UNIVERSITÉ MOSTEFA BEN BOULAID-BATNA 2
FACULTÉ DE MATHÉMATIQUES ET INFORMATIQUE
DÉPARTEMENT MATHÉMATIQUES

SEMESTRE 1 - 2020/2021
NIVEAU : L2-SAD
DURÉE : 1H30

Examen de Topologie

Exercice 01 (5pts)

Donner les définitions de 5 notions parmi les suivantes :

1)une distance, 2) une topologie, 3) un voisinage d'un point, 4) un espace topologique séparé, 5) un espace complet, 6) un espace compact, 7) un espace connexe, 8) une norme.

Exercice 02 (6pts)

Pour la topologie usuelle de $\mathbb{R}$, trouver sans démonstration $\mathring{A}, \bar{A}$ et $Fr(A)$ dans chacun des cas suivants.

1) $A = [x, y]$, 2) $A =]x, y[$, 3) $A =]x, y]$, 4) $A = \mathbb{R}$,

5) $A =]x, x[$, 6) $A =]x, y[\cup]z, w[$, 8) $A =]x, y[\cup]y, z[$, tels que $x, y, z, w \in \mathbb{R}$

Exercice 03(4pts)

Soient X un ensemble non vide, τ_g et τ_g - respectivement- la topologie discrète et grossière. Et soit f une application définie de (X, τ_g) dans (X, τ_{dis}) qui associe chaque x son image $f(x) = x$.

1) Est-ce que f est bijective ?

2) Est-ce que f est continue ?

3) Est-ce que f^{-1} est continue ?

4) Est-ce que f est un homéomorphisme ?

Exercice 04(5pts)

1) Montrer que chaque espace métrique est séparé.

2) Soient (X, d) un espace métrique, $a \in X$ et A une partie de X.

Montrer que $(a \in A \Leftrightarrow d(a, A) = 0)$.