

SÉRIE N°2

AVRIL 2024

Exercice 2.1

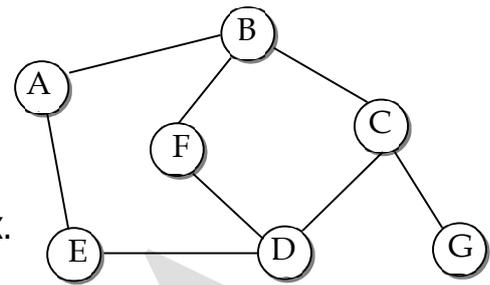
Soit $G=(X,U)$ un graphe non orienté ci-contre.

- On appelle **longueur** d'une chaîne $L(x,y)$ joignant les deux sommets x et y , $|L(x,y)|$, le nombre d'arêtes de cette chaîne.
- On désigne par $E(x,y)$, l'**écart** entre x et y , la longueur de la plus courte chaîne joignant x et y ; $E(x,y) = \min\{|L(x,y)|\}$

On appelle aussi:

- **Ecartement** d'un sommet x , le nombre $E(x)=\max\{E(x,y)\}$, $y \in X$.
- **Diamètre** de G , le nombre $E(G) = \max\{E(x,y)\}$.
- **Rayon** de G , le nombre $r(G) = \min\{E(x)\}$
- **Centre** de G , un sommet $s \in X$ tel que $E(s) = r(G)$

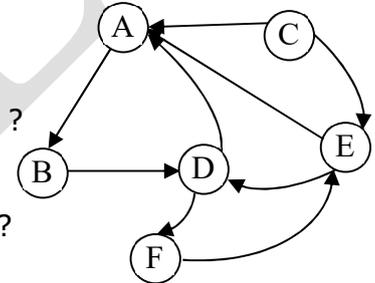
- 1) Déterminer le diamètre, le rayon et le ou les centres du graphe ?
- 2) Soit C le couplage $U'=\{(D,F),(B,C)\}$, C est-il parfait, maximal et maximum ?
- 3) Soit le transversal $T=\{B,D,E,G\}$, T est-il minimal et minimum ?
- 4) En supprimant l'arête (A,E) , Donner le graphe biparti du G ?
- 5) - Déterminer un couplage maximum et un transversal minimum du graphe biparti ?
- Que remarquer-vous ?



Exercice 2.2

On considère le graphe orienté suivant :

- 1) Combien faut-il enlever d'arcs à ce graphe pour le transformer en arbre ?
- 2) Donnez un graphe partiel de ce graphe qui soit un arbre ?
- 3) Donnez une arborescence et une anti-arborescence de ce graphe ?
- 4) En considérant le graphe comme non orienté, idem questions 1, 2, et 3?



Exercice 2.3

Une arborescence ordonnée est une arborescence dont les arêtes partant de chaque sommet sont ordonnées, et que les variables et les constantes d'une expression sont les feuilles et que les opérations sont les autres sommets. Étant donnée l'expression algébrique $(2x + y) \cdot (5a - b)^2$, dessinez l'arborescence ordonnée correspondante ?

Exercice 2.4

Soit un graphe complet valué à 6 sommets A, B, C, D, E et F .

La valuation des arêtes est donnée par le tableau suivant :

- 1) Indiquer un arbre couvrant de cout minimum de ce graphe (on précisera l'algorithme utilisé, et les différentes étapes de son application) ?
- 2) La solution est-elle unique ?

	A	B	C	D	E	F
A	-	5	5	5	8	5
B	5	-	5	3	4	2
C	5	5	-	9	7	11
D	5	3	9	-	2	3
E	8	4	7	2	-	3
F	5	2	11	3	3	-

Exercice 2.5

Une banque désire installer au moindre coût un réseau de transmission de données entre son agence centrale (AC) située dans le centre de la ville de BATNA et sept (7) de ses annexes.

Le coût de construction d'une ligne entre deux agences quelconques est donné par le tableau suivant :

- 1) Quel est le problème d'optimisation à résoudre ?
- 2) Déterminer la solution optimale du problème ?

	AC	A1	A2	A3	A4	A5	A6	A7	
AC	-	5	18	9	13	7	38	22	AC : Agence Centrale
A1	5	-	17	11	7	12	38	15	A1 : Annexe 1
A2	18	17	-	27	23	15	20	25	A2 : Annexe 2
A3	9	11	27	-	20	15	40	25	A3 : Annexe 3
A4	13	7	23	20	-	15	40	30	A4 : Annexe 4
A5	7	12	15	15	15	-	35	10	A5 : Annexe 5
A6	38	38	20	40	40	35	-	45	A6 : Annexe 6
A7	22	15	25	30	30	10	45	-	A7 : Annexe 7