ChapitreIII: DYNAMIQUE DES FLUIDES PARFAITS

1. INTRODUCTION.

Dans ce chapitre, nous allons décrire le mouvement des particules d'un fluide, et donner l'expression de deux principes fondamentaux de la mécanique (**conservation de la masse et conservation de l'énergie**).

Au sein des mécanismes, c'est **le frottement** qui est responsable des **pertes énergétiques**, ici c'est principalement la viscosité du fluide en circulation qui réduit le rendement d'une installation hydraulique.

2. DESCRIPTION DU MOUVEMENT D'UN FLUIDE.

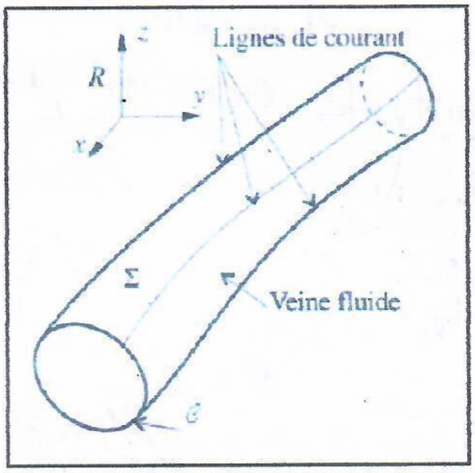
2.1. Écoulement stationnaire ou permanent.

Un régime d'écoulement est dit **permanent** ou **stationnaire** si les paramètres qui le caractérisent (pression, température, vitesse, masse volumique, ...), ont une valeur constante au cours du temps.

2.2. Veine fluide.

Un fluide étant en mouvement par rapport au repère R, soit une courbe C, fermée et fixe dans le repère R. L'ensemble des lignes de courant s'appuyant sur la courbe C forment une surface tubulaire appelée **tube de courant.**

L'ensemble des lignes de courant continues dans le tube de courant s'appelle **une veine fluide.**



3. PRINCIPE DE CONSERVATION DE LA MASSE

L'expression du principe de conservation de la masse se traduit par l'égalité de la masse de fluide entrant par S1 entre les instants t et t + dt avec la masse de fluide sortant par S2 pendant cette même durée,

c'est à dire: $dm_1 = dm_2$

Nous **assimilerons** les volumes entrant et sortant à des cylindres.

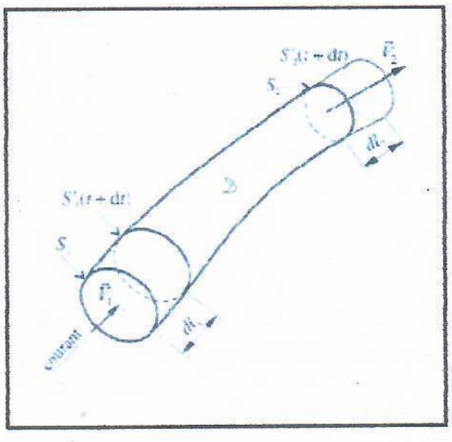
Soit ρ_1 la masse volumique du fluide à l'entrée.

Soit ρ_2 la masse volumique du fluide à la sortie.

Dans le cas d'un fluide **incompressible**

$\rho_1 = \rho_2 = \rho$

Nous avons: $\rho_1 S_1 dl_1 = \rho_2 S_2 dl_2$



Divisons les deux termes par dt non nul:

$$\rho_1 S_1 \frac{dl_1}{dt} = \rho_2 S_2 \frac{dl_2}{dt} \quad \text{avec} \quad \frac{dl_1}{dt} = V_1 \quad \text{et} \quad \frac{dl_2}{dt} = V_2$$

L'expression générale du principe de conservation de la masse est: $\rho_1 S_1 V_1 = \rho_2 S_2 V_2$

ρ_i : kg/m³ ; S_i : m² ; V_i : m/s

3.2. Débit massique.

On appelle ***débit massique*** la quantité $Q_m = \rho_1 S_1 V_1 = \frac{dm}{dt}$ représentant la masse de fluide traversant la section S_1 de la veine fluide par unité de temps. Unité le kg/s

3.3. Equation de continuité en régime permanent

Le principe de conservation de la masse en milieu fluide se traduit par la relation:

$Q_m = \rho_i S_i V_i = C^{te}$ appelée *équation de continuité*

avec Q_m en kg/s ; ρ en kg/m³ ; S en m² et V en m/s

3.4. Débit volumique.

Pour un fluide **incompressible** en écoulement permanent le principe devient :

$$S_1 V_1 = S_2 V_2$$

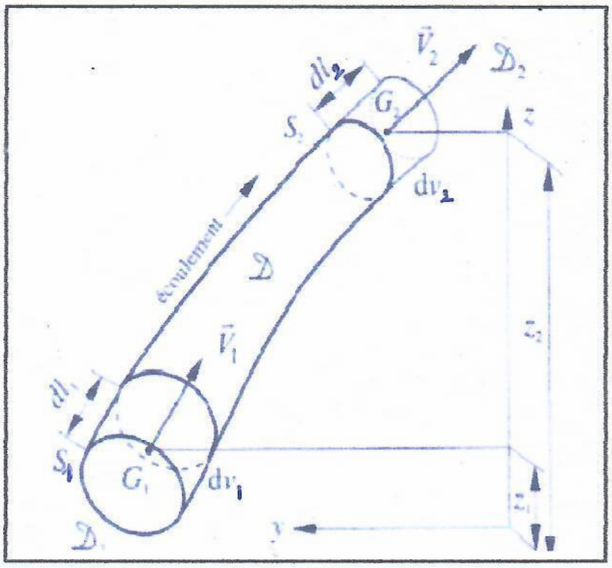
On appelle ***débit volumique*** Q_v le volume de fluide traversant une section S_1 d'une veine fluide par unité de temps soit: $Q_v = S_1 \frac{dl_1}{dt} = S_1 V_1$. Unité le m³/s.

Pour les fluides **incompressibles** , l'équation de continuité s'écrit $Q_v = S_i V_i = C^{te}$.

4. PRINCIPE DE CONSERVATION DE L'ENERGIE

4.1. Théorème de Bernoulli sans transfert d'énergie.

- l'indice i = 1 correspond aux paramètres à **l'entrée**
- l'indice i = 2 correspond aux paramètres à **la sortie**
- **dv_i** : volume de fluide déplacé entre les instants t et t + dt de masse dmi,
- **S_i** :section de la veine fluide,
- **dl_i** : hauteur du volume cylindrique de fluide admis Ou expulsé ($dv_i = S_i \, dl_i$),
- **V_i** : vitesse des particules fluides,
- **G_i** : centres de gravité des volumes **dv_i** d'altitude **z_i**,
- **p_i** : pression



Expressions des différentes formes d'énergie mécanique

A l'entrée	A la sortie
- Énergie cinétique: $W_{c1} = \frac{1}{2} dm_1 V_1^2 = \frac{1}{2}\rho S_1 dl_1 V_1^2$	- Énergie cinétique: $W_{c2} = \frac{1}{2} dm_2 V_2^2 = \frac{1}{2}\rho S_2 dl_2 V_2^2$
- Énergie potentielle de pesanteur: $W_{z1} = dm_1 g z_1 = \rho S_1 dl_1 g z_1$	- Énergie potentielle de pesanteur: $W_{z2} = dm_2 g z_2 = \rho S_2 dl_2 g z_2$
- Énergie potentielle de pression: $W_{p1} = p_1 S_1 dl_1$	- Énergie potentielle de pression: $W_{p2} = p_2 S_2 dl_2$

$$W_{c1} + W_{z1} + W_{p1} = W_{c2} + W_{z2} + W_{p2}$$

$$\rho S_1 dl_1 \left[\frac{V_1^2}{2} + g z_1 + \frac{p_1}{\rho}\right] = \rho S_2 dl_2 \left[\frac{V_2^2}{2} + g z_2 + \frac{p_2}{\rho}\right]$$

Le théorème de Bernoulli relie les paramètres de l'écoulement permanent d'un fluide incompressible le long d'une veine fluide avec laquelle il n'a aucun échange d'énergie:

$$\left[\frac{V_1^2}{2} + g z_1 + \frac{p_1}{\rho}\right] = \left[\frac{V_2^2}{2} + g z_2 + \frac{p_2}{\rho}\right] \quad \text{(unité: Joules/Kg)}$$

Autre forme:

$$\frac{1}{2}\left[V_2^2 - V_1^2\right] + g\,(z_2 - z_1) + \frac{1}{\rho}\,(p_2 - p_1) = 0$$

Le premier terme de cette dernière relation exprime, pour un kilogramme de fluide, la variation d'énergie mécanique totale du fluide entre S_1 et S_2 : *elle est nulle*

Autre écriture possible: $\left[\frac{\rho V_1^2}{2} + \rho g z_1 + p_1\right] = \left[\frac{\rho V_2^2}{2} + \rho g z_2 + p_2\right]$ (unité: Pa)

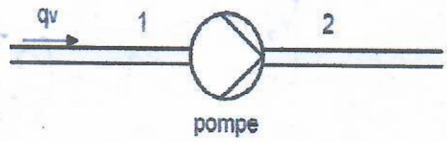
Autre écriture possible: $\left[\frac{V_1^2}{2g} + z_1 + \frac{p_1}{\rho g}\right] = \left[\frac{V_2^2}{2g} + z_2 + \frac{p_2}{\rho g}\right]$ (unité: m)

4.2. Théorème de Bernoulli avec transfert d'énergie.

Lorsque le fluide traverse une machine hydraulique, il échange de l'énergie avec cette machine sous forme de travail ΔW pendant une durée Δt.

La puissance **P** échangée est:

p= ΔW/ Δt



- P > 0 si l'énergie est reçue par le fluide (ex. : pompe) ;
- P< 0 si l'énergie est fournie par le fluide (ex. : turbine).

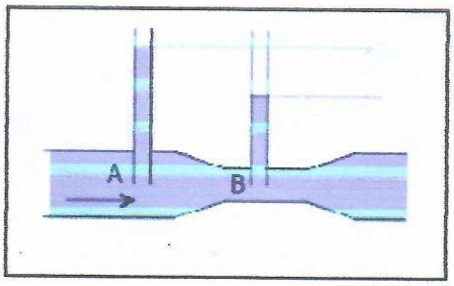
Si le débit-volume est qv, la relation de Bernoulli s'écrit a:l

$$\boxed{\frac{1}{2}\rho\,(v_2^2 - v_1^2) + \rho g\,(z_2 - z_1) + (p_2 - p_1) = \frac{P}{q_v}}$$

5. Application du Théorème de Bernoulli

5.1 Tube de Venturi

Une conduite de section principale S_A subit un étranglement en B où sa section est S_B. La vitesse d'un fluide augmente dans l'étranglement, **donc sa pression y diminue**
$v_B > v_A \Rightarrow p_B < p_A$
Le théorème de Bernoulli s'écrit ici :



$$p_A + \frac{1}{2}\rho v_A^2 = p_B + \frac{1}{2}\rho v_B^2 = p_C + \frac{1}{2}\rho v_C^2$$

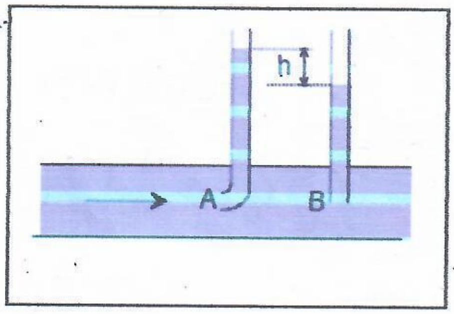
D'après l'équation de continuité,et celle de Bernoulli

$$p_A - p_B = \frac{1}{2}\rho\left(\frac{1}{S_B^2} - \frac{1}{S_A^2}\right) q_v^2 = k\, q_v^2$$

La différence de pression aux bornes aux extrémités du tube de Venturi est proportionnelle au carré du débit ; application à la mesure des débits

5.2 Tube de pitot

On considère un liquide en écoulement permanent dans une canalisation et deux tubes plongeant dans le liquide, l'un débouchant en A face au courant, et l'autre en B est le long des lignes de courant, les deux extrémités étant à **la même hauteur**. Au point B, le liquide a la même vitesse v que dans la canalisation et la pression est la même que celle du liquide $p_B = p$.
En A, point d'arrêt, **la vitesse est nulle** et la pression est p_A.
D'après le théorème de Bernoulli,



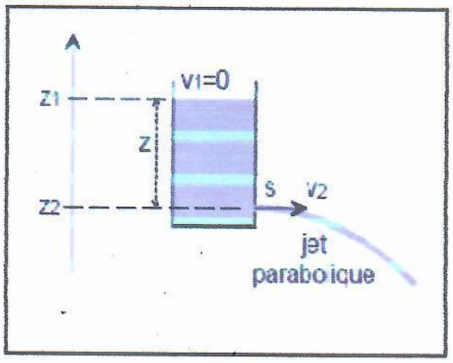
$$p_B + \frac{1}{2}\rho v^2 = p_A \quad \text{soit} \quad \frac{1}{2}\rho v^2 = \rho g h$$

En mesurant la dénivellation h du liquide dans les deux tubes, on peut en déduire la vitesse v d'écoulement du fluide.

5.3 Écoulement d'un liquide contenu dans un réservoir - Théorème de Torricelli

Considérons un réservoir muni d'un petit orifice à sa base, de section s et une ligne de courant partant de la surface au point (1) et arrivant à l'orifice au point (2). En appliquant le théorème de Bernoulli entre les points (1) et (2),

$$\rho\frac{v_1^2}{2} + \rho g z_1 + p_1 = \rho\frac{v_2^2}{2} + \rho g z_2 + p_2$$



Or $p_1 = p_2$ = pression atmosphérique.
Et $v_1 \ll v_2$ d'où

$$\boxed{v_2 = \sqrt{2gz}}$$