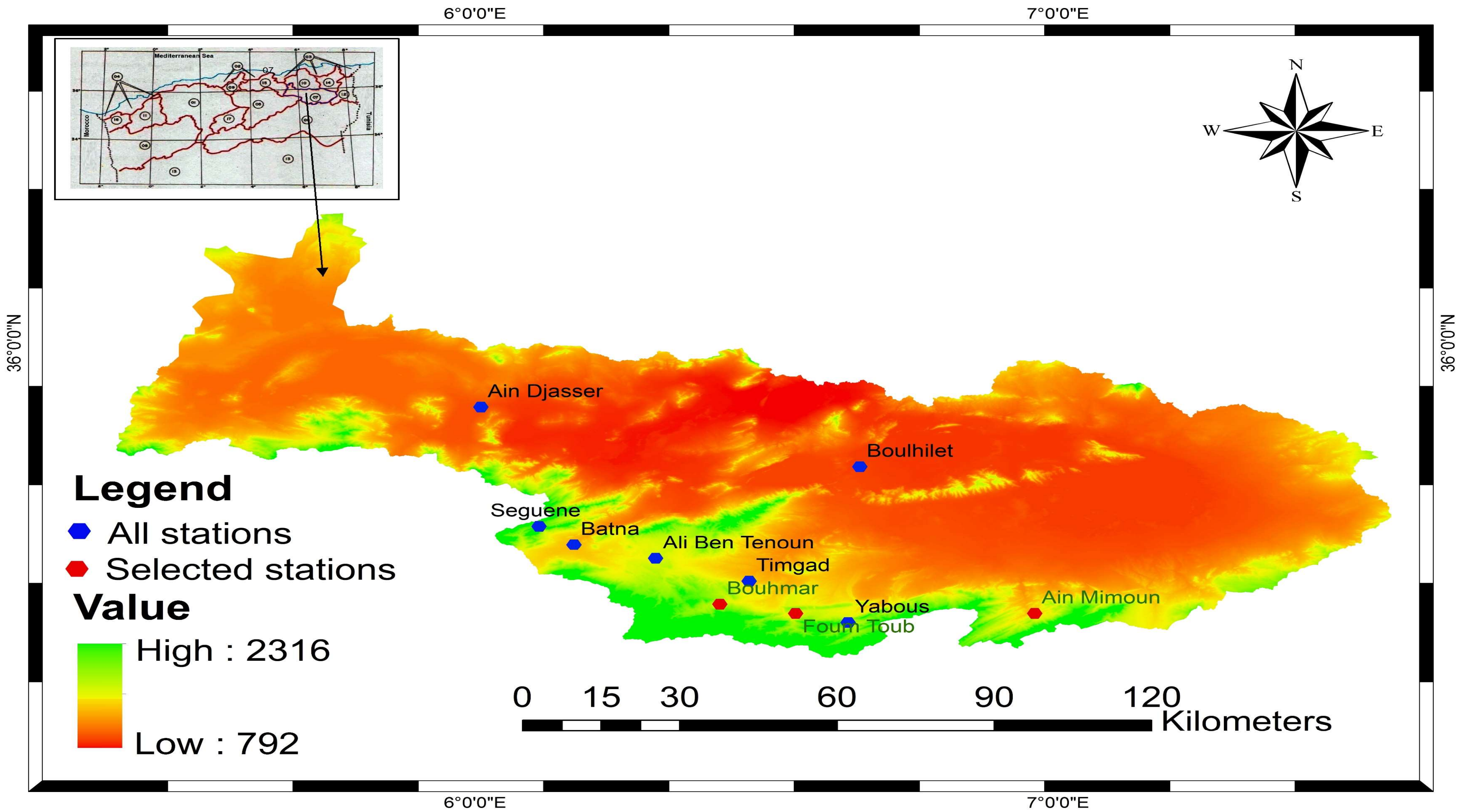
Une variable aléatoire X suit une *loi normale*[1], ou loi de Laplace-Gauss ou loi de Gauss, si sa ddp s'écrit :

$$f(x) = \frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{1}{2\sigma^2}(x-\mu)}$$

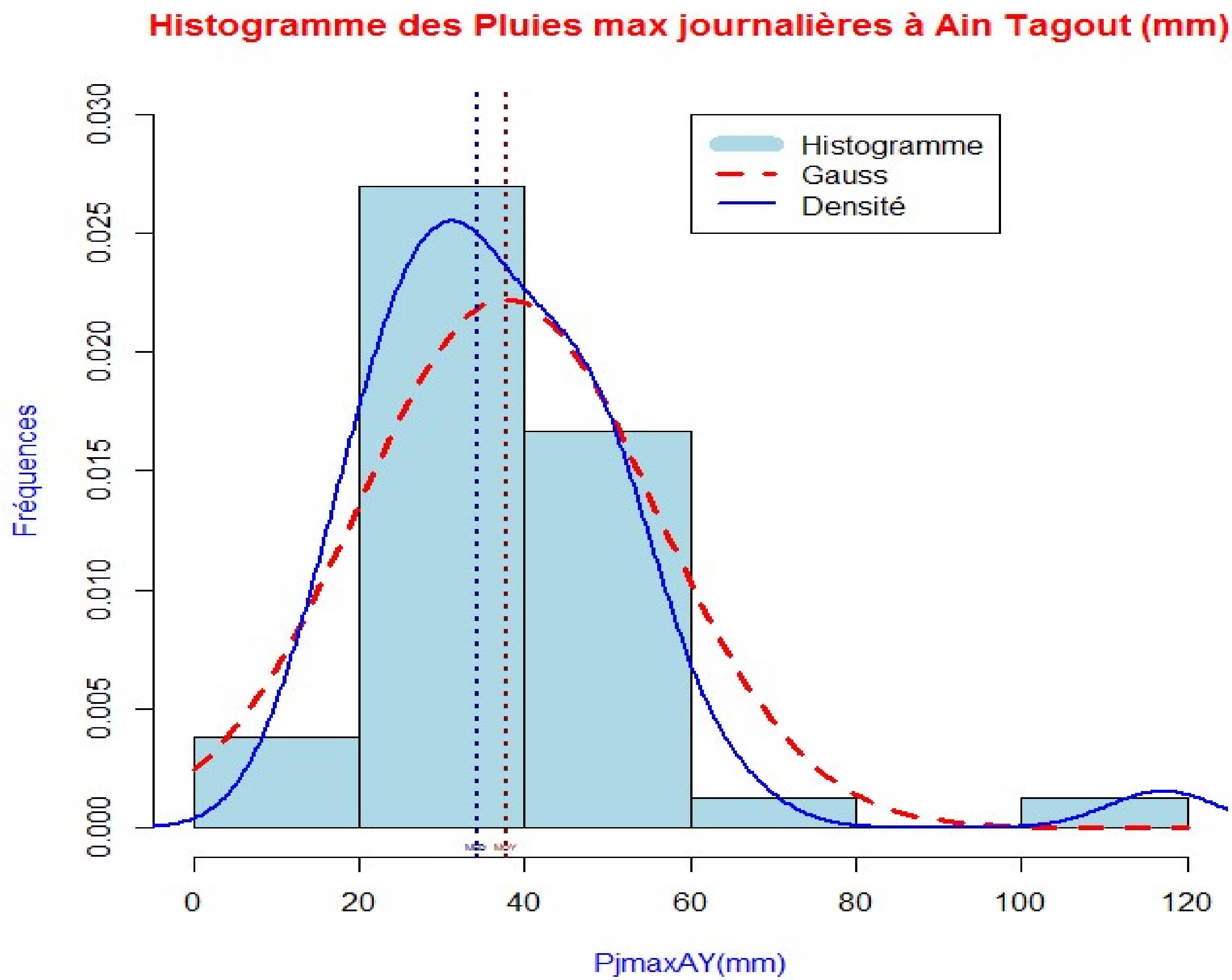
Elle est définie pour $-\infty < x < +\infty$.

Les deux paramètres μ et σ de la ddp sont respectivement la moyenne et l'écart type de X.

Exemple des pluies maximales journalières en (mm) du Bassin hydrographique: Hauts Plateaux Constantinois



Station	Longitude	Latitude	Altitude	N	Moyenne	ET	Cv	IQR	Cs	Ck
Ain Djasser	6,01	35,86	874,5	42	37	15,6	0,4	14,5	1,4	1,7
Tazoult	6,25	35,49	1198,4	34	40,4	17	0,4	22	1	0,6
Ali ben Tenoun	6,31	35,53	1176,4	40	37,9	16,7	0,4	17	1,5	4
Bir Chouhada	6,3	35,9	829,6	40	33,7	16,1	0,5	17,2	1,4	2,3
Ain Yagout	6,43	35,78	908,7	42	37,6	17,3	0,5	19,2	2,4	9,9
Hamla	6,09	35,56	1232,8	24	37,1	17,7	0,5	20,4	1,1	1,4
Seguene	6,11	35,6	1415,8	40	47,9	23,8	0,5	21,5	1,4	2,8
Batna	6,17	35,56	1020,2	40	34,7	13,5	0,4	19,5	0,3	-0,6
Les Lacs	6,5	35,89	789	18	13,5	8,5	0,6	3,3	4,6	23,9
Reboa	6,54	35,49	1058,1	31	27,4	12,3	0,4	17,8	0,7	-0,5
Ain Tinn	6,44	35,38	1595,5	42	42,3	12,9	0,3	16,8	0,3	-0,1
Foum Toub	6,55	35,41	1237,4	42	47,3	22,5	0,5	19,8	2	6,2
Baiou	6,33	35,43	1431	33	38,6	17,9	0,5	14,7	2,2	7,2
Bouhmar	6,42	35,43	1299,2	39	35,7	16,1	0,5	17,5	2	6,5
Timgad	6,47	35,48	1046,8	41	33,4	14,5	0,4	14,2	1,9	6,3
Sidi Mancar	6,38	35,52	1133,9	25	37,2	15,9	0,4	19,1	0,8	0,9
Boulhilet	6,66	35,73	834,6	42	26,2	11,8	0,5	18,9	0,7	0,4
Yabous	6,64	35,39	1266	42	42,2	22,8	0,5	20,2	1,7	3,4
Touffana	6,62	35,48	1018,1	42	36,2	20,7	0,6	19	2,2	6,1
Chelia	6,65	35,37	1392,7	27	48,6	15,8	0,3	24,2	0,4	-0,5
Ain Mimoun	6,96	35,41	1099,5	42	40	14,5	0,4	16,5	0,8	2,1
Ain Beida	7,39	35,8	1003,6	42	39,4	14,7	0,4	11,5	2,3	8,3

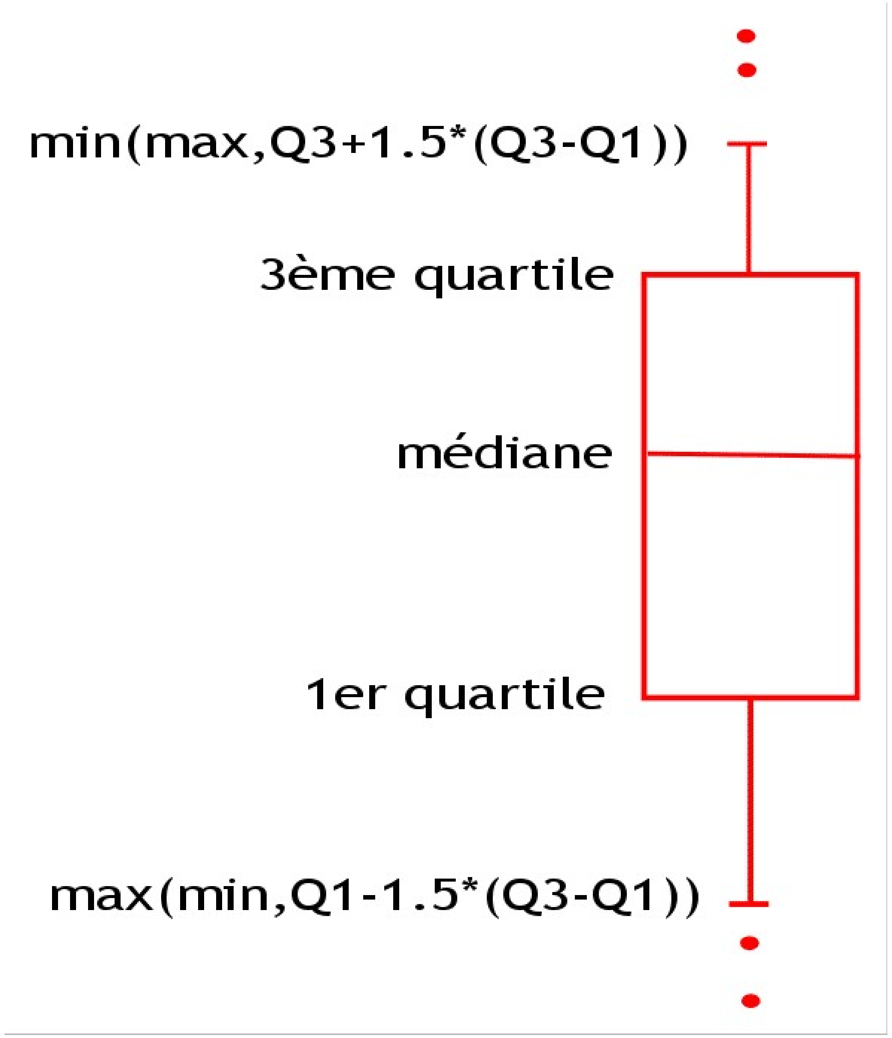


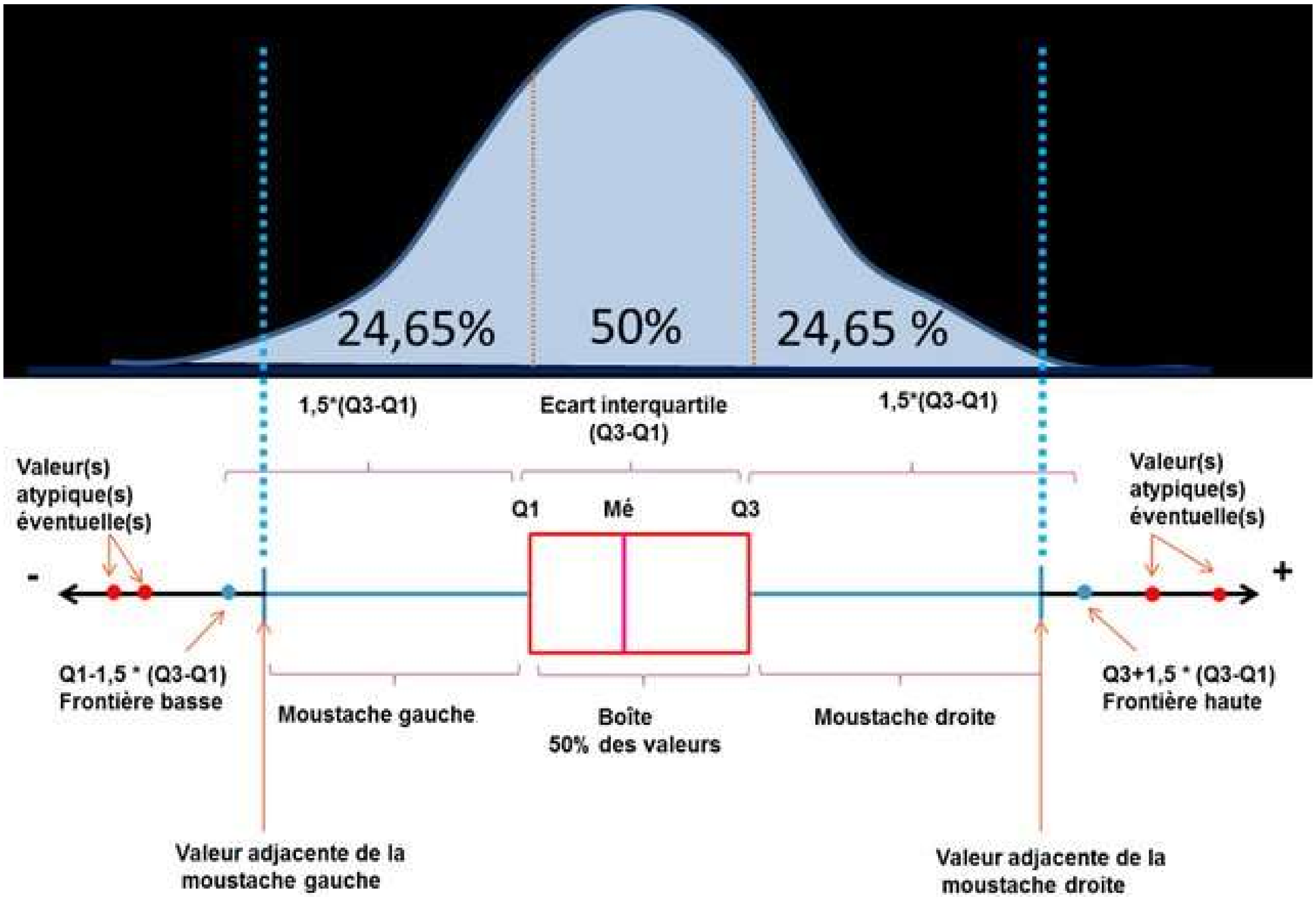
Histogramme des Pluies max journalières à Ain Tagout (mm)
Histogramme
Gauss
Densité
Fréquences
0.000
0.005
0.010
0.015
0.020
0.025
0.030
0
20
40
60
80
100
120
PjmaxAY(mm)

Boîte à moustaches

Dans les représentations graphiques de données statistiques, la boîte à moustaches (aussi appelée diagramme en boîte, boîte de Tukey ou **box plot** en anglais) est un moyen rapide de figurer le profil essentiel d'une série statistique quantitative. Elle a été inventée en 1977 par John Tukey, mais peut faire l'objet de certains aménagements selon les utilisateurs.

John W. Tukey (1977). Exploratory Data Analysis. Addison-Wesley.


min(max,Q3+1.5*(Q3-Q1))
3ème quartile
médiane
1er quartile
max(min,Q1-1.5*(Q3-Q1))


24,65%
50%
24,65 %
1,5*(Q3-Q1)
Ecart interquartile
(Q3-Q1)
1,5*(Q3-Q1)
Valeur(s)
atypique(s)
éventuelle(s)
Q1
Mé
Q3
Valeur(s)
atypique(s)
éventuelle(s)
-
+
Q1-1,5 * (Q3-Q1)
Frontière basse
Moustache gauche
Boîte
50% des valeurs
Moustache droite
Q3+1,5 * (Q3-Q1)
Frontière haute
Valeur adjacente de la
moustache gauche
Valeur adjacente de la
moustache droite

- La valeur centrale du graphique est la **médiane** (il existe autant de valeur supérieures qu'inférieures à cette valeur dans l'échantillon).

- Les bords du rectangle sont les **quartiles** (Pour le bord inférieur, un quart des observations ont des valeurs plus petites et trois quart ont des valeurs plus grandes, le bord supérieur suit le même raisonnement).

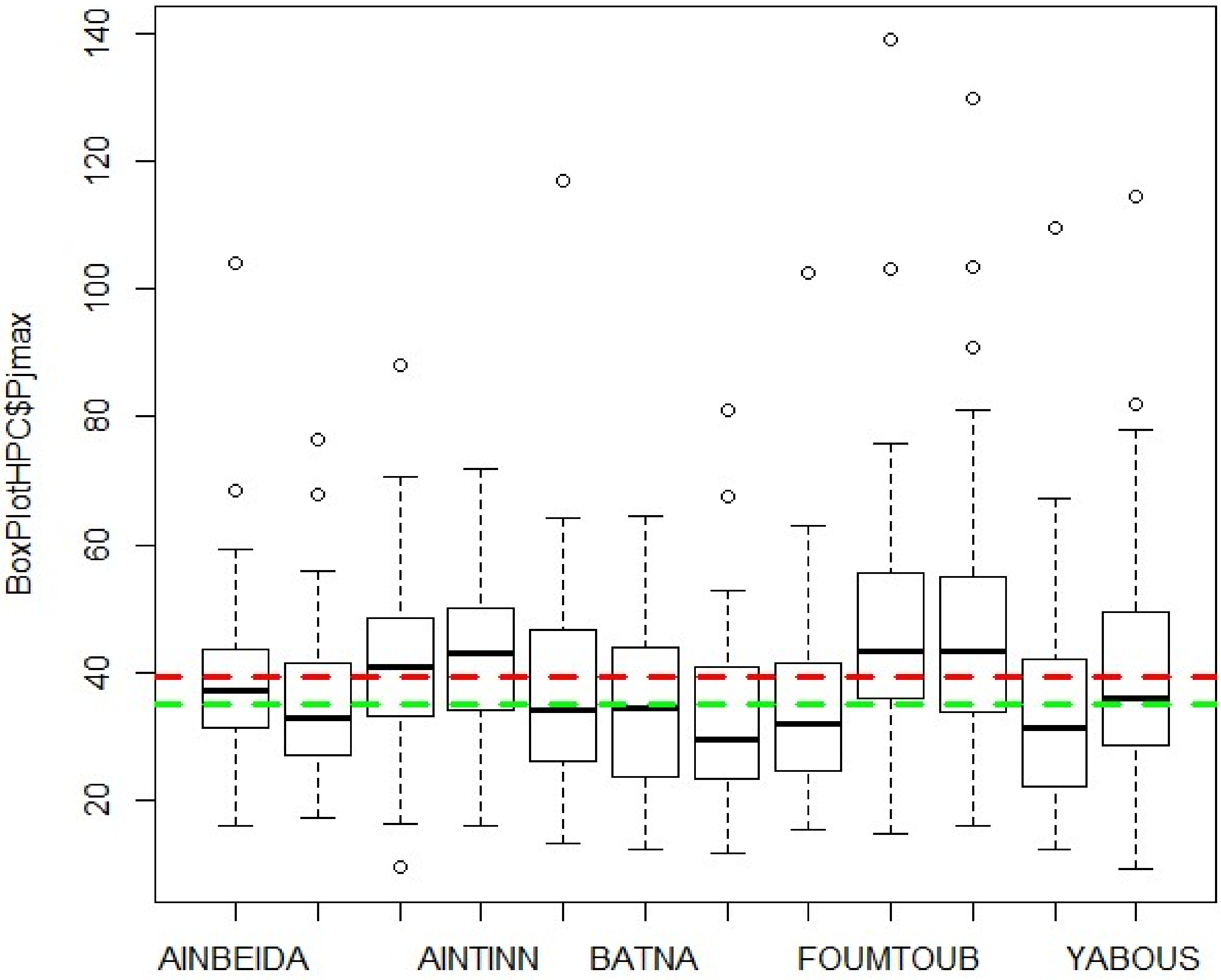
- Les extrémités des moustaches sont calculées en utilisant **1.5 fois l'espace interquartile** (la distance entre le 1er et le 3ème quartile).

- On peut remarquer que 50% des observations se trouvent à l'intérieur de la boîte.

- Les valeurs à l'extérieur des moustaches sont représentées par des points. On ne peut pas dire que si une observation est à l'extérieur des moustaches alors elles est une valeur aberrante. Par contre, cela indique qu'il faut étudier plus en détail cette observation.

Quand utiliser un box-plot ?

- Il est intéressant d'utiliser les box-plot lorsqu'on désire visualiser des conepts tels que la symétrie, la dispersion ou la centralité de la distribution des valeurs associées à une variable.
- Ils sont aussi très intéressant pour comparer des variables basées sur des échelles similaires et pour comparer les valeurs des observations de groupes d'individus sur la même variable.



BoxPlotHPC$Pjmax
140
120
100
80
60
40
20
AINBEIDA
AINTINN
BATNA
FOUMTOUB
YABOUS

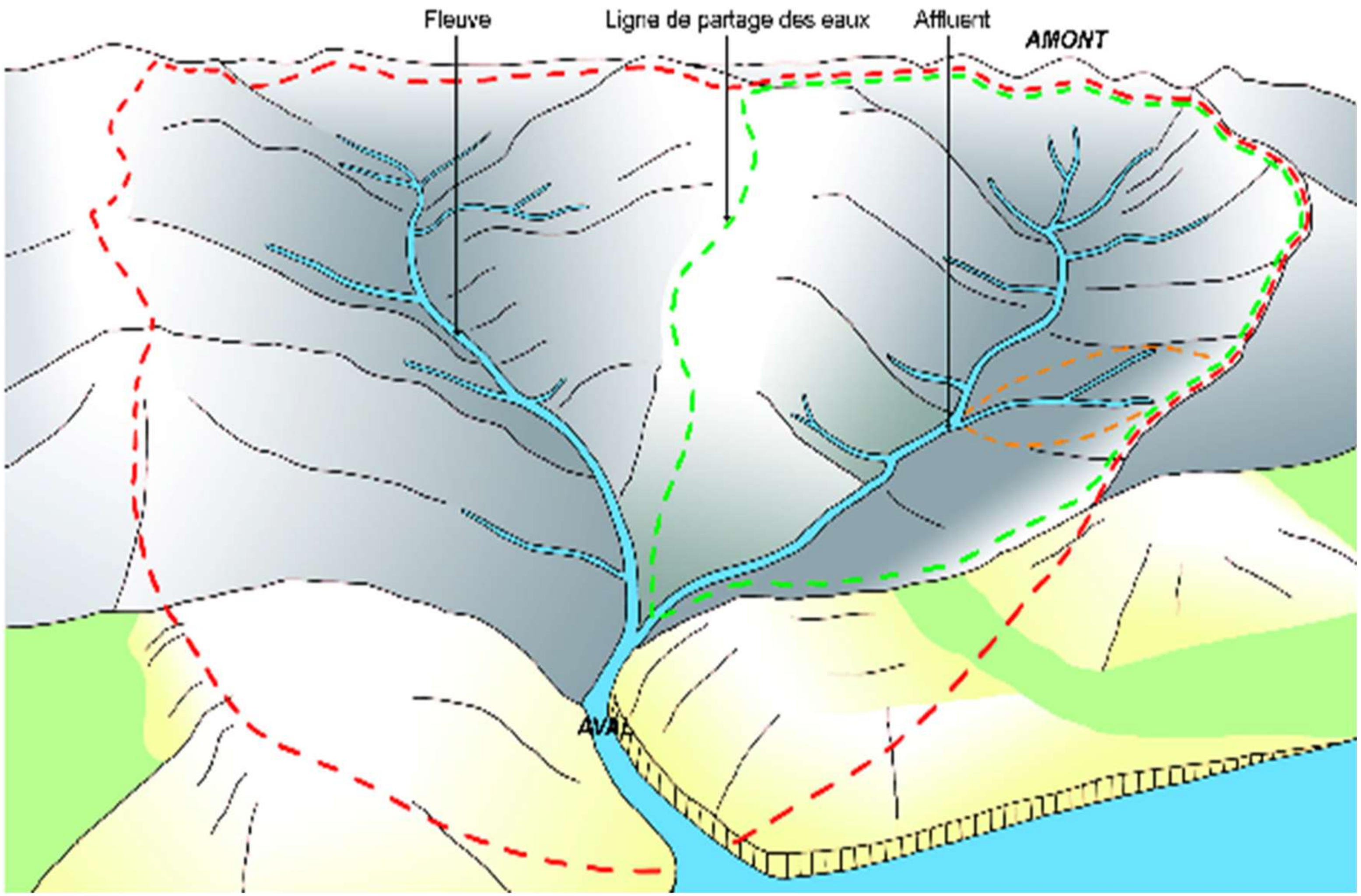
RAPPELS LIES AU BASSIN VERSANT

Les rappels concernent les notions et les paramètres déjà vu au préalables dans le cursus et qui servent de moyen d'interprétation et d'aide à la caractérisation fiable du bassin versant et son complexe.

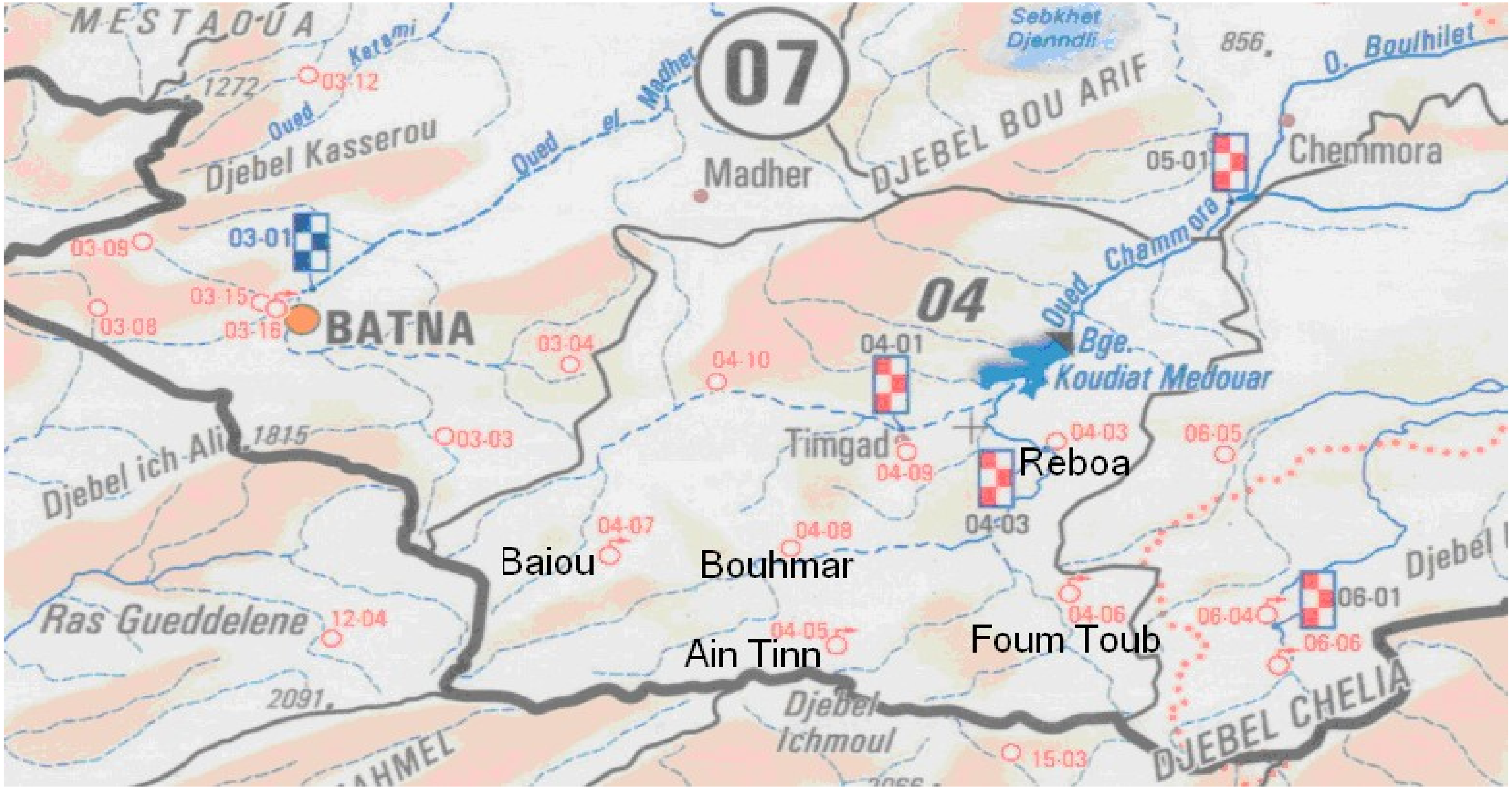
Définition du bassin versant

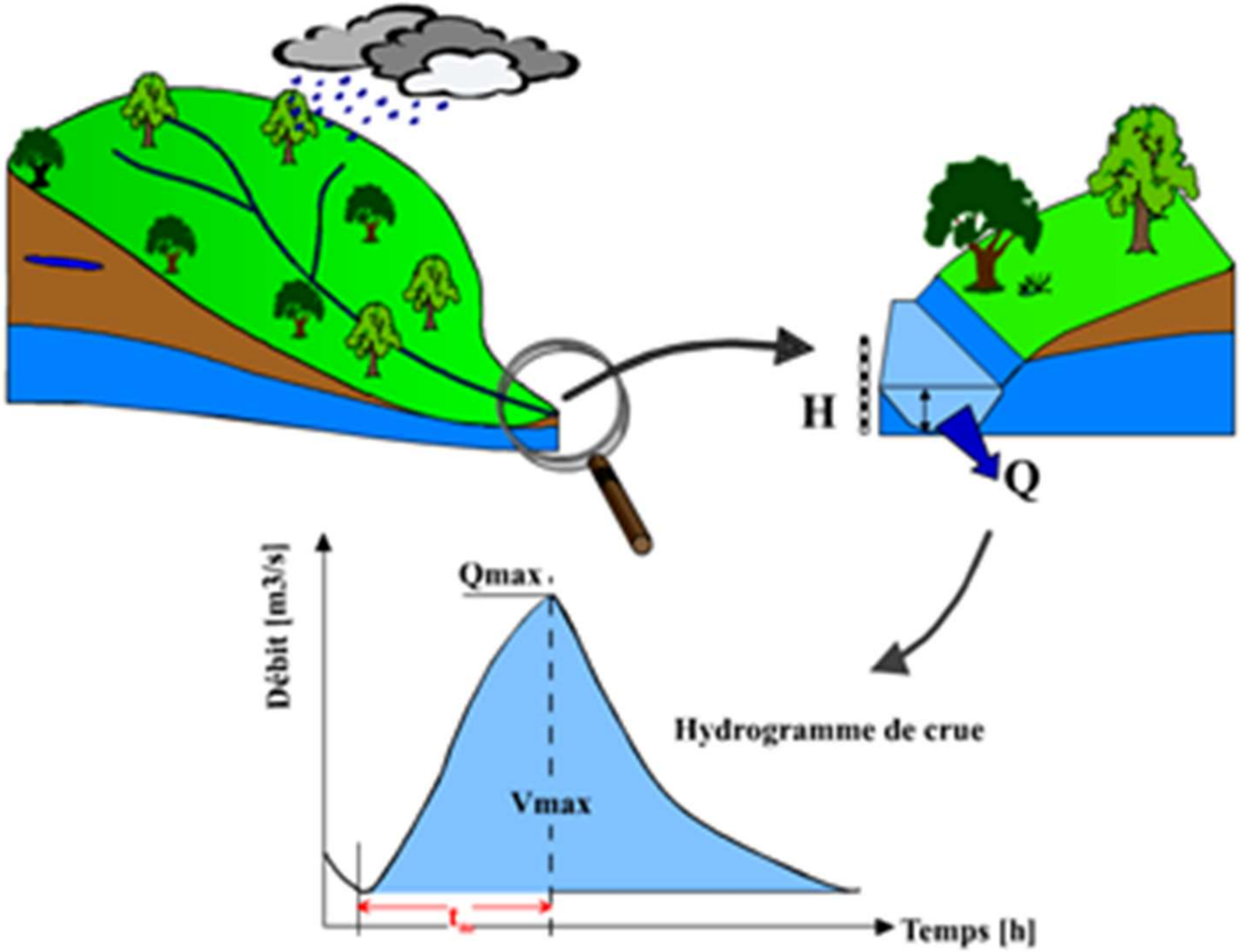
Le bassin versant représente, en principe, l'unité géographique sur laquelle se base l'analyse du cycle hydrologique et de ses effets.


Ligne de partage des eaux


Fleuve
Ligne de partage des eaux
Affluent
AMONT
AVAL

Position des stations hydro pluviométrique à Oued Reboa





https://echo2.epfl.ch/e-drologie/chapitres/chapitre2/chapitre2.html

La surface

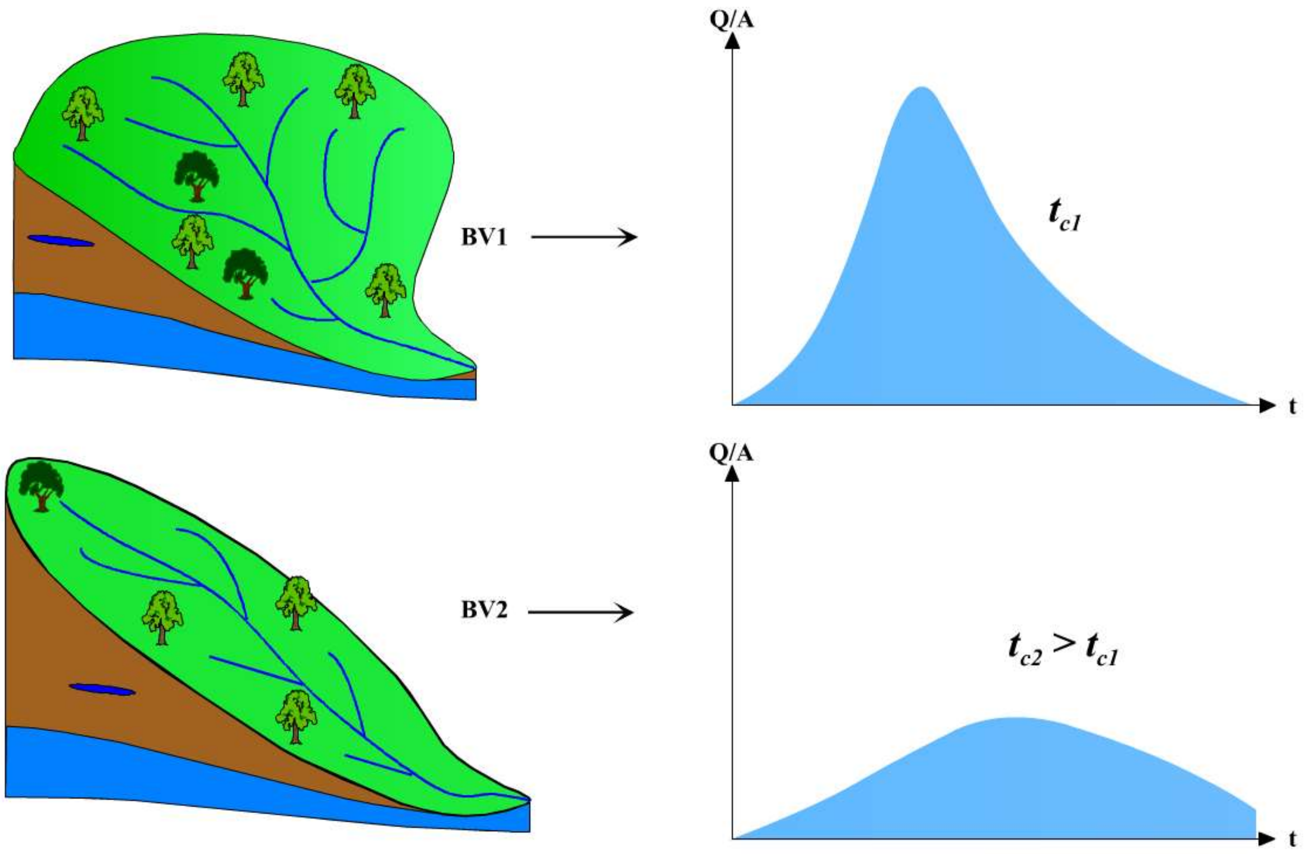
Le bassin versant étant l'aire de réception des précipitations et d'alimentation des cours d'eau, les débits vont être en partie reliés à sa surface.

La surface du bassin versant peut-être mesurée par superposition d'une grille dessinée sur papier transparent, par l'utilisation d'un planimètre ou, mieux, par des techniques de digitalisation.

La forme

La forme d'un bassin versant influence l'allure de l'hydrogramme à l'exutoire du bassin versant. Par exemple, une forme allongée favorise, pour une même pluie, les faibles débits de pointe de crue, ceci en raison des temps d'acheminement de l'eau à l'exutoire plus importants. Ce phénomène est lié à la notion de *temps de concentration*.

En revanche, les bassins en forme d'éventail ($\mathbf{BV_1}$), présentant un temps de concentration plus court ($\mathbf{t_{c1}}$), auront les plus forts débits de pointe, comme le montre la figure suivante :



https://echo2.epfl.ch/e-drologie/chapitres/chapitre2/chapitre2.html

Il existe différents indices morphologiques permettant de caractériser le milieu, mais aussi de comparer les bassins versants entre eux. Citons à titre d'exemple l'indice de compacité de **Gravelius (1914)** ***K_G*** , défini comme le rapport du périmètre du bassin au périmètre du cercle ayant la même surface :

$$K_G = \frac{P}{2 \cdot \sqrt{\pi \cdot A}} \approx 0.28 \cdot \frac{P}{\sqrt{A}}$$

Avec :

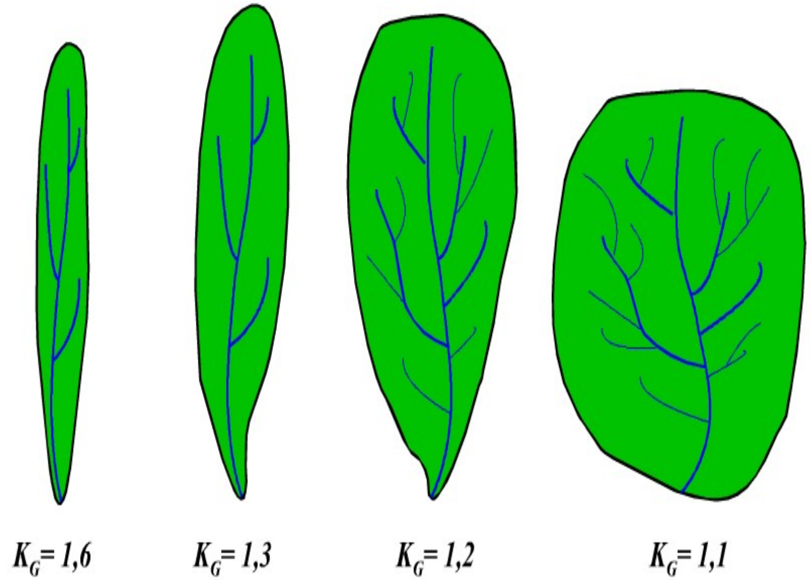
K_G est l'indice de compacité de Gravélius,

A : surface du bassin versant [km^2],

P : périmètre du bassin [km].

Cet indice se détermine à partir d'une carte topographique en mesurant le périmètre du bassin versant et sa surface. Il est proche de 1 pour un bassin versant de forme quasiment circulaire et supérieur à 1 lorsque le bassin est de forme allongée (pour 1,128, il est carré), tel qu'illustré par la figure suivante:

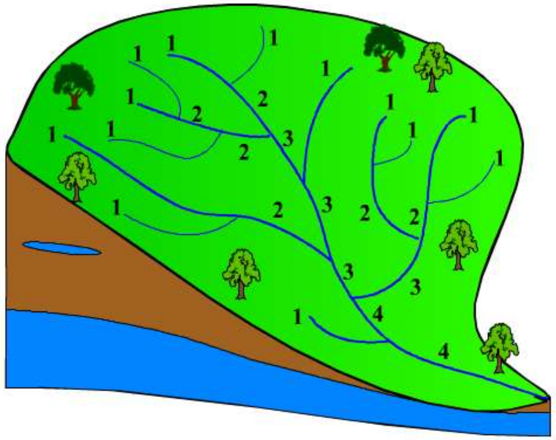
Gravelius, H. (1914) Rivers. G.J. göschen Publishing, Berlin, 179 p



https://echo2.epfl.ch/e-drologie/chapitres/chapitre2/chapitre2.html

Le réseau hydrographique

La numérotation ou la classification la plus connue est celle de S. A. Schumm (1956) et de A. N. Strahler (1954a ; 1954b ; 1957)



- Tout cours d'eau dépourvu de tributaires est d'ordre un.
- Le cours d'eau formé par la confluence de deux cours d'eau d'ordre différent prend l'ordre du plus élevé des deux.
- Le cours d'eau formé par la confluence de deux cours d'eau du même ordre est augmenté de un.

Schumm, (S.A.), 1956 – « Evolution of drainage systems and slopes in badlaands at Perth Amboy, New Jersey », Geol. Soc. America Bull., 67, p. 597-646

Strahler, (A. N.), 1954a – « Quantitative geomorphology of erosional landscapes », C.-R. 19th Intern. Geol. Cong., Algiers, 1952, p. 341-354

Strahler, (A. N.), 1954b – « Statistical analysis in geomorphic research », J. Geol., 62, p. 1-25 Strahler, (A. N.), 1957 – « « Quantitative analysis of watershed geomorphology », Am. Geophys. Union Trans., 38(6), p. 913-920

La densité de drainage

La densité de drainage, introduite par Horton, est la longueur totale du réseau hydrographique par unité de surface du bassin versant :

$$D_d = \frac{\sum L_i}{A}$$

Si la densité de drainage > 3 Km/Km², le bassin est bien drainé.

Relation entre surface et longueur du thalweg principal

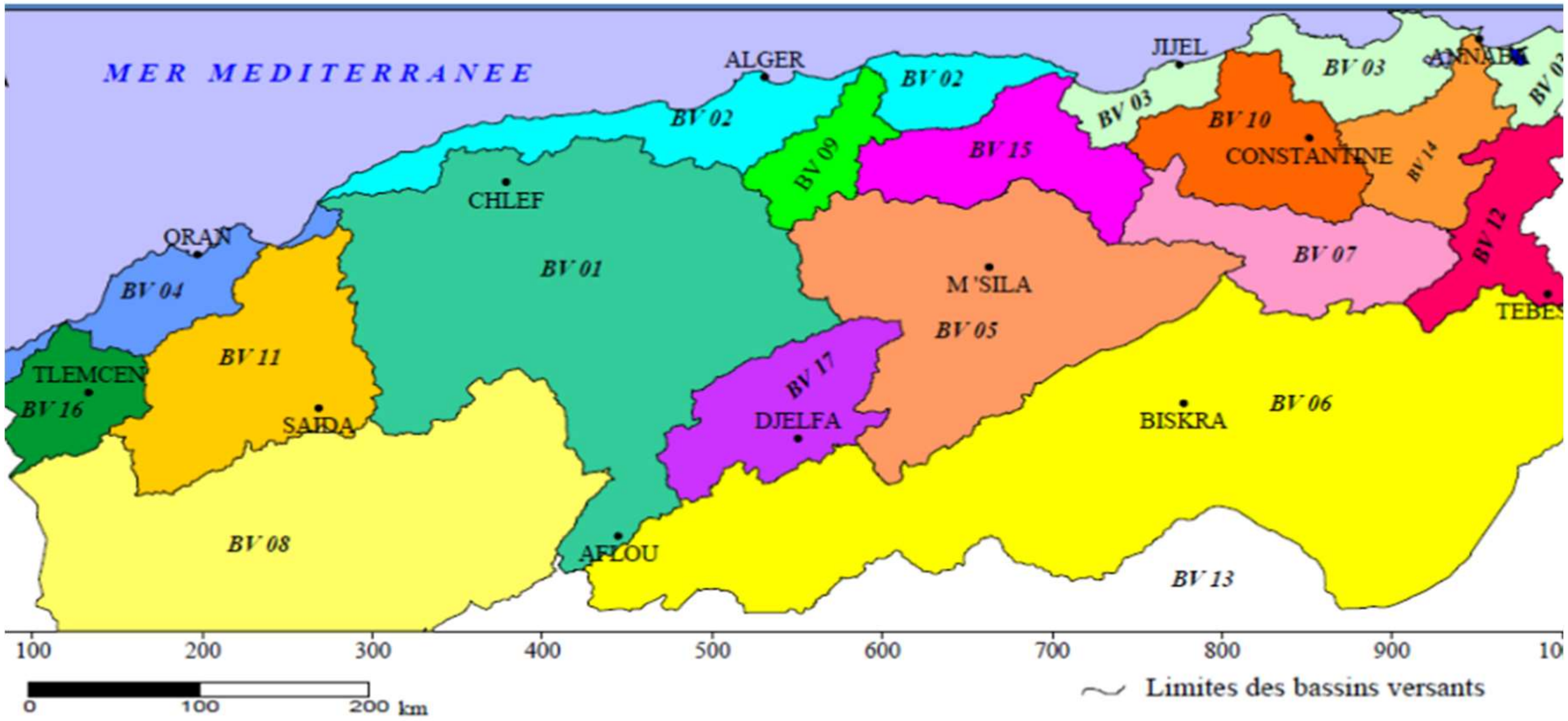
La relation entre la surfaces *S* d'un bassin versant et la longueur *L* de son thalweg principal correspondant peut être formulée sous forme d'une fonction en exposant de la forme :

$$L = a * S^b$$

En Algérie et pour 112 bassins versants on peut écrire avec une très bonne approximation:

$$L = 0{,}8236 * S^{0{,}8465}$$; avec *L* en (Km) et *S* en (Km²)

BASSINS HYDROGRAPHIQUES SELON L'ANRH **(Agence Nationale des Ressources Hydrauliques)**



BV 01 : Cheliff

BV 02 : Côtier algerois

BV 03 : Côtier constantinois

BV 04 : Côtier oranais

BV 05 : Chott Hodna

BV 06 : Chott Melrhir

BV 07 : Hauts Plateaux constantinois

BV 08 : Hauts Plateaux oranais

BV 09 : Isser

BV 10 : Kebir Rhumel

BV 11 : Macta

BV 12 : Médjerda

BV 13 : Sahara

BV 14 : Seybouse

BV 15 : Soummam

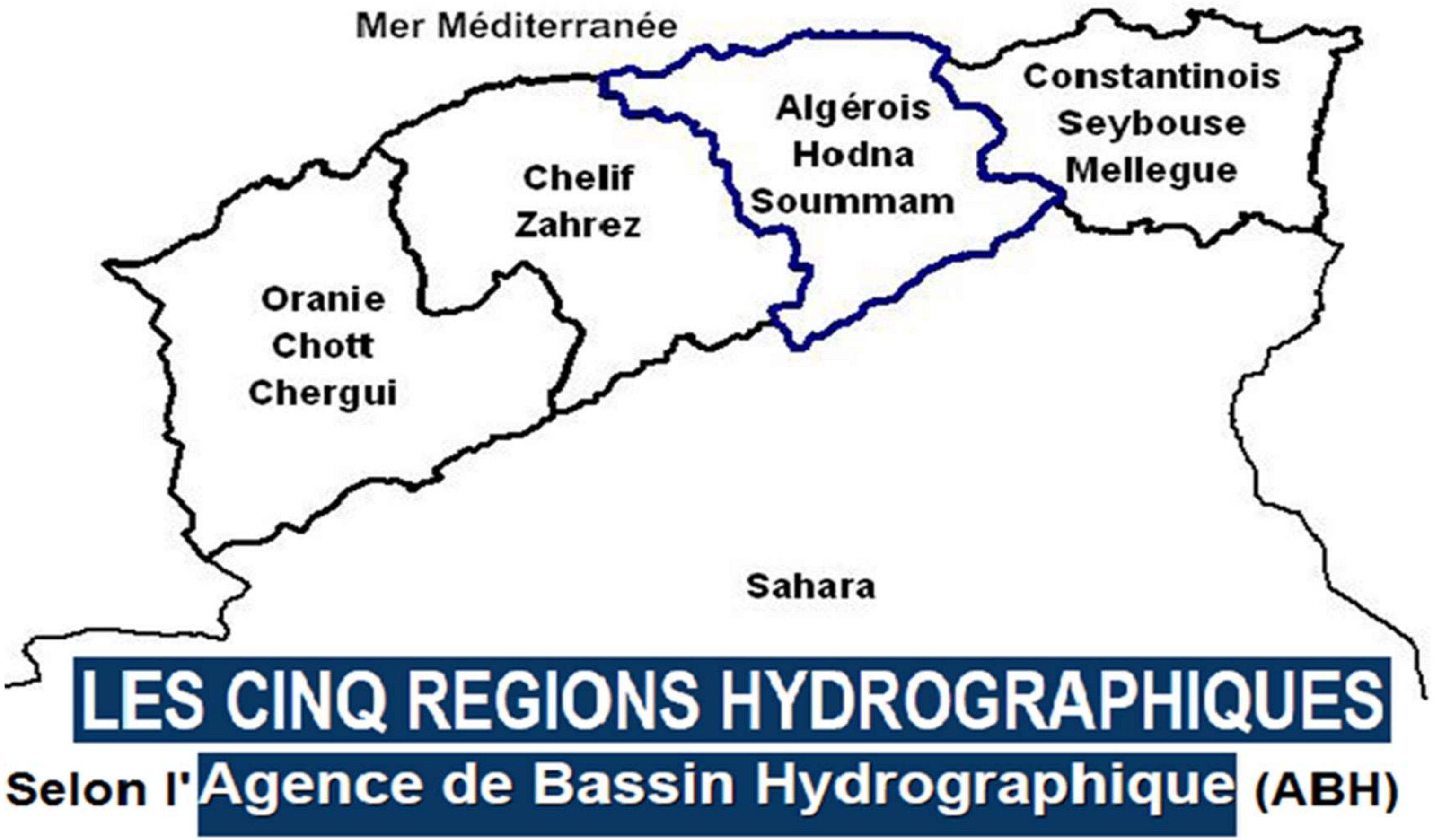
BV 16 : Tafna

BV 17 : Zahrez

http://www.cariassociation.org/Organismes/Agence-Nationale-des-Ressources-Hydrauliques-Direction-Generale-Algerie

Code du Basin	Nom du bassin	Surface (Km^2)
0 1	CHELIFF	43750
0 2	COTIERS ALGEROIS	11972
0 3	COTIERS CONSTANTINOIS	11566
0 4	COTIER ORANAIS	5831
0 5	CHOTT HODNA	25843
0 6	CHOTT MELRHIR	68750
0 7	HAUTS PLATEAUX CONSTANTINOIS	9578
0 8	HAUTS PLATEAUX ORANAIS	49370
0 9	ISSER	4149
1 0	KEBIR RHUMEL	8815
1 1	MACTA	14389
1 2	MEDJERDA	7785
1 3	SAHARA	
1 4	SEYBOUSE	6475
1 5	SOUMMAM	9125
1 6	TAFNA	7245
1 7	ZAHREZ	9102

BASSINS HYDROGRAPHIQUES SELON L'ABH



ABH, 1996. Executive Decree No. 96-100 of March 6, 1996 defining the hydrographic basin and setting the standard status of public management establishments.

Par exemple: http://www.abhcsm.dz/