# Série N°2

Octobre/Novembre 2024

## Exercice 1

Un agriculteur possède 20ha, 6300 DA et 90 jours de travail. Il désire semer du maïs, du blé et du soja qui ont les coûts et les rapports suivants :

| | Prix (DA/ha) | Temps (jour) | Rapports (DA/ha) |
|---|---|---|---|
| **Maïs** | 120 | 18 | 42 |
| **Blé** | 160 | 27 | 51 |
| **soja** | 100 | 15 | 36 |

Pour construire le modèle de programmation linéaire de cette agriculture :

1) Quelles sont les inconnues du problème de cette agriculture et combien de variables de décision vous-devez définir ?
2) Quelles sont les restrictions associées au processus de semage de cette agriculture ?
3) Existe-t-il d'autres restrictions sur les variables de décision ?
4) Quel type d'optimisation doit-on envisager et combien de coefficients économiques dans la fonction objective ?
5) Construire le programme linéaire de cet Agriculture ?

## Exercice 2

On se propose de réaliser une alimentation économique pour des animaux, qui contient obligatoirement 4 sortes de composants nutritifs, A, B, C et D. L'industrie alimentaire produit précisément deux aliments M et N qui contiennent ces composants : 1Kg d'aliment M contient 100g de A, 100g de C, 200g de D et 1Kg d'aliment N contient 100g de B, 200g de C, 100g de D.

Un animal doit consommer par jour au moins : 0.4Kg de A ; 0.6Kg de B ; 2Kg de C et 1.7Kg de D. L'aliment M coûte 10DA le Kg et N coûte 4DA le Kg.

1) Quelles quantités d'aliments M et N doit-on utiliser par jour et par animal pour réaliser l'alimentation la moins coûteuse ?

## Exercice 3

Un fabricant de montres fait un bénéfice de 15DA sur chaque montre d'une gamme 1 et un bénéfice de 8DA sur chaque montre de gamme 2.

Pour satisfaire à la demande des vendeurs, la production journalière de montres de gamme 1 devrait se situer entre 30 et 80, et la production journalière de montres de gamme 2 entre 10 et 30. Pour maintenir une bonne qualité, le nombre total de montres ne devrait pas dépasser 80 par jour.

1) Combien de montres de chaque type faudrait-il fabriquer hebdomadairement pour réaliser un bénéfice maximum ?

## Exercice 4

1) Pour chaque PL suivants, déterminer la solution optimale en utilisant la méthode graphique ?

**PL1**

**Max $Z = 2x_1 + 2x_2$**
**S.C :**

$$\begin{cases} 9x_1 + 10x_2 \geq 45 \\ x_1 - 3x_2 \leq 3 \\ -2x_1 + 3x_2 \leq 6 \\ 2x_1 - x_2 \geq 3 \end{cases}$$

$x_1, x_2 \geq 0$

**PL2**

**Max $Z = 2x_1 + 4x_2$**
**S.C :**

$$\begin{cases} x_1 - x_2 \geq 3 \\ 3x_1 + 4x_2 \leq 24 \\ 2x_1 + x_2 \geq 4 \\ -2x_1 + x_2 \geq 2 \end{cases}$$

$x_1, x_2 \geq 0$

**PL3**

**Min $Z = 2x_1 - x_2$**
**S.C :**

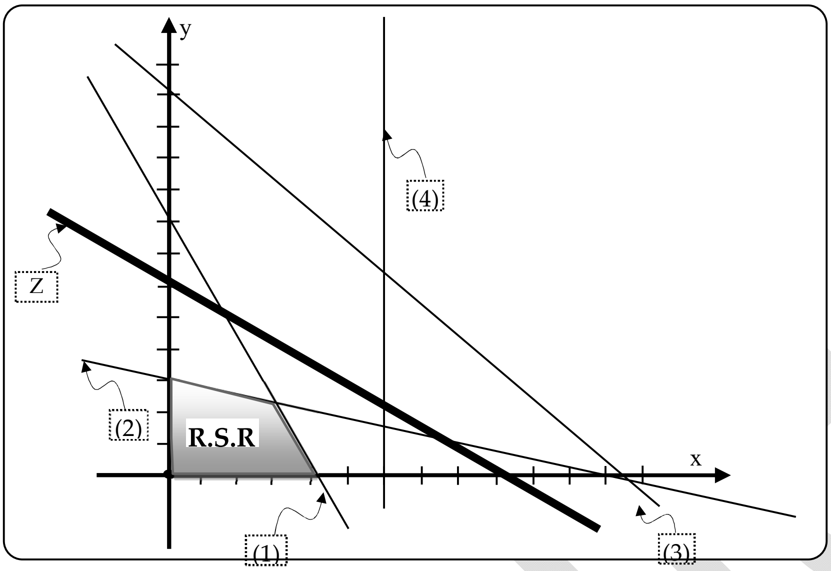
$$\begin{cases} 9x_1 + 10x_2 \geq 45 \\ x_1 - 3x_2 \leq 3 \\ -2x_1 + 3x_2 \leq 6 \\ 2x_1 - x_2 \geq 3 \end{cases}$$

$x_1, x_2 \geq 0$

2) Ecrire PL3 dans sa forme canonique type1 et type2, PL2 en forme standard et PL1 en forme matricielle ?

## Exercice 5

La Figure ci-dessous représente la région des solutions réalisables (R.S.R) en grisé ; c'est l'intersection entre tous les demi-plans satisfaisant les différentes contraintes et la fonction objective Z à maximiser.




1) Formuler ce problème comme un problème linéaire ?
2) Déterminer la solution optimale du programme linéaire ?

**Note :** Pour déterminer l'équation y=**m**x+**p** d'une droite passant par deux points A(a,b) et B(c,d) dont on connait ses coordonnées : **m**=$\frac{d-b}{c-a}$ et pour déterminer **p**, il suffit de résoudre l'équation d'inconnue p : b=ma+p ou d=mc+p

## Exercice 6

Soit le modèle de « PL » suivant :

1) En utilisant la méthode analytique, déterminer la solution optimale du programme linéaire ?
2) Vérifier qu'on obtient la même solution graphiquement ?

**Min $Z=2x_1-3x_2$**

S.C :

$$\begin{cases} 2x_1 - x_2 \geq -8 \\ -x_1 - 2x_2 \geq -8 \\ x_2 \leq 3 \end{cases}$$

$x_1 \geq 0,\ x_2 \geq 0$

## Exercice 7

Soit le modèle de programme linéaire suivant :

Max $Z = 3x_1 - 2x_2$

S.C :

$$\begin{cases} 3x_1 + x_2 \geq -3 \\ 2x_1 - x_2 \leq 6 \end{cases}$$

$x_1 \geq 0,\ x_2 \leq 0$

1) Quelle est la forme du modèle ?
2) Ecrire le modèle dans sa forme standard ?
3) Enumérer toutes les solutions de base en indiquant, pour chaque solution, les variables qui sont dans la base, celles qui sont hors de la base et si la solution est réalisable ou non. On déterminera également, pour chaque solution de base réalisable, la valeur de la fonction objective ?
4) Quelle est la solution de base qui optimise la fonction objective ?
5) Tracer les contraintes et déterminer la région des solutions réalisables. Indiquer sur le graphique où sont situées les solutions de base (réalisables et non réalisables) ?
6) Ecrire le modèle dans sa forme matricielle ?
7) En utilisant l'algorithme du simplexe (forme matricielle), déterminer la solution optimale ?