Pour chaque QCM Donner la réponse correcte :

1) Un graphe complet est un graphe :
a) Sans boucles et sans arcs/arêtes multiples.
b) **Dont tous ses sommets sont adjacents deux à deux**.
c) Dont tous les sommets ont le même degré.

2) Une composante fortement connexe d'un graphe est :
a) Un graphe partiel fortement connexe
b) Un sous graphe fortement connexe maximal
c) Un sous graphe fortement connexe minimal

3) Un parcours Hamiltonien est :
a) un parcours passant par toutes les arêtes une et une seule fois
b) un graphe que l'on puisse parcourir en partant et en revenant au même sommet.
c) un parcours passant une et une seule fois par chacun des sommets du graph

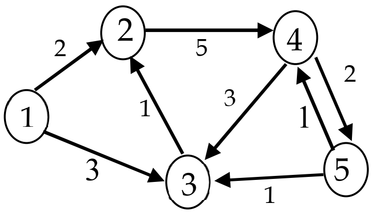
4) Un sous graphe partiel le graphe:
a) Engendré par quelques arêtes du graphe initial.
b) Engendré par quelques nœuds et les arêtes reliant ces nœuds.
c) **Engendré par quelques nœuds et quelques arêtes de celles reliant ces nœuds.**

B) Soit F une forêt à n sommets et m arêtes dont le nombre de composantes connexes est égal à k. Montrer que m = n − k ?
Forêt est un graphe dont chaque composante connexe est un arbre et chaque arbre avec n_1 sommet possède (n_1-1) arêtes
Donc F contient k arbres (composantes connexes) et chaque arbre avec n_i sommets possède (n_i-1) arrêtes alors avec k arbres la foret F à :
$m=(n_1-1)+(n_2-1)+\ldots+(n_k-1)=(n_1+n_2+\ldots n_k)-(1+1+\ldots+1)=(n-k)$ tel que $n= n_1+n_2+\ldots n_k$

C) Soit le graphe valué définit par sa matrice d'adjacence suivante :

	1	**2**	**3**	**4**	**5**
1	0	2	3	0	0
2	0	0	0	5	0
3	0	1	0	0	0
4	0	0	3	0	2
5	0	0	1	1	0

1) Quels sont les éléments d'un graphe valué?
Sommets, arcs et le cout des arcs
2) Construire le graphe G?



D) Est-il possible de relier 41 ordinateurs de sorte que chaque ordinateur soit relié avec exactement trois autres ? Justifier votre réponse. Non car
On a $\sum_{i=1}^{n} d(x_i)$=nxd(x_i)=41x3=123≠*2m qui est impaire.*

E) Soit G un graphe orienté d'ordre n, Ecrire un sous-programme qui permet de :
1) Déterminer le demi-degré Intérieur d'un sommet donné ?

```
Procédure demi_de_int_Sommet(M,x,n)
Var i :entier
 Début
  d←0 ;
 Pour i=1 à n  faire
     Si (M[i,x]=1) alors  d←d+1
   FinPour
 écrire('demi_degré_int de ',x,'est=',d) ;
Fin
```

2) Déterminer la taille du graphe ?

```
Procédure taille(M,n)
Var i,j :entier
 Début
  d←0 ;
  Pour i=1 à n  faire
  Pour j=1 à n  faire
     Si (M[i,j]=1) alors  d←d+1
   FinPour
d←d/2 ;
 écrire('taille  de g est=',d) ;
Fin
```

1) Un parcours Eulérien
- a) C'est un parcours passant une et une seule fois par chaque un des sommets du graphe.
- b) C'est un cycle Hamiltonien fermé.
- **c) C'est un parcours passant par toutes les arêtes une et une seule fois.**

2) Un graphe complet est un graphe :
- a) Sans boucles et sans arcs/arêtes multiples.
- b) **Dont tous ses sommets sont adjacents deux à deux**.
- c) Dont tous les sommets ont le même degré.

3) Un sous graphe est :
- a) Le graphe engendré par quelques arêtes du graphe initial.
- **b) Le graphe engendré par quelques nœuds et les arêtes reliant ces nœuds.**
- c) C'est Le graphe engendré par quelques nœuds et quelques arêtes de celles reliant ces nœuds.

4) Une composante fortement connexe d'un graphe est :
- a) Un graphe partiel fortement connexe.
- b) **Un sous graphe fortement connexe maximal**.
- c) Un sous graphe fortement connexe minimal.

B) Soit G un graphe orienté d'ordre n, Ecrire un sous-programme qui permet de :

1) Déterminer le demi-degré Extérieur d'un sommet donné ?

```
Procédure demi_de_ext_Sommet(M,x,n)
Var i :entier
 Début
  d←0 ;
 Pour i=1 à n  faire
     Si (M[x,i]=1) alors  d←d+1
   FinPour
 écrire('demi_degré_ext de ',x,'est=',d) ;
Fin
```

2) Déterminer la taille du graphe ?

```
Procédure taille(M,n)
Var i,j :entier
 Début
  d←0 ;
  Pour i=1 à n  faire
  Pour j=1 à n  faire
     Si (M[i,j]=1) alors  d←d+1
   FinPour
d←d/2 ;
 écrire('taille  de g est=',d) ;
Fin
```

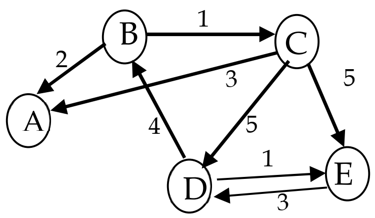
C) Est-il possible de relier 51 ordinateurs de sorte que chaque ordinateur soit relié avec exactement trois autres ? Justifier votre réponse.
On a $\sum_{i=1}^{n} d(x_i)$=nxd(x_i)=51x3=153≠*2m qui est impaire.*

D) Soit le graphe valué définit par sa matrice d'adjacence suivante :

	A	**B**	**C**	**D**	**E**
A	0	0	0	0	0
B	2	0	1	0	0
C	3	0	0	5	1
D	0	4	0	0	1
E	0	0	0	3	0

1) Quels sont les éléments d'un graphe valué?
Sommet, arcs et le cout des arcs

2) Construire le graphe G? **(1.5pts)**



E) Soit F une forêt à n sommets et m arêtes dont le nombre de composantes connexes est égal à k. Montrer que m = n − k ?