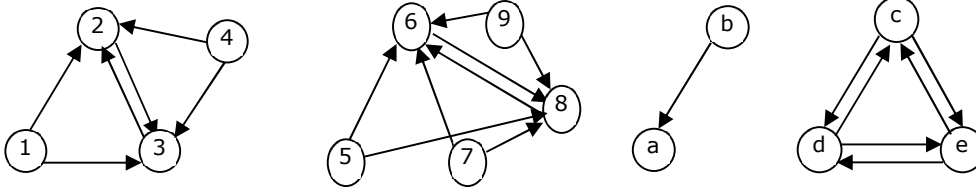


SÉRIE N°1

FEVRIER-MARS 2024

Exercice 1.1

On considère l'ensemble E d'habitant d'un immeuble, on définit dans E la relation R telle que :
 $a R b \Leftrightarrow b$ est la **sœur** de a. Soit G le graphe suivant représentant cette relation :



- 1) Quel est le type de G?
- 2) Quel est l'ordre et la taille du graphe G ? Donner l'ensemble X et U ?
- 3) Donner $\Gamma^+(x)$, $\Gamma^-(x)$ pour $x \in \{2, 3, 5, 8, b, c\}$ de X ?
- 4) Donner $d^+(x)$, $d^-(x)$ et $d(x)$ pour $x \in \{1, 4, a, d\}$ de X?
- 5) Déterminer à partir du graphe G un graphe G' vérifiant la relation R' : $a R' b \Leftrightarrow b$ est le **frère** de a?

Exercice 1.2

Soit un graphe $G=(X, U)$ dont les sommets sont les entiers compris entre 1 et 10 et dont les arcs représentent la relation « **être multiple de** ».

- 1) Construire le graphe G ?
- 2) G est-il Simple, Complet, régulier, planaire ou biparti ?
- 3) Donner un sous graphe du G qui est engendré par 5 éléments ?
- 4) Donner un graphe partiel du G ?
- 5) Donner un sous graphe partiel du G ?
- 6) Chaque arc relie x à y est valeur par le quotient x/y , construire le nouveau graphe G?

Exercice 1.3

Soit le graphe $G=(X, U)$ défini par

$$X=\{1,2,3,4,5,6\} \text{ et } U=\{(1,6), (6,1), (6,5), (5,4), (4,6), (2,1), (2,4), (3,2), (4,3), (3,4)\}$$

- 1) Donner un chemin et une chaîne simple de 1 à 6 passant par 5 ?
- 2) Donner un chemin et une chaîne élémentaire de 1 à 6 ?
- 3) Donner un circuit et un cycle partant de 1 et passant par 5 ?
- 4) Donner un circuit et un cycle élémentaire à partir de 1 ?
- 5) Existe-t-il un circuit Hamiltonien dans G ?
- 6) G est-il connexe ? fortement connexe ?
- 7) Représenter le graphe G par sa matrice d'adjacence, d'incidence et par des listes ?
- 8) En considérant le graphe comme non orienté, idem questions 1, 2, 3, 4, 5 et 7?
- 9) Donner le graphe dual du primal G?
- 10) Soit G' le graphe partiel en supprimant l'arc (5,4), Donner le graphe réduit du G'?

Exercice 1.4

Soit G le graphe non orienté à 6 sommets étiquetés a, b, c, d, e et f. Les voisins du sommet a sont b, c et d ; les voisins du sommet b sont a et c ; les voisins du sommet c sont a, b et d ; les voisins du sommet d sont a, c et f ; le seul voisin du sommet e est f ; les voisins du sommet f sont d et e.

- 1) Dessiner le graphe G ?
- 2) Représenter le graphe G par sa matrice d'adjacence, d'incidence et par des listes ?

Exercice 1.5

- 1) Soit $G=(X,U)$ un graphe d'ordre n et de taille m, Montrer que $\sum_{i=1}^n d(x_i)=2m$?
- 2) Soit $G=(X,U)$ un graphe d'ordre n ; $X=\{x_1, x_2, \dots, x_n\}$.
Montrer que pour tout graphe, le nombre de sommets de degré impair est un nombre pair ?
- 3) En représente un graphe orienté par sa matrice d'adjacence, écrire une fonction qui permet de :
 a- Déterminer si un sommet donné est isolé ou pendent ?
 b- Déterminer si un graphe est sans ou avec boucle ?
- 4) Soit G un graphe d'ordre 12, à 14 arêtes dont les sommets sont de degré 2 ou 3. Combien G a-t-il de sommets de degré 2 ?