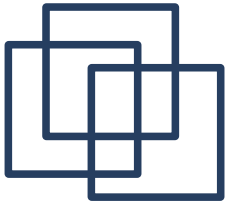


Transmission de Puissance

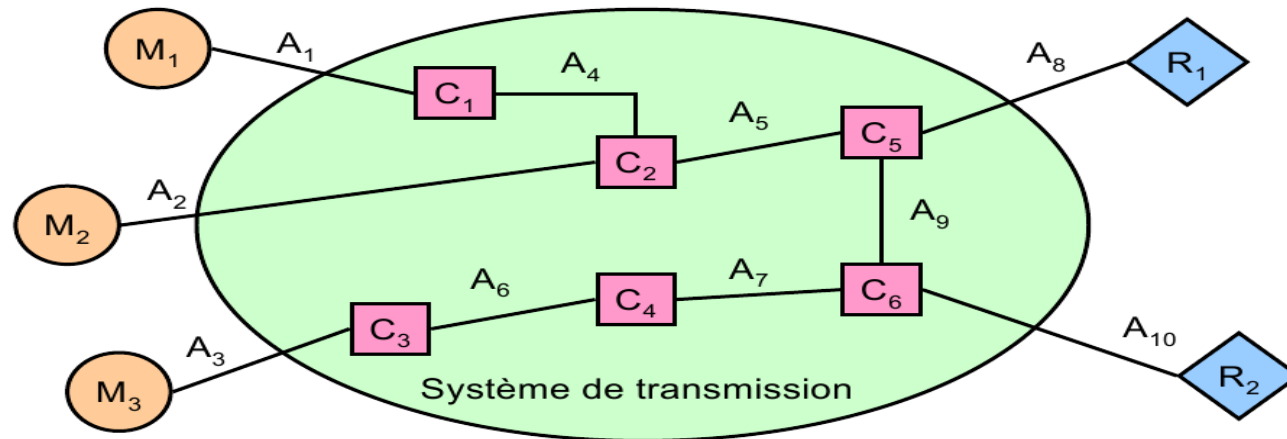
Première Partie :

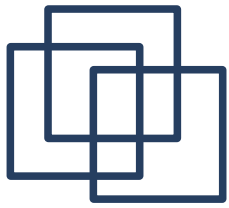
Dimensionnement des Arbres



Définition

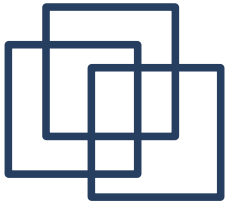
Un système de transmission de puissance est un système qui permet de transmettre de la puissance mécanique depuis des **organes moteurs** (M_1, M_2, \dots, M_m) vers des **organes récepteurs** (R_1, R_2, \dots, R_r) par l'intermédiaires **d'arbres de transmission** (A_1, A_2, \dots, A_a) et de composants (C_1, C_2, \dots, C_c)





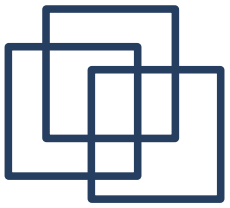
Composants de transmission mécanique

- *Engrenages, droits, hélicoïdaux, coniques, crémaillères.*
 - *Trains d'engrenages, trains épicycloïdaux, différentiels, boîtes de vitesses.*
 - *Liaisons permanentes d'arbres : joints de cardan, joint tripode.*
 - *Liaisons temporaires d'arbres : embrayages, freins.*
 - *Liaisons souples : courroies, chaînes.*
-



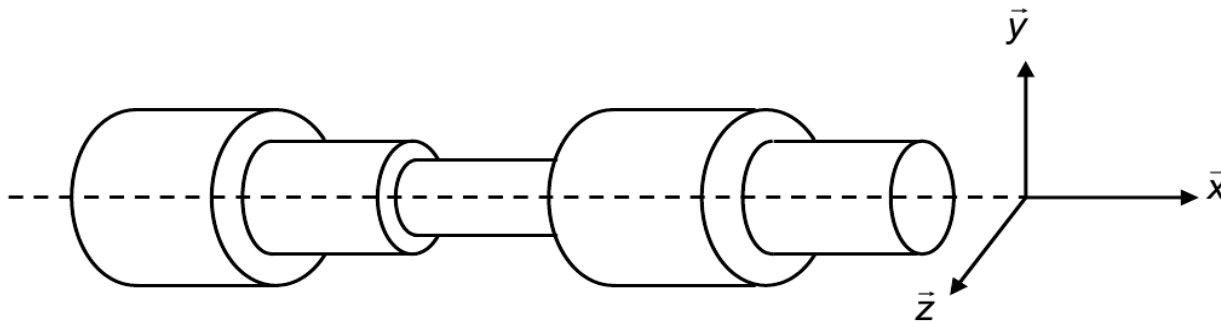
Dimensionnement des arbres de transmissions

- *Résistance des matériaux appliquée aux arbres et aux organes de transmission.*
- *Sollicitations composées : théorème de superposition.*
- *Notion de concentration de contraintes.*

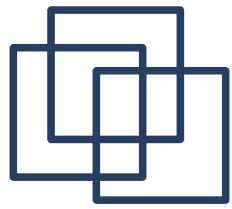


Dimensionnement des arbres

Les arbres de transmission sont modélisés comme des poutres :

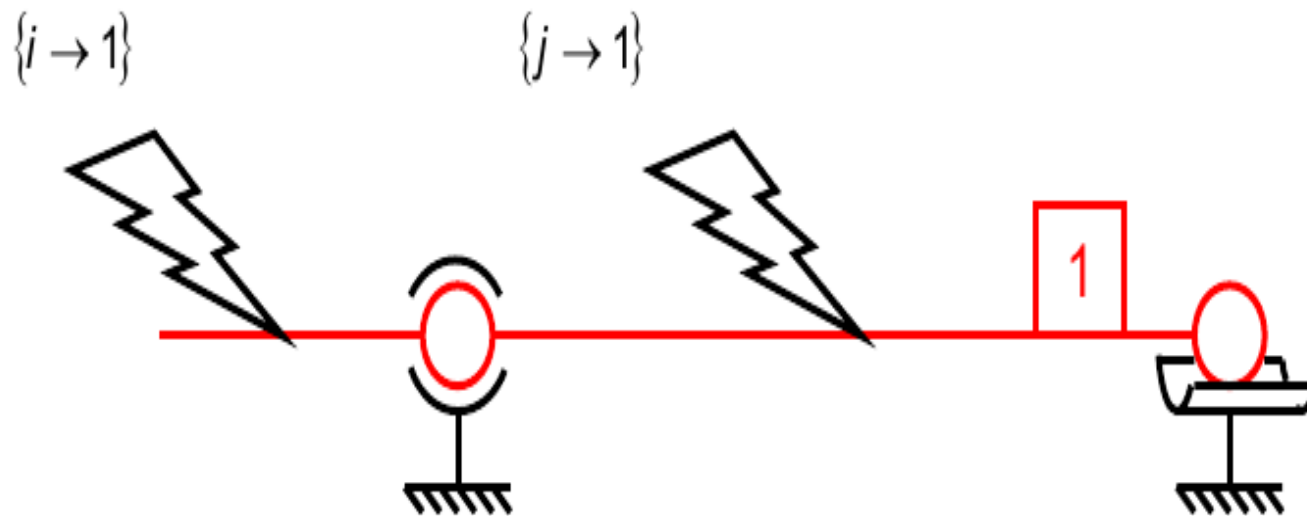


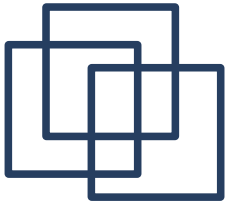
- *Fibre neutre rectiligne*
- *Section circulaire constante par morceau*



Sollicitations dans les arbres

Les arbres de transmissions sont guidés par des paliers et soumis à des actions extérieures.





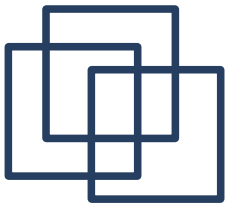
Sollicitations dans les arbres

Le but des arbres étant de transmettre de la puissance, ils doivent nécessairement transmettre des couples.

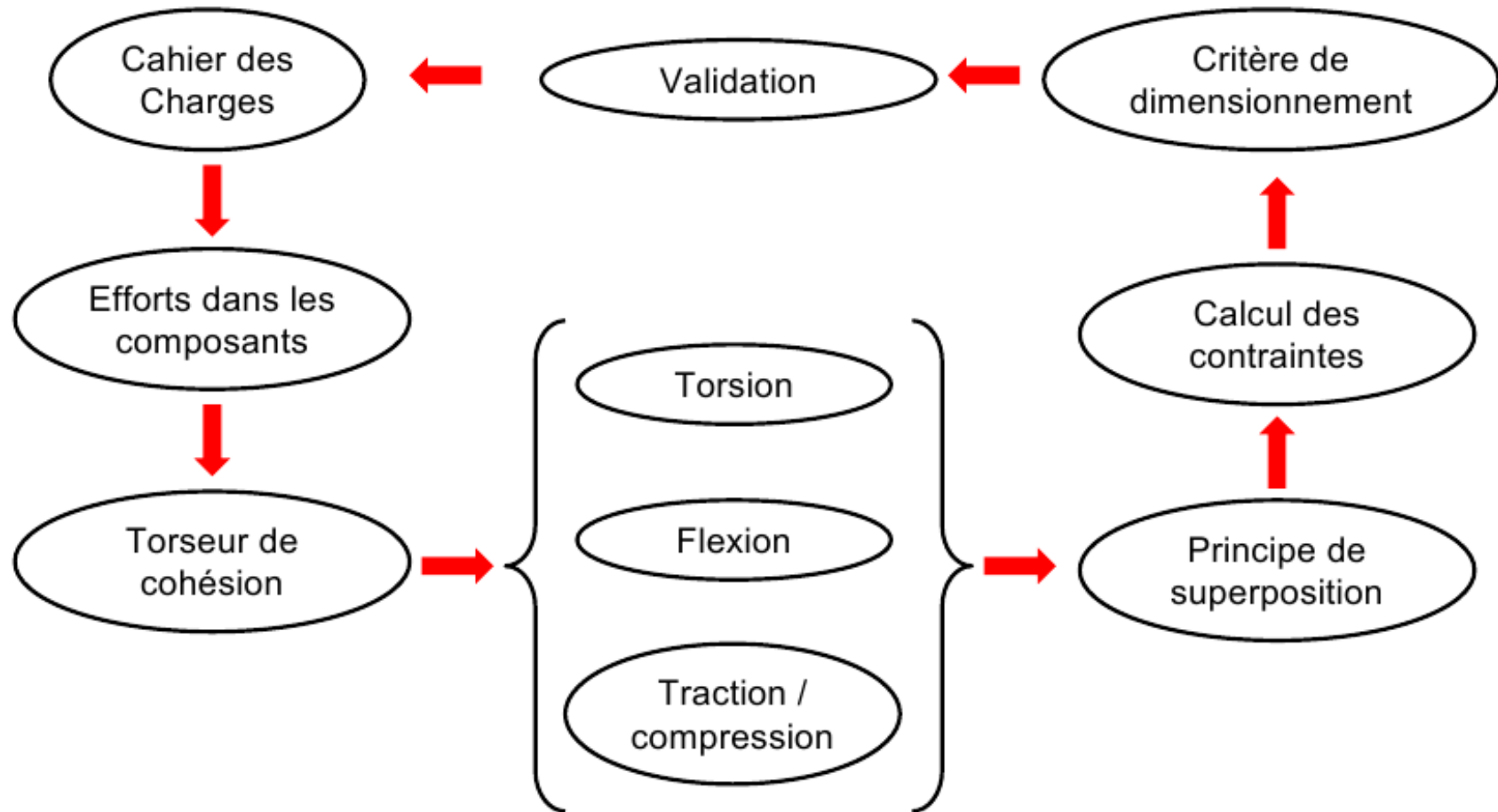
Les arbres seront donc systématiquement sollicités en torsion.

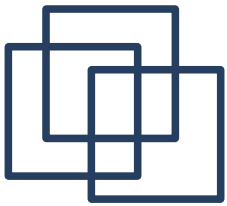
Les engrenages et autres composants induisent des efforts tangentiels et axiaux.

Les arbres peuvent également être sollicités en flexion et en traction / compression



Démarche de dimensionnement des arbres





Rappel sur la torsion

Torseur de cohésion :

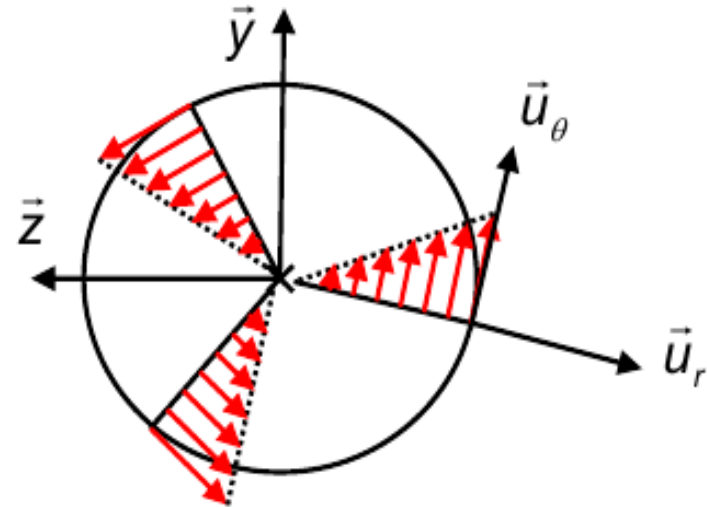
$$\{\tau_c\} = \begin{Bmatrix} 0 & M_t \\ 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{Bmatrix}^G_{(G, \bar{x}, \bar{y}, \bar{z})}$$

Contraintes de cisaillement :

$$\vec{\tau}(r) = r \frac{M_t}{I_0} \vec{u}_\theta$$

Moment quadratique

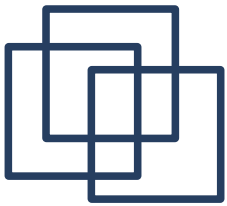
$$I_0 = \int_{M \in S} r^2 ds = \frac{\pi d^4}{32}$$



Critère de Tresca

$$\max \|\vec{\tau}\| < \frac{R_e}{2s}$$

s : Coefficient de sécurité
R_e : Limite élastique du matériau



Rappel sur la traction compression

Torseur de cohésion :

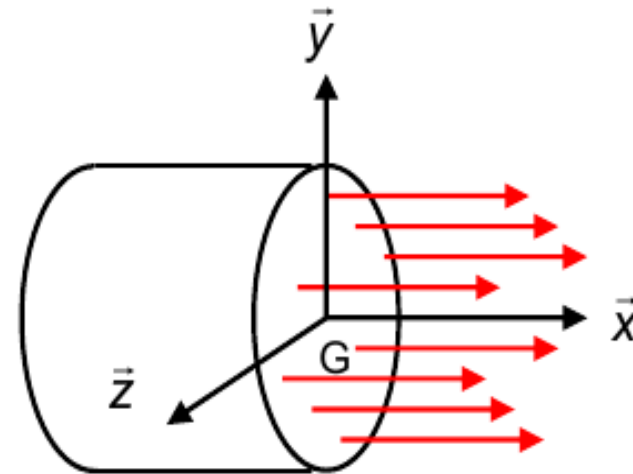
$$\{\tau_c\} = \begin{Bmatrix} N & 0 \\ 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{Bmatrix}_{(G, \vec{x}, \vec{y}, \vec{z})}^G$$

Contraintes normales :

$$\vec{\sigma}_n = \frac{N}{S} \vec{x}$$

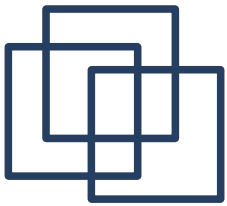
Surface de la section

$$S = \int_{M \in S} ds = \frac{\pi d^2}{4}$$



Critère de Tresca

$$\max \|\vec{\sigma}_n\| < \frac{R_e}{s}$$



Rappel sur la flexion

Torseur de cohésion :

$$\{\tau_c\} = \begin{Bmatrix} 0 & 0 \\ T_y & 0 \\ 0 & M_{fz} \end{Bmatrix}_{(G, \vec{x}, \vec{y}, \vec{z})}^G$$

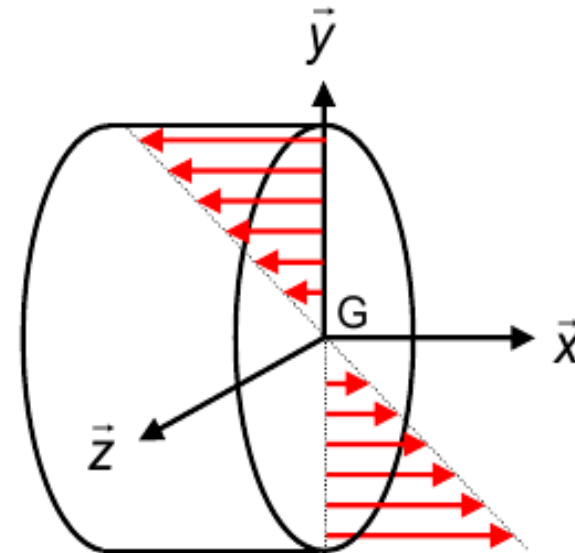
Contraintes normale :

$$\vec{\sigma}_n(y) = -y \frac{M_{fz}}{I_z} \vec{x}$$

Moment quadratique

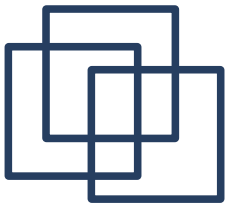
$$I_z = \int_{M \in S} y^2 ds = \frac{\pi d^4}{64}$$

On néglige l'effet de l'effort tranchant



Critère de Tresca

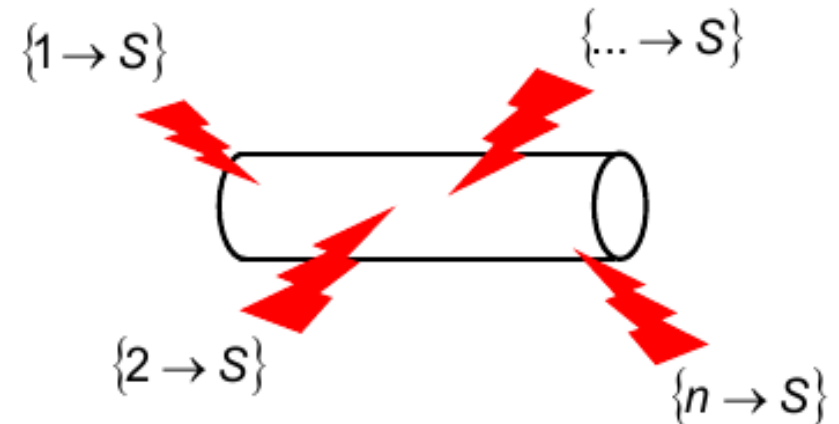
$$\max \|\vec{\sigma}_n\| < \frac{R_e}{s}$$



Principe de superposition

Soit une structure S en matériau ELHI soumise à n actions extérieures : $\{i \rightarrow S\}$

Chaque action i engendre un champ de contraintes : $\vec{\sigma}_i(M)$

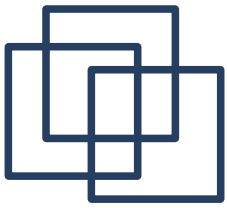


Alors :

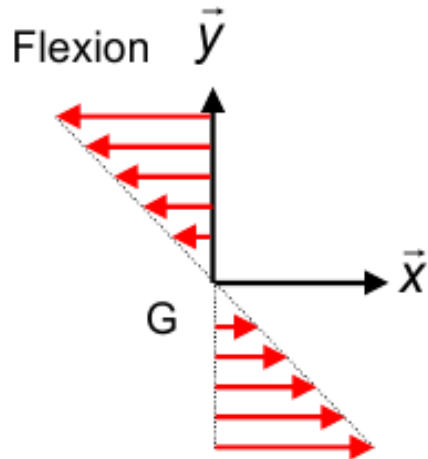
le champ de contraintes résultant de la somme des actions extérieures est égale à la somme des champs de contraintes élémentaires.

$$\vec{\sigma}(M) = \sum_1^n \vec{\sigma}_i(M)$$

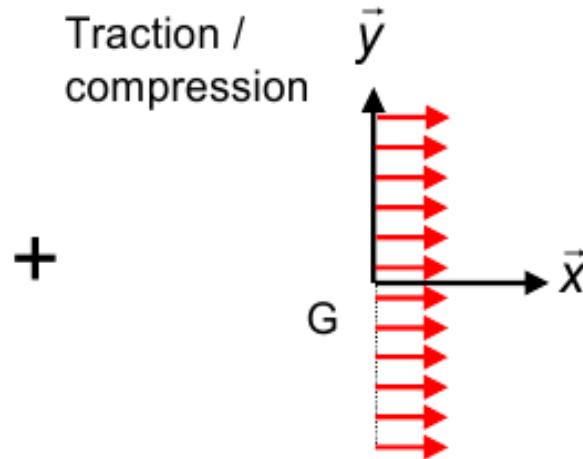
A condition qu'aucune contrainte ne dépasse la limite élastique du matériau.



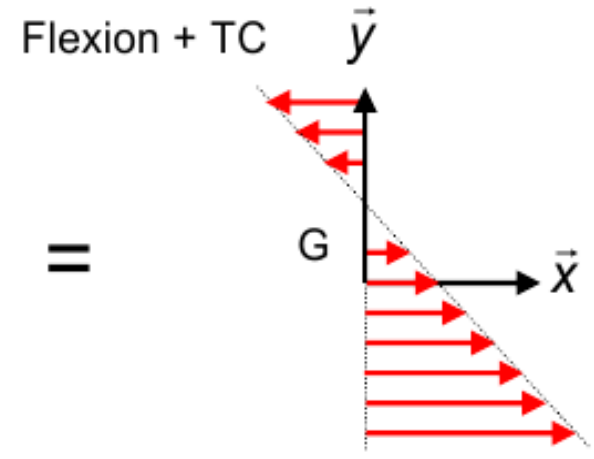
Flexion combinée à la traction / compression



$$\bar{\sigma}_n(y) = -y \frac{M_{fz}}{I_z} \bar{x}$$



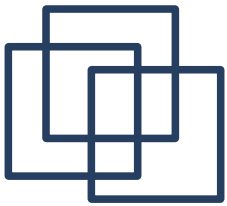
$$\bar{\sigma}_n^{TC} = \frac{N}{S} \bar{x}$$



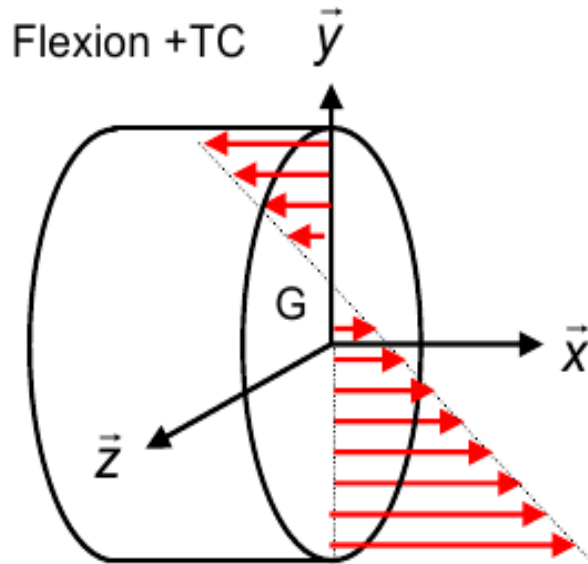
$$\bar{\sigma}_n(y) = \left[\frac{N}{S} - y \frac{M_{fz}}{I_z} \right] \bar{x}$$

Critère de Tresca

$$\max \|\bar{\sigma}_n(y)\| < \frac{R_e}{s}$$



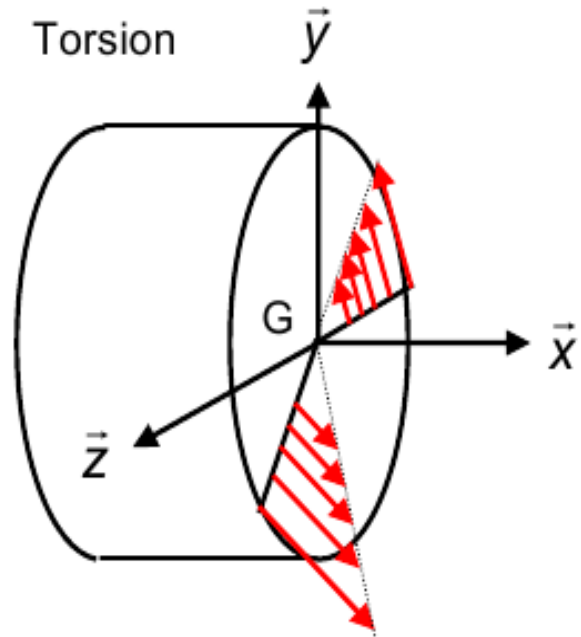
Flexion et traction / compression combinées à la torsion



$$\bar{\sigma}_n(y) = \left[\frac{N}{S} - y \frac{M_{fz}}{I_z} \right] \bar{x}$$

+

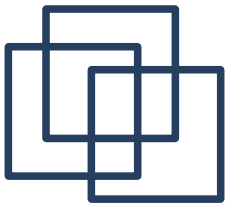
=



$$\bar{\tau}(r) = r \frac{M_t}{I_0} \bar{u}_\theta$$

Contraintes de la sollicitation combinée

$$\bar{\sigma}(y,r) = r \frac{M_t}{I_0} \bar{u}_\theta + \left[\frac{N}{S} - y \frac{M_{fz}}{I_z} \right] \bar{x}$$



Critère de dimensionnement

On ne prend pas directement la norme du vecteur contrainte :

$$\vec{\sigma}(y,r) = r \frac{M_t}{I_0} \vec{u}_\theta + \left[\frac{N}{S} - y \frac{M_{fz}}{I_z} \right] \vec{x}$$

On identifie les deux composante de la contrainte :

Contrainte normale

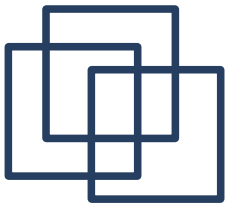
$$\vec{\sigma}_n(y) = \left[\frac{N}{S} - y \frac{M_{fz}}{I_z} \right] \vec{x}$$

Contrainte de cisaillement

$$\vec{\tau}(r) = r \frac{M_t}{I_0} \vec{u}_\theta$$

On applique le Critère de Tresca :

$$\max \left[\sqrt{\sigma_n^2 + 4\tau^2} \right] < \frac{R_e}{s}$$



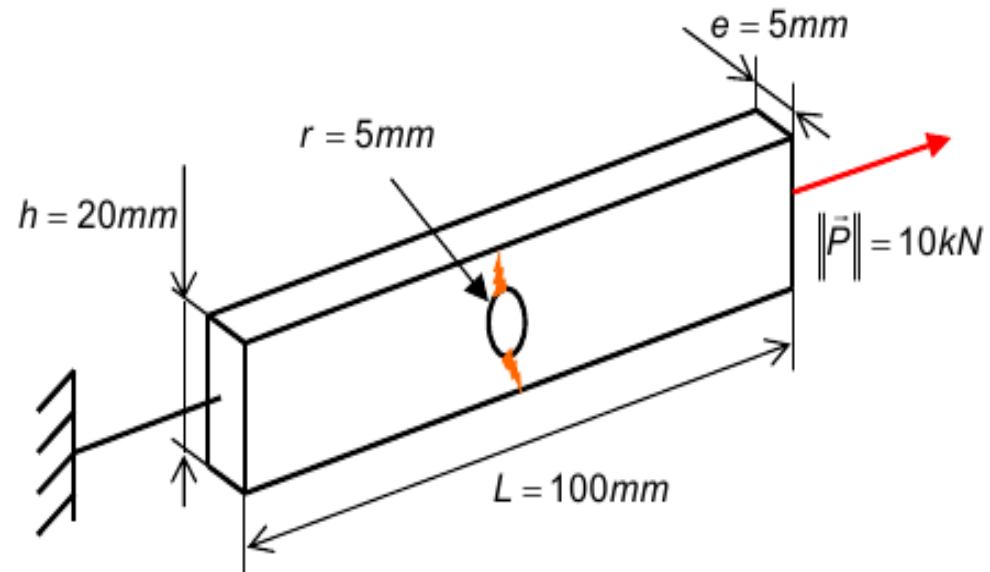
Phénomène de concentration de contraintes

Prenons un profilé troué en acier sollicitée en traction

$$E = 200\text{GPa}$$

$$R_e = 300\text{MPa}$$

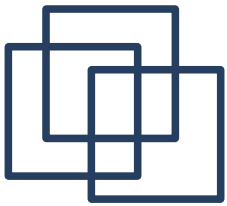
On calcule la surface soumise à la traction au niveau du trou : $S = 50\text{mm}^2$



On calcule la contrainte au niveau du trou :

$$\|\vec{\sigma}_n\| = \frac{\|\vec{P}\|}{S} = 200\text{MPa} \leq R_e$$

Ce calcul n'est pas valable et le profilé casse



Visualisation des concentrations de contraintes

Grâce à un calcul par éléments finis on simule l'état de contraintes dans le profil.

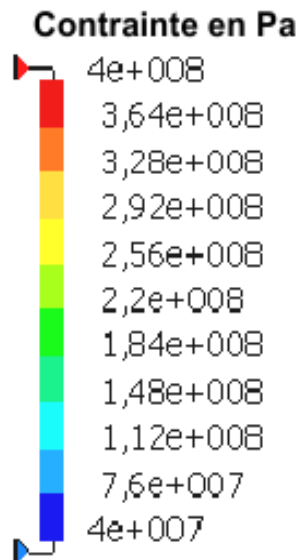
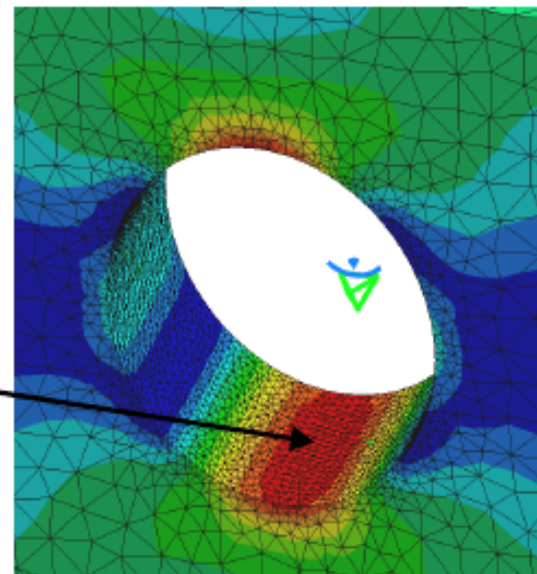
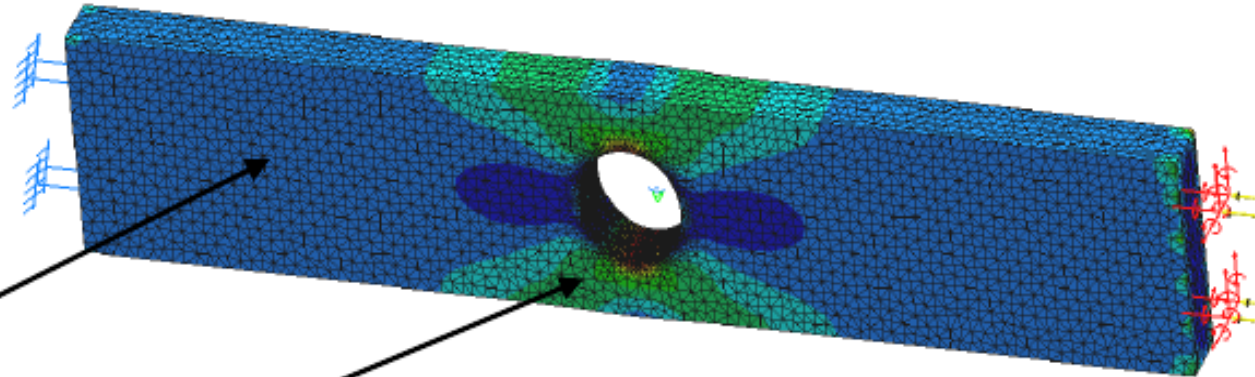
La contrainte est constante loin du trou

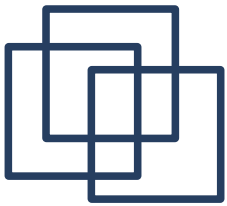
La contrainte varie fortement près du trou

La contrainte max est atteinte à l'intérieur du trou :

$$\sigma \approx 400\text{MPa} \geq R_e$$

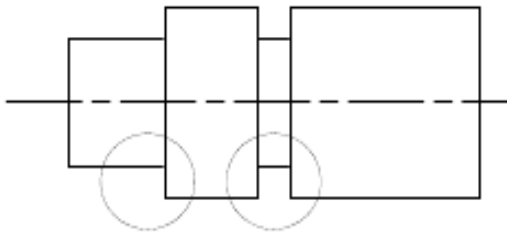
le profilé casse





Sollicitation simple

1 : Identifier les zones de l'arbre qui présentent des discontinuités



2 : Identifier le mode sollicitation

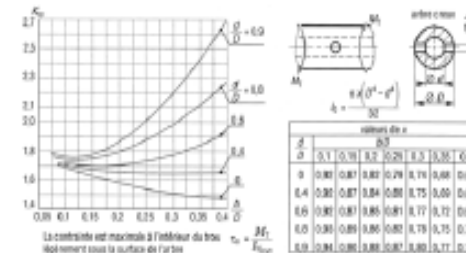
$$\{\tau_c\} = \begin{Bmatrix} * & * \\ 0 & 0 \\ 0 & * \end{Bmatrix}_G$$

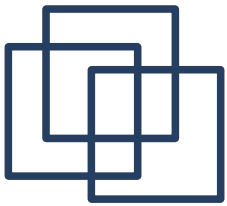


3 : Utiliser les abaques pour déterminer le coefficient de concentration de contraintes : K_t

4 : Appliquer un critère de résistance mécanique

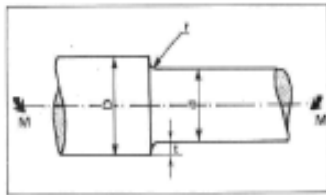
$$\|\bar{\sigma}_{réelle}\| = K_t \|\bar{\sigma}_{calculée}\| \leq R_e$$



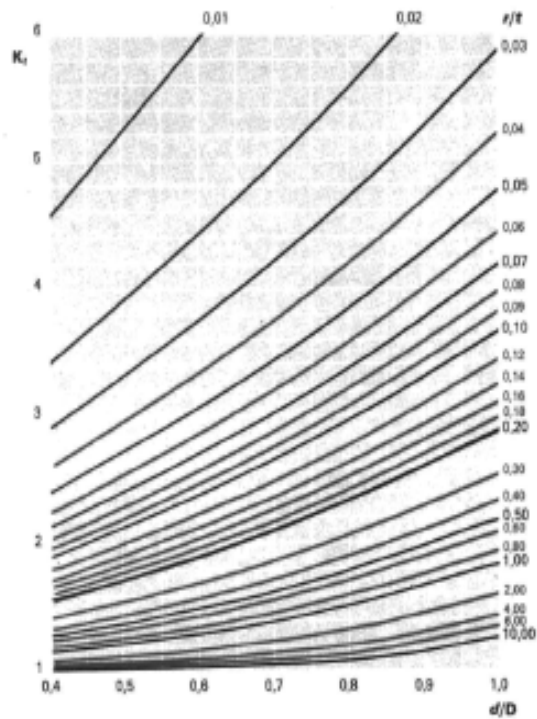


Arbre épaulé

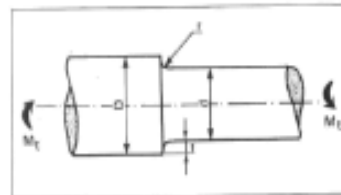
Arbre épaulé en flexion



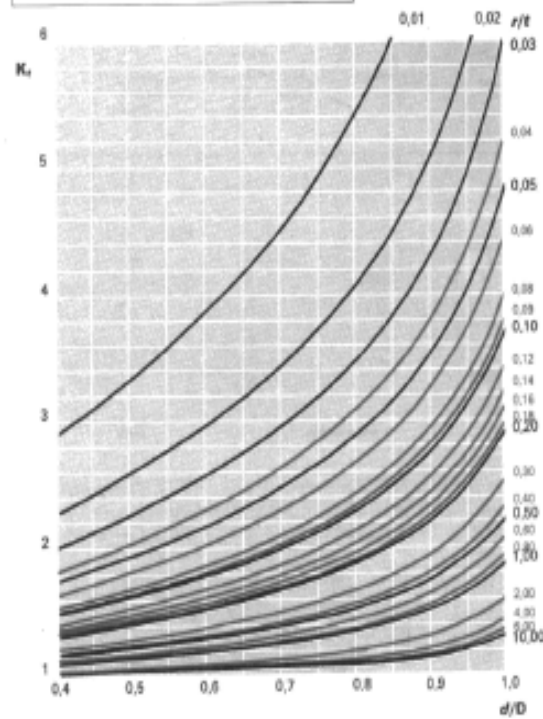
$$\sigma_{\text{nom}} = \frac{32 M}{\pi d^3}$$



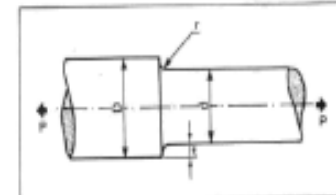
Arbre épaulé en torsion



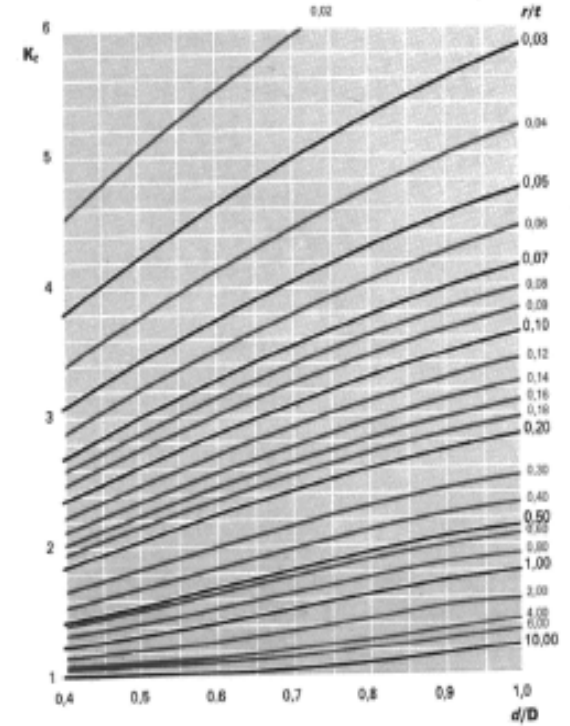
$$\tau_{\text{nom}} = \frac{16 M_t}{\pi d^3}$$

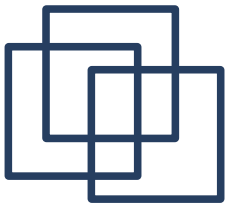


Arbre épaulé en traction / compression



$$\sigma_{\text{nom}} = \frac{4 P}{\pi d^2}$$





Sollicitations composées

1 : Calcul des différents types de contraintes

$$\vec{\sigma}_{calculée}^{TC}$$

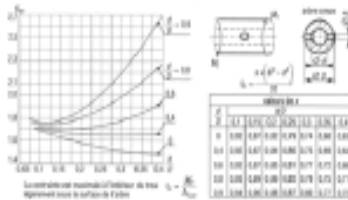
$$\vec{\sigma}_{calculée}^{flex}$$

$$\vec{\sigma}_{calculée}^{tors}$$



2 : Application des coefficients de concentration de contraintes

$$\|\vec{\sigma}_{réelle}^i\| = K_t^i \|\vec{\sigma}_{calculée}^i\|$$



3 : Application du critère de Tresca

$$\sqrt{(\sigma_{réelle}^{TC} + \sigma_{réelle}^{flex})^2 + 4(\sigma_{réelle}^{tors})^2} \leq \frac{R_e}{s}$$