

Série d'exercices N°1, Probabilité-Statistiques, L3 Informatique
Faculte MI, Département Informatique, Universite Batna 2

Espace probabilisé

Exercice 01

Soit Ω un univers et soient A, B, C trois évènements de Ω . Traduire en termes ensemblistes les évènements suivants :

- 1) Seul A se réalise.
- 2) A et B se réalisent mais pas C.
- 3) Les trois évènements se réalisent.
- 4) Au moins l'un des trois se réalise.
- 5) Au moins deux des trois se réalisent.
- 6) Aucun ne se réalise.
- 7) Au plus l'un des trois se réalise.
- 8) Exactement deux des trois se réalisent.

Exercice 02

Soit $\Omega = \{a, b, c, d, e\}$.

- 1) Est ce que $T = \{\Omega, \phi, \{a\}, \{b, c, d, e\}\}$ est une tribu ?
- 2) Est ce que $T' = \{\Omega, \phi, \{a\}, \{b\}\}$ est une tribu ? Si non, compléter la pour avoir une tribu.

Exercice 03

Les assertions suivantes sont-elles vraies ou fausses ?

- 1) Deux évènements incompatibles sont indépendants.
- 2) Deux évènements indépendants sont incompatibles .
- 3) Si $P(A) + P(B) = 1$, alors $A=B$.
- 4) Si A et B sont deux évènements indépendants, alors $P(A \cup B) = P(A) + P(B)$.
- 5) Soient $(A_n)_{n \in \mathbb{N}}$, $(B_n)_{n \in \mathbb{N}}$ deux systèmes complets d'évènements, alors $(A_n \cap B_p)_{(n,p) \in \mathbb{N}^2}$ est un système complet d'évènements.

Exercice 04

- 1) Soit Ω fini. Montrer que $P : \mathcal{P}(\Omega) \rightarrow \mathbb{R}, P(A) = \text{card}(A)/\text{card}(\Omega)$ est une probabilité.
- 2) Soit $(\mathbb{N}^*, \mathcal{P}(\mathbb{N}^*))$ un espace probabilisable, et soit P une application de $\mathcal{P}(\mathbb{N}^*)$ sur \mathbb{R} telle que $P(A) = \sum_{n \in A} P(\{n\}), \forall A \in \mathcal{P}(\mathbb{N}^*)$ et $P(\{n\}) = 1/(n(n+1))$.
- Montrer que P est une probabilité.

Exercice 05

Soient (Ω, \mathcal{A}, P) un espace probabilisé, et A et B deux évènements tels que

$$P(A) = 0.6, P(B) = 0.3, P(A \cap B) = 0.1$$

- 1) Quelle est la probabilité que A et B se réalisent ?
- 2) Quelle est la probabilité que A ou B se réalise ?
- 3) Quelle est la probabilité que ni A, ni B se réalisent ?

Exercice 06

On extrait d'une caisse contenant 20 pièces dont 4 défectueuses, 3 pièces au hasard.

Quelle est la probabilité de :

- A : " avoir trois bonnes pièces "
- B : " avoir deux bonnes pièces "
- C : " avoir au plus deux bonnes pièces "

Exercice 07

On considère une infinité de lancers de dés équilibrés .

Déterminer la probabilité d'obtenir de 1.

(on introduit l'évènement B : " obtenir de 1", on construit une suite d'évènements B_n et on applique le théorème de limite monotone).

Exercice 08

Dans un amphi 70 pour cent des étudiants sont des filles, une fille sur cinq porte des lunettes et un garçon sur trois porte des lunettes.

Quelle est la probabilité pour qu'un porteur de lunettes pris au hasard soit une fille ?

Exercice 09

En cas d'une maladie, 2 personnes sur 3 prennent le médicament M1, une personne sur 3 prend le médicament M2.

Avec le médicament M1, 60 pour cent des patients sont soulagés.

Avec le médicament M2, 80 pour cent des patients sont soulagés.

- 1) Quel est le taux globale des personnes soulagés ?
- 2) Quelle est la probabilité pour un patient d'avoir pris le médicament M1 sachant qu'il est soulagé ?

Exercice 10

Dans un groupe d'étudiants, 30 pour cent ont les yeux verts, 60 pour cent ont les cheveux noirs, 15 pour cent ont les yeux verts et les cheveux noirs.

On choisit un étudiant au hasard. Calculez :

- 1) La probabilité d'évènement : si un étudiant a les yeux verts, d'avoir les cheveux noirs.
- 2) La probabilité d'évènement : si un étudiant a les cheveux noirs, d'avoir les yeux verts.
- 2) La probabilité d'évènement : si un étudiant a les cheveux noirs, de ne pas avoir les yeux verts.