Aith Paada I Dawn Haran Paada I Dawn Haran Paada Chunganstry of Bartur République Algérienne Démocratique et Populaire Ministère de l'Enseignement Supérieur et de la Recherche Scientifique



Université BATNA 2 Faculté de Technologie Département de Génie Civil

MASTER II GEOTECHNIQUE

COURS

DYNAMIQUE DES OUVRAGES GEOTECHNIQUES



PRESENTE PAR KARECH TOUFIK ENSEIGNANT UNIVERSITE MOSTEFA BENBOULAID BATNA 2

Table de Matières

CHAPITRE I : SYSTEMES DE VIBRATIONS

1.1 Introduction 4

- **1.1.1 Définitions de base**
- 1..1.2 Mouvement harmonique simple

1.2 VIBRATION FONDAMENTALES

- 1.2.1 Degré de liberté
- **1.2.2 Modes de vibration**
- **1.2.3** Vibrations libres et vibrations forcées
- 1.2.4 Résonance
- **1.2.5 Amortissement**
- 1.2.6 Vibrations libres sans amortissement
- 1.2.7 Vibrations forcées sans amortissement
- 1.2.8 Vibration libre avec amortissement.
- 1.2.9 Vibration forcée avec amortissement

CHAPITRE II : FONDEMENT SOUS MACHINE

- **2.1 Introduction**
- 2.2 Caractéristiques du sol sous charge dynamique
- 2.3 Fréquence naturelle du système de sol-fondation
- 2.4 Tolérance Limites
- 2.5 Méthodes d'Analyses
- 2.6 Propagation d'Ondes dans le Sol.
- 2.7 Détermination des Paramètres dynamique du sol.
 - 2.7.1 Essai répété sur plaque (pour la détermination du C_u et donc du k_z)
- 2.8 Détermination du taux d'amortissement, D
- 2.9 FONDATIONS SOUS MACHINES (CARACTÉRISTIQUES PARTICULIÈRES)
 - **2.9.1** Types de machines et leurs fondations
 - 2.9.2 Critères généraux pour la conception des fondations de machines.
 - 2.9.3 Approche de conception des fondations de la machine.
 - 2.9.4 Analyse des vibrations d'une fondation de machine
 - 2.9.5 Théorie du demi-espace élastique
 - 2.9.6 Modèle Mass-Ressort-Amortisseur
 - 2.9.7 Utilisation du Modèle Masse-Ressort-Amortissement.

2.10 FONDATIONS POUR LES MACHINES À MOUVEMENT ALTERNATIF

- 2.10.1 Critères de conception
- 2.10.2 Calcul des forces inertielles déséquilibrées
- 2.11 FONDATIONS POUR LES MACHINES À IMPACT
 - 2.11.1 Considérations particulières
 - 2.11.2 Données de conception
 - 2.11.3 Support élastique sous l'enclume
 - 2.11.4 Vitesse de l'enclume

2.11.5 Analyse dynamique des fondations des machines à impact

2.11.6 Critères de conception

2.11.7 Approche de conception

2.11.7.1 La procédure empirique de Barkan

2.11.7.2 Épaisseur minimale de la fondation

2.12 ISOLATION DES VIBRATIONS

2.12.1 Types d'isolation-transmissibilité

2.12.2 Méthodes d'isolement

2.12.3 Propriétés des matériaux isolants

2.13 ASPECTS DE CONCEPTION DES FONDATIONS DE MACHINES

2.13.1 Béton

2.13.2 Renforcement

2.13.3 Les joints d'expansion

2.13.4 Éléments de liaison

2.13.5 Amortisseurs à ressort

2.13.6 Dispositions pour le réglage

2.14 EXEMPLES

Chapitre III : CAPACITE DE PORTANCE DYNAMIQUE DES FONDATIONS SUPERFICIELLES

3.1 Introduction

3.2 CAPACITE DE CHARGE DYNAMIQUE ULTIME

3.2.1 Capacité de charge dans le sable

3.2.2 Exemple

3.2.3 Capacité de charge dans l'argile

3.4 COMPORTEMENT DES FONDATIONS SOUS DES CHARGES TRANSITOIRES

- **3.4.1** Observation expérimentale de la répartition des charges relatives aux charges verticales transitoires
- 1.4.2 Prévision dynamique de la charge et du tassement dans les sols argileux

3.4.1: Exemple

3.5 EFFET DE LA VITESSE DE CHARGEMENT SUR CAPACITE PORTANTE ULTIME

CHAPITRE I : SYSTEMES DE VIBRATIONS

1.3 INTRODUCTION

Les fondations peuvent être soumises à des charges statiques ou à une combinaison de charges, ces derniers entraînent un mouvement dans le sol et une interaction dynamique mutuelle de la fondation et le sol. Les fondations soumises à des charges statiques ont déjà été traitées dans les chapitres précédents.

La «dynamique du sol» peut être définie comme la partie de la mécanique du sol qui traite du comportement du sol dans des conditions dynamiques. Les effets des forces dynamiques sur Les sources de forces dynamiques sont nombreux; des types violents de forces dynamiques sont provoqués par des tremblements de terre et par des explosions conçues par l'homme. Conduite de piles et atterrissage d'aéronefs dans la proximité, et l'action du vent et de l'eau courante peuvent être d'autres sources. Des machines de différents types induisent différents types de forces dynamiques qui agissent sur le sol de fondation. Le sol sous ce thème qui est un domaine relativement nouveau du génie géotechnique.

La plupart des mouvements rencontrés en dynamique du sol sont rectilignes (transrationnels), curvilignes, rotationnel, bidimensionnel ou tridimensionnel, ou une combinaison de ceux-ci. La motion peut être apériodique ou périodique, et stable ou transitoire, induisant des «vibrations» ou des «oscillations». Impact les forces ou les forces sismiques provoquent un «choc», impliquant un degré de soudaineté et de gravité, induisant un mouvement périodique sous la forme d'une «impulsion» ou d'une vibration transitoire. Cela peut conduire à un règlement des fondations et défaillance conséquente des structures.

Puisque les forces dynamiques transmettent de l'énergie aux grains du sol, plusieurs changements ont lieu dans le structure du sol, frottement interne et adhérence. Les chocs et les vibrations peuvent induire la liquéfaction de sable fin saturé, entraînant une instabilité.

L'objectif principal de la dynamique des sols est d'étudier le comportement technique du sol sous les forces dynamiques et de développer des critères pour la conception des fondations dans de telles conditions.

Les domaines d'application de la dynamique des sols sont variés et diversifiés, et comprennent (i) la vibration et le tassement des structures, et des fondations des machines, (ii) la densification du sol par compactage dynamique et vibration, (iii) pénétration de pieux et palplanches par vibration ou impact, (iv) méthodes d'exploration dynamiques et géophysiques, (v) effets du dynamitage sur le sol et matériaux rocheux, et (vi) effets des tremblements de terre et conception des fondations antisismiques. L'utilisation croissante de la machinerie lourde, des opérations de dynamitage dans la pratique de la construction, et de divers types de transports lourds dans le contexte du progrès industriel et technologique soulignent l'importance de la «dynamique des sols».

«La dynamique des bases et des fondations» constitue une partie importante du «séisme industriel », une branche de la mécanique consacrée à l'étude des effets des chocs et des

vibrations domaines de l'ingénierie et de la technologie; en fait, la première phrase se trouve être le titre d'un célèbre livre sur le sujet du professeur D.D. Barkan en russe (traduction anglaise modifiée par G.P. Tschebotarioff et publié pour la première fois par McGraw-Hill Book Company, Inc., New York, à 1962). Il s'agit d'un ouvrage de référence monumental sur le sujet, basé sur la recherche originale en Laboratoire de dynamique des sols de Barkan. Le livre «Analyse des vibrations et conception des fondations for Machines and Turbines "d'Alexander Major (1962) se classe également comme un excellent référence sur le sujet, tandis qu'un livre plus récent «Vibrations des sols et des fondations» de Richart, Hall and Woods (Prentice Hall, Inc., New York, 1970) est également un excellent traité.

1.1.1 Définitions de base

- (i) Vibration (ou Oscillation): C'est un mouvement répété dépendant du temps qui peut être transrationnelle ou rotationnelle.
- (ii) Mouvement périodique: C'est un mouvement qui se répète périodiquement en temps a intervalle égal
- (iii) Période: Le temps pendant lequel la motion se répète est appelé la «période».
- (iv) le mouvement effectué dans une période est appelé un «cycle».
- (v) Fréquence: le nombre de cycles dans une unité de temps est appelé «fréquence» c'exprime en Hertz (Hz) en unités SI (cycles par seconde). La période et la fréquence sont donc inversement liées, l'une étant simplement l'inverse de l'autre.

1..1.2 Mouvement harmonique simple

La forme la plus simple de mouvement périodique est le mouvement harmonique simple - celui d'un point dans une ligne droite, telle que l'accélération du point soit proportionnelle à la distance du point à partir d'un point de référence ou d'une origine fixe. Un exemple célèbre est le mouvement d'une suspension de poids suspendu par un ressort et mis en oscillation verticale en étant tiré vers le bas au-delà de la statique positionner et relâcher (Fig.20.1). Si le ressort devait être sans friction et sans poids, le poids oscille indéfiniment autour de la position statique. Le déplacement maximal par rapport à la position d'équilibre est appelée «amplitude» de l'oscillation.



Figure.1.1 Mouvement harmonique simple d'un poids suspendu par un ressort

Une représentation graphique du mouvement harmonique simple du poids est présentée dans Figure. 1.2. La ligne d'oscillation réelle du point p dans la direction verticale peut être prise comme la projection sur le diamètre vertical du point «a» tournant à une vitesse angulaire uniforme autour du cercle avec le centre en O (Figure.1.2 (a)). Le déplacement en fonction du temps est indiqué dans Figure.1. 2 (b))



Figure.1.2 Représentation graphique d'un mouvement harmonique simple

L'équation du mouvement est représentée par une fonction sinus

$$z = A \sin \omega t$$
 Eq.1.1

Où ω est la fréquence circulaire en radians par unité de temps. C'est aussi la vitesse angulaire de point «a» autour de 0 sur la figure (.2 (a)). Le cycle de mouvement est terminé lorsque $\omega t=2\pi$. Donc, la période est :

$$T = \frac{2\pi}{\omega}$$
 Eq.1.2

Le nombre de cycles par unité de temps, ou la fréquence, est :

$$f = \frac{1}{T} = \frac{\omega}{2\pi}$$
 Eq.1.3

Le nombre de cycles par seconde est appelé «Hertz» (Hz). Différentielle successive donne Par les équations suivantes.

$$\frac{dz}{dt} = \dot{z} = \omega A \cos \omega t = \omega A \sin \left(\omega t + \frac{\pi}{2} \right) \qquad \text{Eq. 1.4}$$
$$\frac{d^2 z}{dt^2} = \ddot{z} = -\omega^2 A \sin \omega t = \omega^2 A \sin \left(\omega t + \pi \right) \qquad \text{Eq. 1.5}$$

Il est évident que la vitesse entraı̂ne un déplacement à 90 $^\circ$ et l'accélération entraı̂ne un déplacement à 180 $^\circ.$

Si un vecteur de longueur A tourne dans le sens antihoraire autour de l'origine, comme indiqué sur la Figure .1.3(a) sa projection sur l'axe vertical serait égale à A sin ω t qui est exactement l'expression pour le déplacement donné par Eq.1.1. De même, on comprend aisément que la vitesse peut être représenté par la pr^ojection verticale d'un vecteur de longueur ω A positionné à 90 ° devant vecteur de déplacement, et accélération par un vecteur de longueur ω 2A situé à 180 °

devant le vecteur de déplacement. Un graphique de tous ces trois est présenté à la figure.1.3 (b). L'équation différentielle suivante :

$$\ddot{z} + \omega^2 A \sin \omega t = 0$$
 Eq.1.6

Or

$$\ddot{z} + \omega^2 z = 0$$
 Eq.1.7

La solution générale de cette équation est

$$z = C_1 \sin \omega t + C_2 \cos(\omega t)$$

 $O \grave{u} C_1 \ et \ C_2 \ sont \ des \ constantes$



Figure.1.3 Méthode vectorielle de représentation d'un mouvement harmonique simple

1.4 VIBRATION FONDAMENTALES

Certains aspects fondamentaux de la vibration essentiels dans l'étude de la dynamique des sols sont considérés dans les sous-paragraphes suivants.

1.2.1 Degré de liberté

Le «degré de liberté» d'un système est défini comme le nombre minimum de Coordonnées nécessaires pour décrire mathématiquement le mouvement du système.

Une masse supportée par un ressort et contrainte de se déplacer dans une seule direction avec un système à un seul degré de liberté. De même, un simple pendule oscillant dans un plan est également un exemple de système avec un seul degré de liberté (Fig. 4).



Figure.1.4 Systèmes avec un seul degré de liberté

Cependant, si la masse à ressort de la figure 4 (a) peut également tourner dans un plan, son degré de liberté est égal à deux. Un système à deux masses à deux ressorts, contraint de se déplacer dans une direction sans rotation, est également un exemple de système avec un degré de liberté de deux (Figure.1 5).

Un corps dans l'espace a six degré trois en translation et trois en rotation (Figure.1.6). Une poutre flexible entre deux supports a un nombre infini de degrés de liberté (Figure.1.7).

1.2.2 Modes de vibration

Un système avec plus de un degré de liberté vibre dans des modes complexes. Cependant, si chaque point du système suit un schéma de vibration défini, le mode est systématique et ordonné, il est connu comme un «mode principal de vibration». Un système avec un degré de liberté de n et n principaux modes. (Bien sûr, le nombre de modes principaux ne doit pas toujours refléter le degré de liberté). La vibration d'un bloc peut être réduite à six modes à des fins d'analyse. Ceuxci sont



Figure.1.5 Système à deux masses àvec deux ressorts



Figure.1.6 Corps dans l'espace avec six degrés de liberté du système



Figure.1.7 Une poutre avec un degré de liberté infini

- (i) Translation le long de l'axe X (latéral)
- (ii) Translation le long de l'axe Y (longitudinal)
- (iii) Translation le long de l'axe Z (vertical)
- (iv) Rotation autour de l'axe X (tangage)
- (v) Rotation autour de l'axe Y (bascule)
- (vi) Rotation autour de l'axe Z (lacet ou torsion)

Ceux-ci sont connus comme les principaux modes de vibration du bloc et sont indiqués Schématiquement sur la Figure.1.8.



Figure.1.8 Modes de vibration d'un bloc

Les vibrations verticales et de torsion peuvent se produire indépendamment mais pas les autres. Ceci est dû au fait que la rotation autour de l'axe X ou de l'axe Y est toujours accompagnée d'une translation le long de l'axe Y ou X et vice-versa, produisant ce que l'on appelle un «mouvement couplé».

Si une combinaison de plus d'un mode de vibration se produit dans un cas particulier, il est appelé «mode couplé» de vibration. L'analyse de ces modes nécessite l'utilisation de traitement mathématique complexe.

1.2.3 Vibrations libres et vibrations forcées

Les corps qui ont à la fois masse et élasticité sont capables de subir des vibrations. La vibration d'un corps ou un système peut être classé comme «vibrations libres» ou «vibrations forcées».

Vibration libre est une vibration qui se produit sous l'influence de forces inhérentes au système lui-même, sans aucune force extérieure. Bien sûr, une force externe ou une perturbation naturelle est nécessaire pour initier la vibration libre qui se poursuit sans qu'une force externe agissant en continue si la vibration n'est pas amortie par frottement ou toute autre force, le corps subit des vibrations avec une fréquence connue sous le nom de «fréquence naturelle» du corps ou du système. Il est considéré érigé comme propriété du corps ou du système. Selon le mode particulier de vibration, le corps aura une valeur particulière de fréquence naturelle. Ainsi, un corps ou un système peut avoir de nombreuses fréquences naturelles comme modes de vibration possibles.

«Vibration forcée» est une vibration qui se produit sous l'influence continue d'une force finale. Cela dépend évidemment de la nature de la force externe, également connue sous le nom de «Force d'excitation», qui peut être causée par une force d'impulsion ou une force périodique continue. La fondation Hammer produit une force impulsive provoquant une vibration forcée du système. Une fondation pour une machine avec des masses rotatives sera soumise à la force d'une vibration causée par une force périodique continue. Pour une machine à masses rotatives sera soumise à une force de vibration provoquée par une force périodique continue.

En pratique, il est extrêmement rare qu'un corps ait des vibrations libres à sa fréquence naturelle non amorti, car il est toujours soumis à une certaine forme d'amortissement.

1.2.4 Résonance

Lorsque la fréquence de la force d'excitation dans une vibration forcée d'un corps ou d'un système est égale à un des fréquences naturelles du corps ou du système, l'amplitude du mouvement tend à devenir excessivement grande. Cette condition ou phénomène est appelé «résonance». La valeur particulière de la fréquence de la force d'excitation produisant des conditions de résonance est appelée «fréquence de résonance» sous ce mode spécifique de vibration.

Puisque la résonance produit des amplitudes excessivement grandes, elle a des implications dangereuses pour toute structure, machine ou système d'ingénierie causant une défaillance. D'où l'un des plus importants efforts d'un ingénieur traitant de la dynamique du sol et de la conception d'une fondation de machine est d'éviter les conditions de résonance.

1.2.5 Amortissement

«L'amortissement» dans un système physique est une résistance au mouvement et peut être l'un des nombreux types mentionnés dans les paragraphes suivants.

(i) Amortissement visqueux. Ce type d'amortissement se produit dans les surfaces de glissement lubrifiées. L'amortissement des courants de Foucault est également de nature visqueuse. L'ampleur de l'amortissement dépend de la vitesse relative et des paramètres du système d'amortissement.

Pour un système particulier, la résistance d'amortissement est proportionnelle à la vitesse:

$$F = c \frac{dz}{dt}$$
 Eq.1.8

Ou F = force d'amortissement C : coefficient d'amortissement Vitesse d'amortissement

 $\frac{dz}{dt}$

Cela permet une analyse relativement aisée du système, puisque l'équation différentielle devient linéaire avec ce type d'amortissement. C'est pourquoi un système est souvent représenté comme inclure un amortisseur visqueux équivalent même si l'amortissement n'est pas vraiment visqueux.

(ii) Amortissement par frottement ou coulomb. Ce type d'amortissement se produit lorsque deux parties de la machine frotter les une contre les autres, secs ou non lubrifiés. La force d'amortissement dans ce cas est pratiquement constante et indépendante de la vitesse à laquelle les pièces se frottent.

(iii) Amortissement solide, interne ou structurel. Ce type d'amortissement est dû au frottement des molécules. Le diagramme contrainte-déformation pour un corps vibrant n'est pas une ligne droite mais forme une boucle d'hystérésis, dont l'aire représente l'énergie dissipée en raison du frottement de la molécule par cycle par unité de volume. La zone de la boucle dépend du matériau du corps vibrant, fréquence et des contraintes. Puisque cela implique une perte interne de l'énergie par absorption, il est également appelé «amortissement interne».

(iv) Glissement ou amortissement d'interface. L'énergie des vibrations est dissipée par glissement microscopique des interfaces des pièces de machine en contact sous des charges fluctuantes. Un glissement microscopique se produit également sur les interfaces des éléments de la machine formant différents types de joints. L'ampleur de l'amortissement dépend, entre autres, de la rugosité de la surface des pièces, de la pression et de l'amplitude de contact en vibrations. Ce type d'amortissement est essentiellement du type non linéaire.

(v) Amortissement «rayonnement», «dispersion» ou «géométrique». Dans le cas d'une fondation de machine reposant sur le sol, l'amortissement se produit en raison de la perte d'énergie pour deux raison. Tout d'abord, une certaine perte d'énergie se produit par l'absorption d'énergie dans le système, reflétée par l'hystérésis dans la relation contrainte déformation, l'amortissement provoqué par cette perte d'énergie interne est appelé «amortissement interne», déjà donné en (iii). Ensuite, la dissipation d'énergie par propagation des ondes, rayonnant dans la masse du sol, provoque un effet d'amortissement. Ceci est connu sous le nom de «rayonnement», «dispersion» ou amortissement «géométrique».

- Amortissement négatif

De manière générale, l'amortissement est positif, de sorte que l'énergie est toujours absorbée par le système par dispositifs d'amortissement. Si le système tire de l'énergie d'une source ou reçoit de l'énergie, l'amplitude continue d'augmenter, conduisant à l'instabilité. On dit qu'un tel système est négativement amorti. L'accumulation d'amplitudes par des fils de ligne de transmission, de grands poteaux ou de ponts suspendu sous l'action d'un flux de vent uniforme à des vitesses critiques sont des exemples de systèmes amortis. Dans les systèmes structurels soumis à des forces dynamiques dues à un tremblement de terre ou à un souffle, l'amortissement est toujours positif.

1.2.6 Vibrations libres sans amortissement

Le modèle mathématique est constitué d'une masse supportée par un ressort en apesanteur (Figure.1.9) avec un degré liberté.



Figure. 1.9 Vibrations libres - système de ressort à masse non amortie

Si z est le déplacement vertical du système à partir de sa position d'équilibre, et k est le constante de ressort, en appliquant la loi du mouvement de Newton, l'équation du mouvement est : $M \cdot \ddot{z} + k \cdot z = 0$

Ou

$$\ddot{z} + \left(\frac{k}{M}\right)z = 0$$
Eq.1.9
Eq.1.10
Or

$$\ddot{z} + \omega^{-2}z = 0$$

Or

Avec
$$\omega_n^2 = k/M$$
 Eq.1.11

Eq. 1.10 est une équation différentielle linéaire homogène et la solution est donnée par

Ou

 $z = C_1 \sin \omega_n t + C_2 \cos \omega_n t$ Eq.1.12

Où C1 et C2 sont des constantes qui peuvent être évaluées à partir des conditions initiales du système.

L'équation représente également un mouvement harmonique simple exprimé par Eq. 1.7, wn étant la fréquence circulaire. Par conséquent, la vibration libre d'une masse reposant sur un ressort et soumise aux forces d'inertie ne peut être représentée que par un simple mouvement harmonique.

 ω_n dans ce cas, est appelé «fréquence circulaire naturelle» du système.

Eq.1.13 $\omega_n = \sqrt{k/M}$ rad/s Ou $f_n = \frac{\omega_n}{2\pi} = \frac{1}{2\pi} \sqrt{k/M}$ Eq.1.14 Donc $T_n = \frac{2\pi}{\omega_n} = 2\pi \sqrt{M/k}$ Eq.1.15 La période est :

La courbe de déplacement temporel, connue sous le nom de courbe de réponse du système, est illustré à la Figure.9 (c). Les vibrations libres peuvent être déclenchées par un déplacement initial ou vitesse initiale (due à l'impact). La solution finale dépend de ces conditions initiales.

1.2.7 Vibrations forcées sans amortissement

Si une masse supportée par un ressort est soumise à une force d'excitation, le système subit des vibrations forcées. Une telle force excitante peut être causée par des machines tournantes déséquilibrées ou par d'autres moyens. Dans l'analyse qui suit, on suppose que la force est périodique et qu'elle peut être exprimée comme :





$$M.\ddot{z} + k.z = P_o \sin \omega t$$
Or
$$\ddot{z} + \omega_n^2 z = \frac{P_o}{M} \sin \omega t$$
Eq.1.17
Eq.1.17
Eq.1.18
Puisque
$$\frac{k}{M} = \omega_n^2$$
Eq.1.19

Puisque

La solution de l'équation Eq.1 8 est faite en deux parties, la solution pour les vibrations libres (Eq.1.12), avec la solution qui satisfait le côté droit de l'Eq.1.18.

La solution peut être obtenue par parties comme somme de la fonction complémentaire et de l'intégrale particulière.

Puisque la force appliquée est harmonique, le mouvement du système peut être considéré comme harmonique. Ainsi l'intégrale particulière peut être considérée comme: z=A sin ωt (Eq 1.1). En substituant dans l'équation Eq.1.18 on obtient :

$$A = \frac{P_o}{M(\omega_n^2 - \omega^2)}$$
Eq.1.19

Il s'ensuit que la fréquence d'une vibration forcée est égale à celle de la force d'excitation. (C'est la même chose que la vitesse de la machine, dans le cas où c'est une machine qui est traitée). L'équation(Eq.1.19) peut être réécrite comme :

$$A = \frac{P_o}{M\omega_n^2 \left(1 - \frac{\omega^2}{\omega_n^2}\right)}$$
Eq.1.20

Mais
$$\frac{P_o}{M\omega_n^2} = A_{st}$$
 Eq.1.21

Où Ast est le déplacement du système sous Po, appelé déplacement statiquement.

Le rapport $\left(\frac{\omega}{\omega_n}\right)$ est appelé : rapport de fréquence ζ

$$A = \frac{A_{st}}{(1-\xi)}$$
 Eq.1.22

Le facteur $\frac{1}{(1-\xi^2)}$ Est appelé «facteur d'amplification

 η_0 C'est le rapport entre $\frac{A}{Ast}$ et le facteur d'amplification dynamique

Relation entre η_0 et ξ est présenté sur la figure 1.11



Figure.1.11 Relation entre le rapport de fréquence

Lorsque la fréquence d'excitation approche la fréquence propre du système (ξ = 1), le facteur d'amplification, et donc l'amplitude des vibrations ont tendance à devenir infinies, conduisant à la résonance. Si le rapport de fréquence est supérieur à 1, il y aura une forte diminution du facteur d'amplification dynamique.

Il est évident que les conditions de résonance doivent être évitées.

1.2.8 Vibration libre avec amortissement.

En supposant que dans un système soumis à des vibrations libres, un amortissement visqueux est présent, Le système « Patin » peut servir de modèle mathématique pertinent pour l'analyse (Figure. 12). Le «patin» est l'élément mathématique le plus simple pour simuler un amortisseur

visqueux. La force dans le patin sous chargement dynamique est directement proportionnelle à la vitesse de l'oscillation de la masse.

 $M\ddot{z} + c.\dot{z} + kz = 0$

Equation différentielle d'un mouvement libre amortie, où c représente le coefficient d'amortissement visqueux exprimé en force par unité de vitesse.





Qui peut s'écrire :

$$\ddot{z} + \frac{c}{M} \cdot \dot{z} + \frac{k}{M} z = 0$$
Eq 1.24

$$\ddot{z} + \alpha z + \omega_n^2 \cdot z = 0$$
Eq 1.25

Si l'on pose
$$\alpha = \frac{c}{M}$$

La solution de cette équation est sous forme exponentielle : $z = e^{\lambda t}$ Eq 1.26 λ : Est une constante a déterminé

Si l'on remplace dans l'équation 2.25 on obtient :

$$(\lambda^2 + \alpha \lambda + \omega_n^2)e^{\lambda t} = 0$$
 Eq 1.27

$$\lambda^2 + \alpha \lambda + \omega_n^2 = 0$$
 Eq 1.28

La solution de cette équation est :

$$\lambda_1 = -\frac{\alpha}{2} + \sqrt{\left(\frac{\alpha}{2}\right)^2 - \omega_n^2}$$
 Eq 1.29a

$$\lambda_2 = -\frac{\alpha}{2} - \sqrt{\left(\frac{\alpha}{2}\right)^2 - {\omega_n}^2}$$
 Eq 1.29b

On aura trois types d'amortissement qui sont :

Cas 1 Les racines sont réelles et négatives si $\left(\frac{\alpha}{2}\right)^2 > \omega_n^2$

$$\left(\frac{c}{2M}\right)^2 > \frac{k}{M} \\ z = C_1 e^{\lambda_1 t} + C_2 e^{\lambda_2 t}$$

La solution générale est :

Puisque les deux $\lambda 1$ et $\lambda 2$ sont négatifs, z diminuera de façon exponentielle avec le temps sans aucun changement de signe comme indiqué sur la figure.1.12 (b). Le mouvement n'est pas périodique et on dit que le système est sur-amorti.

Cas 2 Les racines sont égales si :
$$\left(\frac{\alpha}{2}\right)^2 = \omega_n^2$$
 Or $\left(\frac{C}{2M}\right)^2 = \frac{k}{M}$

La solution générale est :

$$z = e^{-\frac{1}{2M}t} (C_1 + C_2 t)$$
 Eq.1.31

Ceci est similaire au cas sur-amorti sauf qu'il est possible que le signe change comme indiqué sur la figure.1.12 (b). Ce n'est pas non plus un mouvement périodique, avec l'augmentation du temps, il s'approche de zéro. La valeur de c pour cette condition est appelée «coefficient d'amortissement critique», cc.

Puisque

$$\left(\frac{c_c}{2M}\right)^2 = \frac{k}{M}$$

$$c_c = 2\sqrt{kM}$$
Eq.1.32
Utilisant l'équation Eq.2.13, nous pouvons écrire :

EN lation Eq.2.13, nous p

$$c_c = 2M\omega_n$$
 Eq.1.33

C_c est la valeur limite de c pour que le mouvement soit périodique.

Cas 3 : Les racines représente des valeurs complexe si :

$$\left(\frac{\alpha}{2}\right)^2 < \omega_n^2$$
$$\left(\frac{c}{2M}\right)^2 < \frac{k}{M}$$

Or

En utilisant l'équation Eq2.32 les racines λ_1 *et* λ_2 auront pour valeur :

$$\lambda_1 = \omega_n (-D + i\sqrt{1 - D^2})$$
 Eq.1.34a

$$\lambda_2 = \omega_n (-D - i\sqrt{1 - D^2})$$
 Eq.1.34b

Ou D= $\frac{c}{c_c}$ est appelé racine d'amortissement ou facteur d'amortissement En substituant dans l'équation Eq.2.30 et en simplifiant la solution générale sera sous la forme

$$z = e^{-\omega_n Dt} \left(C_3 \sin \omega_n t \sqrt{1 - D^2} + C_4 \cos \omega_n t \sqrt{1 - D^2} \right)$$
 Eq.1.35

C3 et C4 sont des constantes arbitraires.

Eq. 1.35 indique que le mouvement est périodique et que la décroissance en amplitude sera proportionnelle à $e^{-\omega_n Dt}$ comme indiqué par la courbe en pointillés Figure.12 (c). En plus l'équation Eq. 1.35 indique que la fréquence des vibrations libres avec amortissement est inférieure à la fréquence propre pour vibrations libres non amorties, et que lorsque D \rightarrow 1, la fréquence s'approche de zéro. La relation entre ces deux fréquences est donnée par :

$$\omega_{dn} = \omega_n \sqrt{1 - D^2}$$
 Eq.1.36

Où ω_{dn} est la fréquence des vibrations libres avec amortissement. La figure .12c montre qu'il y a un décrément dans les amplitudes de pic successives. Utilisation de l'Eq. 1.35, le rapports d'amplitudes de crête successives peut être trouvé.

Soit z1 et z2 les amplitudes des pics successifs aux instants t1 et t2, respectivement comme illustré à la Figure.1.12 c.

$$\frac{z_1}{z_2} = \exp\left(\frac{2\pi D}{\sqrt{1 - D^2}}\right)$$
Eq.1.37

Le décrément algorithmique est défini par :

$$\delta = \ln \frac{z_1}{z_2} = \frac{2\pi D}{\sqrt{1 - D^2}}$$
 Eq.1.38

Le décrément logarithmique est défini comme le logarithme naturel du rapport de toutes deux amplitudes successives de même signe dans la courbe de décroissance obtenue en vibration libre avec amortissement.

 δ est approximativement $2\pi D$, lorsque D est petit. Eq.2.38 indique également que, dans un environnement visqueux, le rapport des amplitudes de tous les pics successifs est une constante. Il s'ensuit que le décrément logarithmique peut être obtenu à partir de deux piques amplitudes quelconques z1 et z1 + n à partir de l'équation suivante :

$$\delta = \frac{1}{n} \ln \frac{z_1}{z_{1+n}}$$
 Eq.1.39

1.2.9 Vibration forcée avec amortissement

Un système qui subit des vibrations forcées, et dans lequel un amortissement visqueux est présent, peut être analysé par le modèle Mass-ressort-patin illustré à la Figure.1.13.





 $\ddot{z} + \alpha \dot{z} + \omega_n^2 z = \frac{P_o}{M} \sin \omega t$

$$M.\ddot{z} + c.\dot{z} + k.z = P_o \sin \omega t \qquad \text{Eq.1.40}$$

Qui peut s'écr.
$$\ddot{z} + \frac{c}{M} \cdot \dot{z} + \frac{k}{M} \cdot z = \frac{P_o}{M} \sin \omega t$$
 Eq.1.41

Ou

 $\alpha = \frac{c}{M}$ and $\omega_n^2 = \frac{k}{M}$.

 \mathbf{P}

La solution particulière est une oscillation harmonique en régime permanent ayant une fréquence égale à celle de l'excitation, et le vecteur de déplacement est en retard sur le vecteur de force d'un certain angle. On suppose donc que la solution particulière est sous la forme :

$$z = A \sin (\omega t - \phi)$$
Eq.1.43

Ou

Εt

$$A = \frac{P_o}{M\omega_n^2 \sqrt{\alpha^2 \omega^2 + (\omega_n^2 - \omega^2)}}$$
Eq.1.44

$$\phi = \tan^{-1} \left\{ \frac{\alpha W}{(\omega_n^2 - \omega^2)} \right\}$$
 Eq.1.45

A : peut également être exprimé sous forme

$$A = \frac{P_o}{M\omega_n^2 \sqrt{(1-\xi^2)^2 + 4D^2\xi^2}}$$
Eq.1.46

Ou $\xi = \frac{\omega}{\omega_n}$ est le rapport de fréquence.

18

Eq.1.42

Il existe deux types d'excitation: l'excitation force-amplitude constante et excitation quadratique.

- Excitation Par Force avec amplitude constante.

Ce type est causé par un vibrateur électromagnétique, la force d'excitation étant générée principalement par effet magnétique ou par répulsion due au changement d'intensité ou de direction magnétique reliant plusieurs éléments porteurs de flux (Figure. 1.14). Le flux magnétique est produit par faire passer un courant électrique à travers un enroulement sur une partie du circuit magnétique. Le résultat de la force magnétomotrice est proportionnel au courant traversant la bobine. L'autre l'enroulement est placé afin de générer une force ayant la fréquence fondamentale du circuit magnétique pour éliminer le processus de rectification. Un vibrateur électromagnétique est entraîné par un oscillateur de fréquence et amplificateur de puissance.



Figure.1.14 Vibration provoquée par une machine électromagnétique

Eq. 1.46 peut être réécrit comme suit:

$$A = \eta_1 A_{st}$$
 Eq.1.47

Ou

$$\eta_1 = \frac{1}{\sqrt{(1 - \xi^2)^2 + 4D^2\xi^2}}$$
Eq.1.48

Ast : est une constante pour un ressort et une excitation donnés, l'amplitude du mouvement A est directement proportionnel à η .

Pour déterminer les conditions correspondant à l'amplitude maximale, la dérivée de l'équation Eq. 1.48 Par rapport à ξ , et résolu pour ξ égal à zéro on obtient :

$$\xi = \sqrt{1 - 2D^2} \qquad \qquad \text{Eq.1.49}$$

Il ressort clairement de cette équation que si D diminue, ξ augmente et vice versa. On dit il y a résonance lorsque l'amplitude atteint le pic. Par conséquent, le facteur de résonance, η 1 max est obtenu en substituant la valeur de ξ de l'équation. Eq. 1,49 dans l'équation. Eq.1.48.

$$\eta_{1\max} = \frac{1}{2D\sqrt{1-D^2}}$$
 Eq.1.50

A partir de cette équation, on remarque que plus le rapport d'amortissement est grand, plus le facteur de résonance est petit et vice versa. La relation entre ξ et $\eta 1$ (ou A) en fonction de D est représentée sur la figure 1.15.



Figure.1.15 Facteur d'agrandissement en fonction du rapport de fréquence

On peut observer que la valeur maximale de $\eta 1$, et donc l'amplitude de pointe, se produit à une valeur de ξ inférieure à l'unité lorsque l'amortissement est présent. Plus le rapport d'amortissement D augmente, plus la valeur de ξ pour l'amplitude de pic est éloignée de l'unité. La fréquence correspondante à laquelle l'amplitude de pic se manifeste à une certaine valeur d'amortissement est connue comme la fréquence de résonance pour le cas amorti.

On peut rappeler que, sans amortissement, l'amplitude maximale qui se produit lorsque $\xi = 1$, est infinie. L'effet de l'amortissement est de rendre l'amplitude de pic finie et de faire en sorte que le rapport de fréquence pour l'amplitude de pic s'écarte de l'unité. En d'autres termes, ce que l'on appelle la fréquence de résonance est différente dans les cas non amortis et amortis.

- L'excitation quadratique.

Dans ce type d'excitation, la force d'excitation est proportionnelle au carré de la fréquence. Ceci est dû à la rotation des masses déséquilibrées (Figure.1.16) dans un oscillateur.

COURS DE DYNAMIQUE DES OUVREGES GEOTECHNIQUE PRESENTE PAR KARECH TOUFIK ENSEIGNANT DEPARTEMENT GENIE CIVIL



Fig.1.16 Excitation quadratique due à la rotation des masses déséquilibrées

Le moment excitant, M_e.e, peut être modifié en faisant varier soit la masse totale déséquilibrée M_e soit l'excentricité e. La force périodique n'est pas constante contrairement au cas précédent. La force de rotation de chaque masse est M1e ω 2. La force totale en position verticale est $2M_1e\omega$ 2 ou $M_ee\omega$ 2 où M_e est la masse totale déséquilibrée (égale à $2M_1$). La force de vibration à n'importe quelle position peut être représentée par

$$P = M_e e \omega^2 \sin \omega t = \overline{P_o} \sin \omega t$$
Eq.1.51
$$\overline{P_o} = M_e e w^2$$
Eq.1.52

Ou

La force périodique est exprimée par l'équation Eq. 1.16, en remplaçant Po par \overline{P}_0 pour une force d'excitation dépendant de la fréquence.

$$P = \overline{P_o} \sin \omega t \qquad \qquad \text{Eq.1.53}$$

0)

Nous pouvons écrire

$$\frac{\overline{P_o}}{k} = \frac{M_e e \omega^2}{k} = \left(\frac{M_e e}{M}\right) \left(\frac{M}{k}\right) \omega^2 = \frac{M_e e}{M} \left(\frac{\omega}{\omega_n}\right)^2$$

$$= \frac{M_e e}{M} \cdot \xi^2$$
Eq.1.54

L'équation différentielle du mouvement et sa solution sont les mêmes que celles du cas précédent dans la mesure où elles sont indépendantes de la méthode d'application de la force d'excitation. L'amplitude peut être obtenue comme suit, en utilisant l'équation Eq.1.46, en remplaçant $\overline{P_0}$ par Po, et en utilisant l'équation Eq.1.54, et en simplifiant davantage :

$$A = \frac{M_e e}{M} \cdot \frac{\xi^2}{\sqrt{(1 - \xi^2)^2 + 4D^2 \xi^2}}$$
Eq.1.55

En analysant de la même manière que dans le cas précédent, l'amplitude maximale se produit lorsque

$$\xi = \frac{1}{\sqrt{1 - 2D^2}}$$
 Eq.1.56

On peut en déduire que lorsque D diminue, ξ diminue et vice versa. En définissant le facteur de pondération, $\eta 2$, comme

$$\eta_2 = A \cdot \frac{M}{M_e \cdot e} = \frac{\xi^2}{\sqrt{(1 - \xi^2)^2 + 4D^2 \xi^2}}$$
 Eq.1.57

$$\eta_2=\eta_1.\xi^2 \hspace{1.5cm} Eq.2.58$$

$$\eta_{2 \max} = \frac{1}{2D\sqrt{1 - D^2}}$$
Eq.2.59

La relation entre ξ et η 2 (ou A) pour différentes valeurs de D est illustrée à la figure 1.17.



COURS DE DYNAMIQUE DES OUVREGES GEOTECHNIQUE PRESENTE PAR KARECH TOUFIK ENSEIGNANT DEPARTEMENT GENIE CIVIL

Figure. 2.17 η_2 en fonction de ξ

On peut voir sur cette figure que pour une excitation quadratique, la valeur maximale de η^2 (ou A) se produit à une valeur de ξ supérieure à l'unité lorsque l'amortissement est présent. Plus la valeur de D augmente, plus le pic de η^2 (ou A) s'écarte de $\xi = 1$. Ainsi, les conditions de résonance ont tendance à se produire à un rapport de fréquence plus que l'unité.

Dans ce cas également, l'effet de l'amortissement est de rendre l'amplitude de pics finie et de faire en sorte que la valeur ξ correspondant à l'amplitude de pics s'écarte de l'unité. On peut également constater que l'influence de l'amortissement est importante lorsque la condition de résonance se produit et qu'elle diminue lorsque l'amplitude du mouvement est différente de l'amplitude de crête ; plus la différence est grande, plus la valeur l'influence du rapport d'amortissement.

CHAPITRE II : FONDEMENT SOUS MACHINE

2.1 Introduction

La "dynamique des sols" a déjà été définie comme la discipline qui traite du comportement des sols sous charge dynamique. Les sources de charge dynamique ont également été énumérées précédemment.

La principale source de charge dynamique du sol est constituée par les machines de différents types, qui provoquent des forces dynamiques et des vibrations des fondations des machines.

2.2 Caractéristiques du sol sous charge dynamique

Les vibrations causées par la charge dynamique transmettent de l'énergie aux particules du sol. Les grains du sol glissent dans les interstices correspondants et les remplissent (densification du sol), l'eau des pores tend à s'échapper, le module d'élasticité tend à changer, tout comme sa capacité de charge. Le choc tend à réduire considérablement la friction interne et l'adhérence. Les sols granulaires lâches peuvent être densifiés par vibration, alors que l'effet est relativement plus faible sur les sols cohésifs. Le sable fin ou le limon saturé peut subir un phénomène de "liquéfaction" car il a tendance à devenir "rapide" sous l'effet de la l'action de forces dynamiques dans certaines conditions.

On peut donc comprendre que les propriétés mécaniques et physiques et le comportement d'un sol peuvent être affectés de manière significative par l'application d'une charge dynamique.

2.3 Fréquence naturelle du système de sol-fondation

Il a été dit précédemment que la fréquence d'un système soumis à un amortissement des vibrations libres est connue sous le nom de fréquence naturelle du système. Toutefois, lorsque cette idée doit être appliquée à un système, sol-fondation-machine, il faut savoir que, contrairement au modèle mass-ressort amortisseur dans lequel le ressort est supposé être sans poids, le sol qui est analogue au ressort a un poids. Ainsi, la courbe de réponse d'une machine-fondation-sol ne correspond pas exactement à la courbe de réponse du modèle mass-ressort-amortisseur (Une courbe de réponse est simplement le tracé entre la fréquence et l'amplitude du mouvement). Ceci est dû à l'interaction de la flexibilité, de l'inertie et de l'amortissement présents dans le système (Whitman-1966).

La fréquence naturelle du système est une fois de plus définie comme

$$\omega_n = \frac{k}{M}$$

 $M = M_f + M_s$

Et

$$f_n = \frac{\omega_n}{2\pi} = \frac{1}{2\pi} \sqrt{\frac{k}{M}}$$
Eq.2.1

Ou

M_f : Masse de la machine et de la fondation,

- M_s : Masse du sol participant à la vibration.

La définition de la fréquence de résonance du système doit être basée sur la valeur de f_n , en tenant compte de l'équation Eq.2.1. Bien que M_f soit facilement évaluée, la détermination de Ms dans ce cas un problème délicat, elle est déterminée d'une manière empirique.

2.4 Tolérance Limites

Les limites de tolérance pour les amplitudes sont généralement spécifiées par les fabricants de machines. L'amplitude admissible d'une fondation de machine est régie par l'importance relative à la machine et à la sensibilité de la structure avoisinante aux vibrations.

Lorsque les amplitudes admissibles ne sont pas indiquées par le fabricant, les valeurs suggérées par Richart (1970) peuvent être adoptées pour l'avant-projet (Figure.2.1). L'enveloppe décrite par la ligne hachurée dans cette figure indique la limite de "sécurité" ; il n'est pas nécessaire qu'il s'agisse d'une limite pour un fonctionnement satisfaisant des machines, car il ne peut être fourni que par les fabricants des machines. Barkan (1962) a proposé les valeurs suivantes à partir de son observation sur les performances des machines :

S.No.	Туре	Permissible Amplitude (mm)	
1.	Low speed machinery (500 rpm)	0.2 to 0.25	
2.	Hammer foundations	1 to 1.2	
3.	High speed machinery: (a) 3000 rpm (i) Vertical vibrations	0.02 to 0.02	
	 (i) Vertical vibrations (ii) Horizontal vibrations (b) 1500 rpm 	0.02 to $0.030.04$ to 0.05	
	(i) Vertical vibrations(ii) Horizontal vibrations	0.04 to 0.06 0.07 to 0.09	

Tableau.2.1 Amplitude adoptée selon Barkan (1962)



Figure. 2.1 Limites admissibles pour les amplitudes verticales (d'après Richart et al., 1970)

Pour les fondations d'équipements sensibles tels que les bancs d'essai d'étalonnage et les machines de précision, les critères de conception doivent être établis soit par le fabricant, soit par l'utilisateur lui-même. Les pressions d'appui admissibles pour le sol doivent être évaluées par une exploration et des essais adéquats du sous-sol, conformément aux normes IS : 1892 et IS : 1904 ou à d'autres normes en vigueur.

2.5 Méthodes d'Analyses

Les deux grandes approches permettant d'analyser un système de fondation de machine soumis à des vibrations :

- Modèle mass-ressort-amortisseur
- La théorie du demi-espace élastique: Le sol sur lequel repose la fondation de la machine est considéré comme un demi-espace élastique.

La section précédente a déjà examiné en détail les différents types de vibrations, impliquant l'utilisation du modèle classique masse-ressort-amortisseur L'approche du demi-espace élastique sera examinée plus en détail dans la section suivante.

L'objectif de la procédure de conception est la détermination d'un système de sol de fondation qui supporte la machine de manière satisfaisante. La machine supportée peut être elle-même la source de charges dynamiques ou elle peut nécessiter une isolation des sources d'excitation externes.

Les paramètres du sol requis dans la première approche sont la "constante de ressort" et le "taux d'amortissement". Les paramètres requis dans la seconde sont le "module de cisaillement" et le "coefficient de Poisson" du sol.

La principale difficulté en matière de dynamique des sols et de fondations de machines consiste à déterminer les paramètres du sol appropriés avec le degré de précision souhaité. Un traitement détaillé de la détermination des paramètres dynamiques du sol devra être déterminé.

2.6 Propagation d'Ondes dans le Sol.

Pour plusieurs raisons, l'applicabilité de la loi de Hooke sur le sol est limitée. Les constantes élastiques du sol dépendent des contraintes normales et les déformations élastiques peuvent affecter les contraintes internes initiales qui existent toujours dans le sol. Il convient également de noter que la propagation des ondes peut être très influencée par les propriétés dissipatives du sol qui régissent l'absorption de l'énergie des ondes.

Il existe deux types fondamentaux d'ondes élastiques : les "ondes de volume" qui se propagent à l'intérieur de la masse du sol et les "ondes de surface" qui se propagent à la surface ou près de la surface du matériau. Les ondes de volume se subdivisent en deux modes. "Dilatation", "compression" ou "onde P" et "cisaillement" ou "onde S". Les ondes de surface sont subdivisées en quatre modes : "Rayleigh" ou "onde R", "onde de compression", onde de "LOVE" ou "onde Q" engendre des déformations de cisaillement, les ondes "hydrodynamique" ou "onde H", et les ondes "couplée" ou "onde C". (Les deux derniers sont d'origine quelque peu controversée).

- "onde P" ou onde de compression.

Cette onde induit un mouvement des particules du sol dans le sens de la propagation de l'onde. La vitesse de l'onde, vp, peut être exprimée comme :

$$v_p = \sqrt{\frac{E(1-\upsilon)}{\rho(1+\upsilon)(1-2\upsilon)}}$$
Eq.2.2

E : Module de déformation

υ : Coefficient de poisson

 ρ : Densité du sol

Les ondes P peuvent se propager dans n'importe quelle direction dans la masse du sol.

- "Onde S" ou onde de Cisaillement.

$$v_s = \sqrt{\frac{G}{\rho}}$$
 Eq.2.3

Ou G est le module de cisaillement du sol.

- "Onde S" ou Onde de Rayleigh

Cette onde se propage à la surface ou près de la surface et induit un mouvement du sol sous forme d'une ellipse verticale.

La vitesse, vr de cette onde peut être considérée comme presque égale à vs à toutes fins pratiques.

- Onde de compression des barres " v_b " :

$$v_b = \sqrt{\frac{E}{\rho}}$$
 Eq.2.4

Les ondes P, S et R sont déterminés par des essais in situ, et les ondes S et les barres de compression sont déterminées par des essais au laboratoire pour l'évaluation des paramètres dynamique du sol.

2.7 Détermination des Paramètres dynamique du sol.

Comme déjà indiqué au paravent, les paramètres du sol nécessaires à l'analyse des fondations des machines par le modèle masse-ressort-patin sont la constante de ressort, k, et le rapport d'amortissement, D, tandis que ceux nécessaires à l'analyse par l'approche du demi-espace élastique sont le module de cisaillement G et le coefficient de Poisson, v du sol :

La constante de ressort peut être obtenue à partir du coefficient de compression élastique uniforme, C, qui, à son tour, peut être déterminé par un "essai répété de charge sur plaque".

Le coefficient de compression élastique uniforme, C_u , est défini comme la constante de proportionnalité entre la contrainte de compression ou la pression extérieure uniforme sur le sol et la partie élastique du tassement (On a observé que, dans une certaine plage de charge, il y a une relation linéaire entre le tassement élastique, S_e et la pression uniforme externe p_z).

Ceci est différent du coefficient (ou module) de réaction du terrain, qui est considéré comme la constante de proportionnalité entre le tassement total et la pression externe sur le sol. Il est évident que le C_u est toujours plus grand que cela puisque la partie "élastique" de la déformation est toujours plus petite que le tassement total. Les dimensions de ces coefficients sont en kg/cm³ (MKS) ou kN/m³ (SI).

Les coefficients correspondants pour la translation horizontale (latérale ou longitudinale), la rotation autour de l'axe X ou Y (lancement ou basculement) et la rotation autour de l'axe Z ou de l'axe vertical (lacet ou torsion) sont respectivement appelés "coefficient de cisaillement élastique uniforme" (C_{τ}), "coefficient d'élasticité compression non uniforme (C_{ϕ}), et "coefficient de cisaillement élastique non uniforme (C_{ψ}).

Tous ces coefficients sont utilisés pour l'évaluation de la rigidité élastique du sol dans différents modes de vibration. Ces coefficients sont en fonctions du type de sol et de la taille et de la forme de la fondation ; cependant, ils sont souvent considérés comme des fonctions du type de sol seulement d'une manière pratique.

Les constantes de ressort (k) des différents modes de vibration sont liées à ces coefficients comme suit :

- (i) Pour les vibrations verticales : $k_z = C_u A_f$ Eq.2.5
- (ii) Pour les vibrations horizontale (glissement): $k_{\tau} = C_{\tau} A_{f}$ Eq.2.6
- (iii) Pour les vibrations (lancer ou le balancer) : $k_{\phi} = C_{\phi} I_{x \text{ (or y)}}$ Eq.2.6a
- (iv) Pour les vibrations de torsion : $k_{\psi} = C_{\psi}.I_{z}$ Eq.1.6b

Ici A_f est la surface de contact horizontale entre la fondation et le sol, et I est le second moment d'inertie à la surface de contact autour de l'axe passant par le centre de gravité de la base. L'amortissement est la mesure de la dissipation d'énergie dans le dispositif. Étant une propriété physique du dispositif, il ne peut être évalué que par des essais. Le rapport d'amortissement, D, peut être déterminé soit par un "test de vibration libre", soit par un "test de vibration forcée".

Le module de cisaillement dynamique (G) et le module de Poisson (υ) peuvent être déterminés à partir d'un essai de vibration in situ d'un bloc de béton de ciment comme expliqué dans le code ou la norme I.S. -IS : 5249-1977.

2.7.1 Essai répété sur plaque (pour la détermination du C_u et donc du k_z)

Dans un essai classique d'appui sur plaque, la charge est appliquée sur une plaque rigide et la déformation verticale est mesurée par des jauges à cadran. Les données d'essai classiques sont présentées sous la forme d'une courbe entre la contrainte exercée sur le sol par la plaque et la déformation verticale correspondante du sol sous la plaque, figure 2.2.



Figure.2.2 Diagramme type à partir des résultats d'un essai de charge à la plaque

On peut observer que la relation contrainte-déformation est linéaire jusqu'à un certain point tel que B. La pente de cette ligne est connue sous le nom de coefficient (ou module) de réaction en surface, utilisé dans les problèmes de géotechnique.

Lorsque la contrainte est relâchée, la plaque ne revient pas à sa position initiale comme montrer sur la figure 2.3



Figure.2.3 Chargement cyclique

On peut noter qu'il y a une déformation résiduelle importante même si la contrainte appliquée est relâchée dans la limite de la proportionnalité.

Lors d'un essai répété de chargement à la plaque, une petite contrainte est appliquée sur la plaque et libérée. Cela forme un cycle de chargement. Dans les cycles de charge suivants, les contraintes sont progressivement augmentées par petits incréments et relâchées. Après un nombre important de cycles de charge, on obtient une courbe de déformation des contraintes du type de celle de la figure 2.4



Figure.2.4 Données d'essai répété sur plaques

Si les valeurs de déformation élastique sont triées à chaque cycle et tracées, on obtient essentiellement une relation linéaire du type de celle de la figure.2.5. La constante de proportionnalité de la Figure.2.5 est, par définition, le coefficient de compression élastique uniforme, Cu, qui est une constante pour une grandeur donnée de la plaque. Figure.2.5 Données d'essai répété de la plaque.



essai répété de charge sur plaque

La constante de ressort, k_z , peut être déterminée à partir de C_u comme suit :

 $p_{z} = C_{u}S_{\epsilon}$ Eq.2.7 $\frac{P_{z}}{A} = C_{u}S_{\epsilon}$ $\frac{P_{z}}{S_{e}} = C_{u}A$ $k_{z} = \frac{P_{z}}{S_{e}}$ Eq.2.8 $k_{z} = C_{u}A$

Mais, par définition

Dans cette équation, p_z est la contrainte verticale, P_z est la charge verticale, Se est la partie élastique du tassement et A est la surface de la plaque.

COURS DE DYNAMIQUE DES OUVREGES GEOTECHNIQUE PRESENTE PAR KARECH TOUFIK ENSEIGNANT DEPARTEMENT GENIE CIVIL

Le Cu ne dépend de la surface de contact de la base de la fondation que si la répartition de la pression exercée sur la fondation est uniforme. En réalité, les contraintes normales dans le sol sous la plaque (ou la fondation) sont réparties de manière assez irrégulière. Cela conduit au fait que le Cu varie en fonction de la surface de la plaque ou de la fondation.

Sadovsky (1928) a donné une solution à ce problème pour une surface de contact circulaire d'une plaque rigide. Après une petite analyse mathématique incluant une intégration, l'expression suivante est obtenue pour Cu :

$$C_u = 1.13 \frac{E}{(1-v^2)} \cdot \frac{1}{\sqrt{A}}$$
 Eq.2.9

Où E et υ sont les constantes élastiques du sol. On voit donc que C_u est inversement proportionnel à la racine carrée de la surface de la plaque, et qui n'est pas une propriété absolue du sol.

$$C_{u_1}\sqrt{A_1} = C_{u_2}\sqrt{A_2}$$
 Eq.2.10

$$C_{u_1} \cdot r_1 = C_{u_2} \cdot r_2$$
 Eq.2.11

 r_1 et r_2 étant les rayons équivalents des plaques de base des zones A_1 et A_2 , respectivement. Ces équations permettent de calculer la valeur C_u pour un système de fondation de machine - sol comme suit :

$$C_{uf} = C_{up} \sqrt{\frac{A_p}{A_f}}$$
 Eq.2.12

Ou

 $C_{uf} = C_u$ - Caractéristique de la fondation de machine.

 $C_{up} = C_u - Caractéristique de l'essai de plaque répété.$

A_p - Aire de la plaque

Or

 A_f - Base de la machine

Des expériences ont montré que cette relation n'est valable que jusqu'à une certaine limite de surface d'environ 10 m^2 .

Barkan (1962) recommande certaines valeurs de C_u pour différents sols à prendre en compte au cas où les études de sol ne seraient pas possibles. Elles sont indiquées dans le tableau 2.2.

Comme il a été constaté que la valeur de Cu est fonction de la taille des fondations, il serait incorrect et erroné d'utiliser ces valeurs pour la conception. En outre, Barkan a constaté un écart important entre les valeurs expérimentales et calculées de Cu à partir de l'équation Eq.2.9 et l'a attribué au risque que le sol ne se comporte pas comme un matériau idéal.

Mais Subrahmanyam (1971) a montré que l'équation Eq.2.10 est valable pour différents types de sols tels que l'argile limoneuse, le sable fin uniforme, le loess et le sable limoneux, à condition que le C_u soit évalué à partir d'un essai de vibration in situ et non à partir d'un test répété sur plaque.

Cat	egory Soil group	q_a		C _u	
		(kg / cm²)	(kN/m^2)	(kg / cm²)	(kN/m^3)
I	Weak soils (clays and silty clays with sand, clayey and silty sands; also soils of Categories II & III with laminae of organic silt and of peat).	upto 1.5	(150)	upto 3	(3×10^4)
II	Soils of medium strength (clays and silty clays with sand, close to the plastic limit; sand)	1.5–3.5	(150-350)	3-5	(3 to 5 × 10 ⁴)
ш	Strong soils (clays and silty clays with sand, of hard consistency; gravels and gravelly sands; loess and loessial soils)	3.5–5	(350–500)	5-10	(5 to 10 × 10 ⁴)
IV	Rocks	> 5	(> 500)	> 10	$(> 10 \\ \times 10^4)$

qa: capacité admissible du sol

On peut en conclure que l'essai répété d'appui sur plaque, étant un essai statique, ne peut pas simuler efficacement la nature hautement dynamique de la charge qui se produit dans le sol sous une fondation de machine, et n'est donc pas considéré comme satisfaisant pour évaluer le coefficient de compression élastique, et donc la constante de ressort pour le système fondation-sol de la machine.

La détermination du rapport d'amortissement sera également abordée, ainsi que celle du module de cisaillement puisque les mêmes données d'essai peuvent être utilisées pour évaluer les deux.

Les principaux équipements qui interviennent dans tout essai dynamique appartiennent à deux catégories : l'une nécessaire pour induire un modèle de vibration connu (par exemple, une forme d'onde sinusoïdale) et l'autre nécessaire pour mesurer la réponse aux vibrations. L'unité principale du premier groupe d'équipements est le "vibrateur" ou "oscillateur", qui peut fonctionner de manière mécanique, électromagnétique, ou principe hydraulique. Le type mécanique est couramment utilisé pour l'application à des fondations de machines. L'équipement du second groupe comprend essentiellement un transducteur (ou un capteur de vibrations), un amplificateur et un enregistreur.

I.S. 5249-1977 "Méthode d'essai pour la détermination in situ des propriétés dynamiques du sol". Comprend plusieurs méthodes pour la détermination des propriétés dynamiques in situ des sols. L'une d'entre elles est le "Standard Block vibration Test".

Un bloc de béton de ciment ordinaire (M 150) de dimensions 1,5 m \times 0,75 m \times 0,7 m doit être coulé en place à la profondeur où la fondation de la machine doit être posée, comme indiqué à la figure 2.6.

COURS DE DYNAMIQUE DES OUVREGES GEOTECHNIQUE PRESENTE PAR KARECH TOUFIK ENSEIGNANT DEPARTEMENT GENIE CIVIL



Figure. 2.6 Banc d'essai avec un bloc de béton (Essai de vibration de bloc-IS:5249-1977)

Un oscillateur mécanique doit être monté sur le bloc afin que celui-ci soit soumis à une vibration verticale purement sinusoïdale. L'oscillateur est réglé pour fonctionner à une certaine valeur de basse fréquence. Deux géophones de caractéristiques identiques, l'un relié aux plaques verticales et l'autre aux plaques horizontales d'un oscilloscope, sont positionnés le long d'une ligne dans la direction longitudinale du bloc de telle sorte que la figure qui est montré sur l'écran de l'oscilloscope devienne un cercle.

Le géophone le plus proche peut se trouver à une distance de 300 mm du bloc et le plus éloigné peut varier en position jusqu'à ce que cette condition soit atteinte. Le schéma du bloc pour le test illustre la situation sur la figure 2.7.



Figure.2.7 Schéma fonctionnel typique pour l'expérimentation in situ de l'analyse dynamique des sols (IS:5249-1977)

La distance entre les deux géophones, D8, est alors mesurée. La théorie de la propagation des ondes permet de montrer que la longueur d'onde, dans ce cas particulier, est quatre fois supérieure à la distance Dg. La vitesse, v_s , de l'onde de cisaillement se propageant peut être obtenue à partir de $V_s = f.\lambda$, où f est la fréquence de vibration qui est la même que celle de

l'oscillateur. Elle peut être obtenue à partir d'un enregistrement des vibrations ou au moyen d'un tachéomètre.

La sortie des géophones peut également être connectée aux deux amplificateurs verticaux d'un oscilloscope à double faisceau. La distance entre les deux géophones est réglée de telle sorte que les deux traces sur l'écran de l'oscilloscope sont déphasées de 180°. La distance entre les géophones est alors égale à la moitié de la longueur d'onde (λ) de la vibration. La vitesse de l'onde de cisaillement peut être calculée comme précédemment.

Le module d'élasticité (E) et le module de cisaillement (G) peuvent être calculés à partir de la les équations suivantes :

$$E = 2\rho v_s^2 (1 + v)$$
 Eq.2.13

$$G = \rho v_s^2 \qquad \qquad \text{Eq.2.14}$$

où ρ est la densité du sol et $\upsilon,$ le coefficient de Poisson

On peut adopter Les valeurs suivantes pour le coefficient de Poisson

Argile : v = 0,50

Sable : v = (0,30 - 0,35)

Roche : v = (0, 15 - 0, 25)

En générale, v peut être considéré comme égal à 0,3 pour les sols sans cohésion et à 0,4 pour les sols avec cohésion.

Le test est effectué avec la fréquence de l'oscillateur réglée sur la fréquence de fonctionnement de la machine réelle. Le rapport entre la force dynamique et le poids statique du bloc d'essai en béton et de l'oscillateur, pris ensemble, doit rester le même que celui de la fondation de la machine réelle.

$$E = 2G (1 + v)$$
 Eq.2.15

$$C_u = \frac{\alpha E}{(1 - v^2)} \cdot \frac{1}{\sqrt{BL}}$$
 Eq.2.16

où α est une constante qui dépend du rapport d'aspect (L|b)

L et B étant la longueur et largeur du bloc rectangulaire utilisé dans le test. Le tableau 2.3 donne les valeurs de α pour diverses

Aspect ratio L/B	Value of a
1	1.06
1.5	1.07
2	1.09
3	1.13
5	1.22
10	1.41

Tableau 2.3 Valeur de α pour fondation rectangulaire en fonction de (L|b) (Barkan 1962)

Le capteur de vibrations est fixé sur le dessus du bloc et les amplitudes sont obtenues au moyen d'un oscillographe pour différentes fréquences d'excitation. La fréquence correspondant à l'amplitude de crête est déterminée. C'est la fréquence de résonance, f_n . Ensuite, on obtient C_u à partir l'équation

$$C_u = \frac{4\pi^2 f_n^2 M}{A_b}$$

Où M est la masse du bloc d'essai plus l'équipement mécanique monté,

 f_n est la fréquence de résonance, et

 A_b : est la surface de contact du bloc de test avec le sol.

Après avoir déterminé l'une des constantes du sol, disons C_u , à partir d'un test in situ, les autres constantes dynamiques du sol peuvent être évaluées approximativement à partir des relations suivantes suggérées par Barkan.

(i) Coefficient de cisaillement élastique uniforme :

$$C_{\tau} = 0.5C_{u}$$

Eq.2.18

Eq 2 19

(ii) Coefficient de compression élastique non uniforme :

$$C_{0} = 2C_{11}$$

(iii) Coefficient de cisaillement élastique non uniforme :

$$C_{\psi} = 0.75C_u \qquad \qquad \text{Eq.2.20}$$

2.8 Détermination du taux d'amortissement, D

- (a) Test de vibration libre. Des vibrations libres sont induites dans le bloc d'une manière appropriée, par exemple en frappant le bloc sur le dessus avec un marteau. La courbe de décroissance est obtenue sur un enregistreur de vibrations relié à un capteur de vibrations fixé au bloc de béton.
- Le rapport d'amortissement est obtenu à partir de la formule

$$D = \frac{1}{2\pi} \log \frac{z_1}{z_2}$$
 Eq.2.21

Où z_1 et z_2 sont les amplitudes maximales de deux pics successifs de la courbe de décroissance (Chapitre I, Figure.1.2) Ceci n'est valable que pour les petites valeurs de D).

(b) Essai de vibration forcée. Un oscillateur mécanique est monté sur un bloc de béton de telle manière qu'il induit de pures vibrations verticales. La réponse est obtenue à partir d'un capteur monté au-dessus pour diverses fréquences d'excitation jusqu'à ce que la "résonance" soit passée à travers. Un graphique est tracé entre l'amplitude et la fréquence d'excitation (Figure. 2.8). La fréquence f_n correspondant à l'amplitude de pointe représente la "fréquence de résonance".

Le rapport d'amortissement peut maintenant être obtenu à partir de la relation :

$$D = \frac{\Delta f}{2f_n}$$
 Eq.2.22



Figure.2.8 Courbe de réponse sous vibration forcée

Où Δf est la fréquence intermédiaire entre les deux points de la courbe de réponse dont l'amplitude est égale à 0,707 (ou $1/\sqrt{7}$) fois l'amplitude de crête et f_n est la fréquence de résonance.

2.9 FONDATIONS SOUS MACHINES (CARACTÉRISTIQUES PARTICULIÈRES)

Les fondations de machines, étant d'un type particulier, font partie d'une classe à part. Par exemple, les critères généraux pour assurer la stabilité d'une fondation de machine sont assez différents de ceux des autres fondations. De plus, l'approche de la conception et les méthodes d'analyse sont totalement différentes en raison de la nature dynamique des forces. Les types de fondations de machines sont également différents.

La responsabilité du bon fonctionnement d'une machine est répartie entre le concepteur de machine, qui est généralement un ingénieur en mécanique, et le concepteur des fondations, qui est généralement un ingénieur géotechnicien. Ce dernier a pour tâche de concevoir une base appropriée conforme aux exigences et aux limites de tolérance imposées par le concepteur de machines. Il est donc impératif que le concepteur de la machine et l'ingénieur en géotechnique travail en étroite coordination dès le stade de la planification jusqu'à ce que la machine soit installé et mise en service pour l'usage auquel elle est destiné.

2.9.1 Types de machines et leurs fondations

Les machines peuvent être classées comme suit, en fonction de leurs effets dynamiques et des critères de conception :

- (i) Ceux qui produisent des machines ou des moteurs à forces périodiques réciproques, tels que les compresseurs.
- (ii) Ceux qui produisent des forces d'impact marteaux et presses.
- (iii) Les machines à grande vitesse telles que les turbines et les compresseurs rotatifs.
- (iv) Autres types de machines diverses.

En fonction de leur fréquence de fonctionnement, les machines peuvent être divisées en trois catégories :

a) Les machines à basse et moyenne fréquence jusqu'à 500 tr/min :

Les gros moteurs alternatifs, les compresseurs et les soufflantes entrent dans cette catégorie. Habituel
b) Machines à moyenne et haute fréquence - 300 à 1000 tr/min.

Les moteurs alternatifs de taille moyenne, tels que les moteurs diesel et à gaz, relèvent de cette catégorie.

(c) Machines à très haute fréquence, plus de 1000 tr/min. Les moteurs à combustion interne à grande vitesse, les moteurs électriques et les turbogénérateurs entrent dans cette catégorie.

Les fondations de machines sont généralement classées comme suit, en fonction de leur forme structurelle :

Type I-bloc de fondation, consistant en un socle de béton sur lequel la machine repose (Figure.2.9 (a)).

Les machines à mouvement alternatif relevant de la catégorie (a) ci-dessus sont appuyées sur des fondations de type bloc avec une grande surface de contact avec le sol.

Les engins à mouvement alternatif de la catégorie b) ci-dessus peuvent également être appuyés sur des fondations de type bloc, mais celles-ci sont faites pour reposer sur des ressorts ou des plaques élastiques appropriées afin de réduire leurs fréquences.

Les machines à grande vitesse de la catégorie (c) ci-dessus peuvent également être supportées sur des fondations en blocs massifs ; de petites surfaces de contact avec des coussins d'isolation appropriés sont souhaitables pour réduire les fréquences naturelles.

II-Fondations de type boîte ou caisson, constituées d'un bloc de béton creux (Figure. 2.9 (b)).

III-Fondations de type mural, consistant en une paire de murs qui soutiennent les machines sur leur partie supérieure (Figure. 2.9 (c))

IV-Fondations de type cadres, constituées de colonnes verticales supportant à leur sommet une charpente horizontale qui constitue le siège des machines essentielles (Figure. 2.9 (d)).

Les turbomachines nécessitant ce type de fondations, qui accueillent des équipements auxiliaires nécessaires entre les colonnes.

Certaines machines, comme les tours, qui induisent très peu de forces dynamiques, n'ont pas besoin de fondations; ces machines peuvent être directement boulonnées au sol.



(a) Block-type



(c) Wall type



(b) Box or caisson type



(d) Framed-type

Figure.2.9 Types de fondations de machines

2.9.2 Critères généraux pour la conception des fondations de machines.

Les critères suivants doivent être satisfaits par une fondation de machine :

- (i) La fondation doit pouvoir supporter les charges superposées sans provoquer de rupture par cisaillement. On considère généralement que la capacité portante dans des conditions de charge dynamique est inférieure à celle d'une charge statique, le facteur de réduction étant compris entre 0,25 à 1,0.
- (ii) Le tassement doit rester dans les limites autorisées.
- (iii) Le centre de gravité combiné de la machine et de la fondation doit être, dans la mesure du possible, sur la même ligne verticale que le centre de gravité de la ligne de base.
- (iv) La résonance doit être évitée, d'où la fréquence naturelle du sol de fondation devrait être très différente de la fréquence de fonctionnement de la machine. (Pour les machines à faible vitesse, la fréquence naturelle doit être élevée, et vice-versa). La fréquence de fonctionnement doit être élevée, et vice-versa). La fréquence de fonctionnement doit être soit inférieure à 0,5 fois, soit supérieure à 1,5 fois la fréquence de résonance, de manière à assurer une marge de sécurité suffisante.
- (v) L'amplitude dans les conditions de service doit se situer dans les limites autorisées, généralement prescrites par les fabricants
- (vi) Toutes les parties rotatives et alternatives de la machine doivent être équilibrées de telle sorte que les forces et les moments déséquilibrés soient minimisés. (Ceci, bien sûr, est la responsabilité des ingénieurs en mécanique).
- (vii) La fondation doit être conçue de manière à permettre une modification ultérieure de la fréquence naturelle en changeant la surface ou la masse de base de la fondation, si cela s'avère nécessaire par la suite.
 Du point de vue pratique des exigences supplémentaires devraient également être

Du point de vue pratique, des exigences supplémentaires devraient également être rempli :

- (viii) La nappe phréatique doit se trouver sous le plan de base sur au moins un quart de la largeur de la fondation. Comme la nappe phréatique est un bon conducteur d'ondes, cela limite la propagation des vibrations.
- (ix) Les fondations de machines doivent être séparées des éléments de construction adjacents au moyen de joints de dilatation.
- (x) Toute conduite transportant des fluides chauds, si elle est encastrée dans la fondation, doit être correctement isolée.
- (xi) La fondation doit être protégée de l'huile de machine par un traitement chimique approprié, qui résiste aux acides.
- (xii) Les fondations des machines doivent être amenées à un niveau inférieur à celui des fondations des structures adjacentes.

2.9.3 Approche de conception des fondations de la machine.

Les dimensions des fondations des machines sont fixées en fonction des exigences opérationnelles de la machine. Les dimensions globales de la fondation sont généralement spécifiées par les fabricants de la machine. Si le concepteur de la fondation a le choix, il doit choisir les dimensions minimales possibles satisfaisant aux critères de conception.

Une fois que les dimensions de la fondation sont déterminées et que les conditions du site sont connues, la fréquence naturelle du système fondation-sol et les amplitudes de mouvement dans les conditions de fonctionnement doivent être déterminées.

Les exigences spécifiées dans le paragraphe précédent doivent être satisfaites dans la mesure du possible pour un bon projet. Ainsi, la procédure de conception est une procédure d'essai et

d'erreur. Les données spécifiques requises pour la conception varient selon les types de machines. Cependant, les données spécifiques requises pour la conception varient selon les types de machines, certaines exigences générales concernant les données peuvent être données comme suit :

- (i) Diagramme de chargement, montrant les amplitudes et les positions des charges statiques et dynamiques exercées par la machine.
- (ii) Puissance et vitesse de fonctionnement de la machine.
- (iii) Diagramme linéaire montrant les ouvertures, les rainures pour les boulons de fondation, les détails des parties encastrées, etc.
- (iv) La nature du sol et ses propriétés statiques et dynamiques, et les paramètres du sol exigés pour la conception.

2.9.4 Analyse des vibrations d'une fondation de machine

Bien que la fondation de la machine ait six degrés de liberté, on suppose qu'elle a un seul degré de liberté pour simplifier l'analyse La figure 2.27 montre une fondation de machine appuyée sur une masse de sol.

 M_f est la masse en blocs de la machine et de la fondation, agissant au centre de gravité du système. Avec M_f , une certaine masse, M_s , de sol sous la fondation participera à la vibration. La masse combinée M (la somme de M_f et M_s) est censée se retrouvée au centre de gravité de l'ensemble du système.



Figure.2.10 System Machine fondation-sol

Le système est considéré comme subissant des vibrations purement verticales et donc comme un système à un seul degré de liberté.

L'analyse des vibrations des fondations d'une machine peut être effectuée selon l'une des deux grandes approches, à savoir la théorie du demi-espace élastique et le modèle masse-ressort-patin. Selon l'approche choisie, les valeurs des paramètres appropriés du sol doivent être déterminées par une méthode appropriée.

Toutefois, on peut noter que, malheureusement, il n'existe pas de méthode rationnelle pour déterminer l'ampleur de la masse de sol participant à la vibration, comme indiqué au paravent. Une ligne directrice générale consiste à choisir une valeur comprise entre zéro et la valeur de la masse de la machine et de la fondation. En d'autres termes, la masse totale, M, est considérée comme variant entre M_f et 2 M_f dans la plupart des cas.

Des approches empiriques, basées sur différents critères tels que le type, la vitesse ou la puissance de la machine, ont été élaborées par certains chercheurs ; cependant, toutes ces approches peuvent maintenant être considérées comme caduques.

2.9.5 Théorie du demi-espace élastique

Dans cette théorie, un corps rigide de masse connue est considéré comme reposant sur la surface d'un sol idéal, c'est-à-dire un matériau élastique, homogène et isotrope. Il est appelé "demiespace" parce que le sol est comme la somme s'étend à l'infini dans toutes les directions, y compris la profondeur, avec une surface supérieure comme limite. Pour des raisons de commodité mathématique, la fondation par commodité mathématique, la fondation est considérée comme étant de forme circulaire.

Les paramètres de base du sol utilisés dans l'élaboration de la théorie sont le module de cisaillement, G, la densité de masse, ρ , et le coefficient de Poisson υ .

La théorie du demi-espace élastique peut être utilisée pour prédire la fréquence de résonance et l'amplitude de pic du mouvement du système à partir d'un seul essai de vibration in situ. Bien que la théorie ne prenne pas explicitement en compte l'effet d'amortissement du système, les amplitudes obtenues sont limitées, ce qui indique que l'effet est considéré comme indirect (en fait, la nature de l'amortissement dans ce cas peut être "radiative" et/ou "interne"). En outre, la distribution de la pression de contact est nécessaire dans l'analyse.

Reissner (1936) a présenté une solution analytique pour les vibrations verticales d'un dispositif circulaire reposant sur un demi-espace élastique ; il considère que la répartition de la pression de contact est uniforme. Reissner a été le premier à utiliser la théorie du demi-espace élastique pour les problèmes de dynamique des sols.

Quinlan (1953) et Sung (1953) ont donné des solutions mathématiques indépendantes pour trois types de distributions de pression de contact, à savoir les distributions de base uniforme, parabolique et rigide.

(Remarque : la distribution parabolique signifie une pression nulle sur le bord avec un maximum au centre, la distribution sur un diamètre étant parabolique ; la distribution à base rigide signifie une pression infinie sur le bord. sûr à la périphérie avec une valeur finie minimale au centre, la distribution étant à nouveau parabolique). L'approche de Sung consiste à utiliser les données d'un test de vibration sur un seul site pour déterminer des paramètres sans dimension de l'amplitude de pointe et de la fréquence de résonance, ainsi qu'un autre paramètre sans dimension, appelé "rapport de masse". Ses paramètres sans dimension sont utilisés pour prédire la réponse d'une proposition de fondation de machine sur le site particulier où le champ unique vibre Le test d'évaluation a été effectué. Subrahmanyam (1971) a étendu le travail de Sung. Richart et Whitman (1967) a conclu que la théorie du demi-espace élastique est qualitativement satisfaisante, en analysant de vastes données d'essai provenant de la station d'expérimentation des canaux du génie de l'armée américaine.

2.9.6 Modèle Mass-Ressort-Amortisseur

Dans cette théorie, un corps rigide de masse connue est amené à reposer sur la surface d'un sol idéal, c'est-à-dire un matériau élastique, homogène et isotrope. Il est appelé "demi-espace" parce qu'on suppose que le sol s'étend à l'infini dans toutes les directions, y compris la profondeur, avec une surface supérieure comme limite. Pour des raisons de commodité mathématique, la fondation est considérée comme étant de forme circulaire.

Les paramètres de sol utilisés dans l'élaboration de la théorie sont le module de cisaillement, G, le densité de masse, ρ , et le coefficient de Poisson, υ .

La théorie du demi-espace élastique peut être utilisée pour prédire la fréquence de résonance et l'amplitude de pic du mouvement du système à partir d'un seul essai de vibration in situ. Bien que la théorie ne prenne pas explicitement en compte l'effet d'amortissement du système, les amplitudes obtenues sont limitées, ce qui indique que l'effet est considéré, indirectement (en fait, la nature de l'amortissement dans ce cas peut être "radiale" et/ou "interne"). En outre, la distribution de la pression de contact est prise en considérations dans l'analyse.

Reissner (1936) a présenté une solution analytique pour les vibrations verticales d'un disque circulaire reposant sur un demi-espace élastique ; il considère que la répartition de la pression de contact est uniforme.

Quinlan (1953) et Sung (1953) ont donné des solutions mathématiques indépendantes pour trois types de distributions de pression de contact, à savoir les distributions de base uniforme, parabolique et rigide.

Quinlan (1953) et Sung (1953) ont donné des solutions mathématiques indépendantes pour trois types de distributions de pression de contact, à savoir les distributions de base uniforme, parabolique et rigide.

Note: La distribution parabolique signifie une pression nulle à l'extrémité avec un maximum au centre, la distribution sur un diamètre étant parabolique ; la distribution à base rigide signifie une pression infinie à l'extrémité avec une valeur finie minimale au centre, la distribution étant parabolique encore.

L'approche de Sung implique l'utilisation des données d'un seul essai de vibration in situ pour déterminer les paramètres sans dimension de l'amplitude de pointe et la fréquence de résonance, ainsi qu'un autre paramètre sans dimension, appelé "rapport de masse".

Sung a présenté des schémas de conception pour les fondations de machines en se basant sur ses travaux, il a proposé des paramètres sans dimension pour prédire la réponse d'une fondation de machine pour un site particulier où la vibration est en champ isolé ou un test d'évaluation a été effectué. Richart et Whitman (1967) a conclu que la théorie du demi-espace élastique est qualitativement satisfaisante, en analysant de vastes données d'essai provenant de la station d'expérimentation des voies navigables du génie de l'armée américaine.

2.9.7 Utilisation du Modèle Masse-Ressort-Amortissement.

Le modèle masse-ressort-patin, ou "système de paramètres groupés", a été largement utilisé pour prévoir la réponse des fondations des machines aux vibrations verticales ainsi qu'à d'autres modes de vibration, y compris les modes couplés. Dans cette approche également, le sol est supposé être un matériau idéal, sur la surface duquel repose une fondation de machine. Le sol a été caractérisé comme un ressort linéaire en apesanteur, dans lequel l'amortissement est présent. Bien qu'il soit bien connu que l'effet d'amortissement du sol est dû au phénomène de rayonnement et de perte d'énergie interne, on le considère comme un amortissement visqueux pour des raisons de commodité mathématique. Ainsi, la théorie des vibrations libres, et particulièrement forcées, avec amortissement est utilisée pour analyser le comportement des fondations de machines.

Bien qu'il soit bien connu que l'effet d'amortissement du sol est dû au phénomène de rayonnement et de perte d'énergie interne, on le considère comme un amortissement visqueux pour des raisons de commodité mathématique. Ainsi, la théorie des vibrations libres, et particulièrement forcées, avec amortissement est utilisée pour analyser le comportement des fondations de machines.

Comme le ressort est considéré sans masse pour des raisons de commodité mathématique, mais que le sol a un poids, les résultats de cette analyse ne correspondent pas exactement aux valeurs expérimentales obtenues pour une fondation de machine.

Mais ce modèle peut être considéré comme une première approximation du système machine fondation-sol (Sankaran et Subrahamanyam, 1971). Des modèles non linéaires ont également été proposés par certains chercheurs pour simuler la relation constitutive non linéaire du sol, mais aucune solution efficace n'a été donnée pour évaluer la rigidité non linéaire du ressort.

Pauw (1953) considérait le sol comme une pyramide tronquée s'étendant à une profondeur infinie ; il a essayé d'évaluer l'effet de la constante du ressort sur la taille et la forme de la zone de contrôle et l'effet de la variation du module du sol en fonction de la profondeur. Il a supposé que le module du sol augmentait linéairement avec la profondeur pour les sols sans cohésion, alors qu'elle est considérée comme une constante avec la profondeur pour les sols cohésifs.

2.10 FONDATIONS POUR LES MACHINES À MOUVEMENT ALTERNATIF

Les moteurs alternatifs à mécanisme à manivelle comprennent les moteurs à vapeur, les moteurs diesel, les compresseurs à déplacement et les pompes à déplacement. Les vibrations sont causées par la conversion du mouvement rotatif en mouvement linéaire. Les machines à mouvement alternatif peuvent fonctionner soit verticalement soit horizontalement. Ces derniers peuvent avoir trois modes de vibration : vertical, glissement et oscillation.

En général, des fondations de type bloc (avec des ouvertures si nécessaire pour des raisons fonctionnelles) sont prévues pour les machines à mouvement alternatif.

Le principal problème de la conception est de réussir à évaluer les forces d'inertie déséquilibrées à partir des détails mécaniques du moteur.

2.10.1 Critères de conception

Les critères généraux pour la conception des fondations de machines ont déjà été définis ainsi que les limites de tolérance ont été indiquées dans les paragraphes précédant. Plus précisément, les principaux critères de conception des fondations pour les machines à mouvement alternatif sont les suivants :

- (i) La fréquence naturelle doit être au moins 30 % inférieure à la vitesse de fonctionnement de la machine.
- (ii) L'amplitude de mouvement de la fondation ne doit pas dépasser 0,2 mm.
- (iii) La pression exercée sur le sol (ou sur d'autres couches élastiques telles que le liège, les ressorts, etc., le cas échéant) doit être dans les limites des valeurs admissibles respectives.

Pour l'avant-projet, la pression maximale sur le sol due à la seule charge statique peut être considérée comme 0,4 fois la capacité portante admissible correspondante. Les données de conception à fournir par le fabricant de la machine sont les suivantes.

- (i) Vitesse et puissance normales du moteur.
- (ii) Magnitude et position des charges statiques de la machine et de la fondation.
- (iii) Magnitude et position des charges dynamiques qui se produisent pendant le fonctionnement de la machine ; sinon, le concepteur doit recevoir toutes les données nécessaires pour le calcul de ces forces.
- (iv) Position et taille des ouvertures prévues dans la fondation pour les boulons d'ancrage, les tuyaux, le dispositif d'inertie, etc.
- (v) Toute autre information spécifique compte tenu de la nature particulière de la machine. Il peut s'agir des tassements différentiels admissibles, des amplitudes de mouvement admissibles, etc.

2.10.2 Calcul des forces inertielles déséquilibrées

La figure 2.11 montre un mécanisme à manivelle simple pour un moteur monocylindre :

Il se compose d'un piston qui se déplace à l'intérieur d'un cylindre, d'une manivelle qui tourne autour d'un point O et d'une bielle qui est fixée au piston au point P (appelé "axe du poignet") et à l'arbre de la manivelle au point C (appelé "maneton"). Le vilebrequin suit une trajectoire circulaire tandis que le maneton oscille le long d'une trajectoire linéaire. Les points de la bielle entre P et C suivent une trajectoire elliptique.

Désignant la masse totale en mouvement alternatif qui se déplace avec le piston comme M_{rec} et la masse en rotation qui se déplace avec le piston comme M_{rot} , les forces inertielles déséquilibrées Pz (dans la direction du piston) et Px (dans une direction perpendiculaire) peuvent être écrits comme :

$$P_{z} = (M_{rec} + M_{rot})R\omega^{2}\cos \omega t + M_{rec}\frac{R^{2}\omega^{2}}{L}\cos 2\omega t \qquad \text{Eq.2.23}$$
$$P_{x} = M_{rot}R\omega^{2}\sin \omega t \qquad \text{Eq.2.24}$$

Et



Figure.2.11 Mécanisme à manivelle simple

Ici ω est la vitesse angulaire et R est le rayon de la manivelle. Pour le mécanisme à manivelle simple décrit ici, les masses en mouvement et en rotation sont données par les équations suivantes :

$$M_{\rm rec} = M_2 + M_3 \left(\frac{L_1}{L}\right)$$
 Eq.2.25

$$M_{\rm rot} = M_1 \frac{R_1}{R} + M_3 \left(\frac{L_2}{L}\right)$$
 Eq.2.26

Et

Ici M_1 : masse de la manivelle,

- M₂ : masse des pièces à mouvement alternatif, c'est-à-dire le piston, la tige de piston et la tête de manivelle,
- M₃ : masse de la bielle,
- L : longueur de la bielle,
- L₁ : distance entre le centre de gravité de la bielle et le maneton C,

 R_1 = distance entre le CG du vilebrequin et le centre de rotation.

(Ces équations sont basées sur une hypothèse simplificatrice concernant la distribution de la masse du vilebrequin).

Le premier terme pour P_z dans l'équation Eq.2.23 impliquant $cos(\omega t)$ (le premier harmonique) est appelé la force inertielle "primaire" et le second impliquant $cos(2\omega t)$ (le second harmonique) est appelé la force inertielle "secondaire» force d'inertie.

De manière générale, la contribution des composantes secondaires (dues aux harmoniques secondaires et supérieures) de la force inertielle totale est considérée comme négligeable par rapport à celle de la composante primaire.

La force d'inertie due aux masses en rotation peut être éliminée par ce que l'on appelle le "contreéquilibrage" ; cependant, celle due à la masse en mouvement alternatif ne peut être évitée.

L'analyse ci-dessus ne s'applique qu'aux machines à mouvement alternatif à un seul cylindre.

Mais la plupart des machines ont plus d'un cylindre, c'est-à-dire que la plupart des machines sont des moteurs multicylindres, tous les cylindres étant généralement logés dans un seul plan.

L'analyse peut être étendue à un moteur multicylindre et les forces d'inertie déséquilibrées peuvent être déduites comme suit :

$$P_{z} = (M_{\text{rec}} + M_{\text{rot}})R\omega^{2} \sum_{i=1}^{n} \cos(\omega t + \alpha_{i})$$
Eq.2.27

(En négligeant les forces d'inertie secondaires)

$$P_x = M_{\rm rot} R \omega^2 \sum_{i=1}^{n} \sin \left(\omega t + \alpha_i\right)$$
Eq.2.28

Où α_i : l'angle entre la manivelle du i-ème cylindre et celle du premier cylindre (c'est ce qu'on appelle "l'angle de la manivelle" du i-ème cylindre)

Et n : nombre de cylindres.

Note : - Les moments de ces forces d'inertie autour de l'axe centrale de la machine peuvent être déterminés si les emplacements relatifs exacts des moteurs, et donc des bras de levier, sont connus.

Pour un moteur vertical à deux cylindres, par exemple, les forces d'inertie déséquilibrées résultantes pour différents angles de vilebrequin peuvent être obtenues comme suit :

- Angle de la manivelle $\pi/2$ (ou différence de phase est $\pi/2$), c'est le cas le plus courant.

$$\begin{split} P_{z_1} &= (M_{\rm rec} + M_{\rm rot}) R \omega^2 \cos \omega t \ ({\rm approx.}) \\ P_{z_2} &= (M_{\rm rec} + M_{\rm rot}) R \omega^2 \cos \left(\omega t + \frac{\pi}{2} \right) \\ P_z &= P_{z_1} + P_{z_2} = (M_{\rm rec} + M_{\rm rot}) R \omega^2 \bigg[\cos \omega t + \cos \bigg(\omega t + \frac{\pi}{2} \bigg) \bigg] \end{split} \quad \mbox{Eq.2.29} \\ P_z &= (M_{\rm rec} + M_{\rm rot}) R \omega^2 \cos \bigg(\omega t + \frac{\pi}{4} \bigg) \end{split}$$

Ou

De même
$$P_{x_1} = M_{rot} R \omega^2 \sin \omega t$$

44

$$\begin{split} P_{x_2} &= M_{\rm rot} R \omega^2 \sin \left(\omega t + \frac{\pi}{2} \right) \\ \text{Ou} \qquad P_x &= P_{x_1} + P_{x_2} = M_{\rm rot} R \omega^2 \left[\sin \omega t + \sin \left(\omega t + \frac{\pi}{2} \right) \right] \\ P_x &= \sqrt{2} M_{\rm rot} R \omega^2 \sin \left(\omega t + \frac{\pi}{4} \right) \end{split} \quad \text{Eq.2.30}$$

On peut noter que les valeurs maximales des forces d'inertie dans ce cas sont 2 fois supérieures à celles d'un moteur monocylindre. Les moments autour des axes principaux peuvent être facilement obtenus si les positions exactes des cylindres et des bras de levier sont connues dans un cas donné.

- Angle de la manivelle π

Les forces inertielles résultantes Pz et Px sont évidemment nulles dans ce cas. Cependant, les moments peuvent ne pas être nuls et doivent être calculés. Angle de la manivelle $3\pi/2$

- Angle de la manivelle $3\pi/2$

Les forces inertielles qui en résultent sont :

$$P_{z} = \sqrt{2} (M_{\rm rec} + M_{\rm rot}) R \omega^{2} \sin\left(\omega t + \frac{\pi}{4}\right)$$
 Eq.2.31

$$P_{x} = \sqrt{2}M_{\rm rot}R\omega^{2}\sin\left(\omega t - \frac{\pi}{4}\right)$$
 Eq.2.32

- Angle de la manivelle 2π (manivelles en directions parallèles)

Les forces d'inertie qui en résultent dans ce cas sont :

$$P_z = 2(M_{\rm rec} + M_{\rm rot})R\omega^2 \cos \omega t$$

$$P_x = 2M_{\rm rot} R \omega^2 \sin \omega t \qquad \text{Eq.2.34}$$

Ces forces sont le double de celles d'un moteur monocylindre.

Note: - Les expressions correspondantes pour les forces inertielles déséquilibrées peuvent être déduites) pour différents angles de vilebrequin pour les machines alternatives verticales à trois, quatre et six cylindres, en utilisant les mêmes principes.

Un traitement similaire est applicable même aux machines horizontales à mouvement alternatif, sauf que x et z doivent être inversés ; les machines horizontales sont généralement des moteurs à deux cylindres avec un angle de manivelle de 90° .

Si les moteurs ont des cylindres auxiliaires tels qu'un compresseur et un échappement, les charges imposées par les accessoires doivent également être prises en compte ; cependant, elles sont généralement faibles, et peuvent donc être ignorées.

Si des amortisseurs de vibrations tels que des ressorts sont interposés entre la machine et la fondation afin de limiter les amplitudes, le système doit être considéré au moins comme un système à deux degrés de liberté, bien que proprement dit, son degré de liberté soit de douze.

Ea 2 22

2.11 FONDATIONS POUR LES MACHINES À IMPACT

Les marteaux sont des exemples typiques de machines à percussion. Les principes de conception des fondations des marteaux sont entièrement différents de ceux des machines à mouvement alternatif. Dans un marteau, un bélier tombe d'une certaine hauteur sur l'enclume en forgeant ou en estampant un matériau placé sur l'enclume.

Les fondations à marteaux sont généralement des constructions en blocs de béton armé (Figure. 2.12). L'enclume sur laquelle le marteau tombe à plusieurs reprises est généralement placée sur une couche élastique qui peut être de type treillis de bois ou de liège. La fondation peut être placée directement sur le sol ou sur une couche élastique appropriée, dont le but est d'isoler les vibrations et de minimiser les effets néfastes de l'impact.



Figure.2.12 Schéma d'une fondation à marteau

Le cadre du marteau peut soit reposer directement sur la fondation, soit être soutenu de l'extérieur, selon la convenance. Le cadre sert essentiellement à guider le bélier et à abriter l'agencement du mouvement du bélier.

La méthode de conception de la fondation pour les marteaux consiste à fournir une fondation du bloc.

2.11.1 Considérations particulières

Voici les considérations particulières à prendre en compte lors de la conception des fondations des machines à chocs :

- (i) L'axe central de l'enclume et le centre de graviter de la surface de base doivent se trouver sur la ligne verticale passant par le centre de gravité commun de la machine et de sa fondation.
- (ii) Lorsque le matelas élastique est utilisé sous l'enclume et la base de la fondation, il faut veiller à assurer une répartition uniforme de la charge et à protéger le matelas contre l'eau, le pétrole, etc. Il est recommandé de poser la fondation dans une fosse en béton armé formée par des murs de soutènement de tous les côtés. La fondation peut être séparée des murs latéraux par une lame d'air.
- (iii) Si le bloc de bois est utilisé pour le rembourrage élastique, les solives de bois doivent être posées horizontalement sous forme de grille. Les solives doivent être imprégnées d'un agent de conservation pour les protéger contre l'humidité.

(iv) L'épaisseur de la bande élastique est déterminée par les contraintes admissibles dans les matériaux respectifs. Des directives à cet égard sont données dans le tableau 2.4 (Major, 1962) :

Tableau.2.4 Épaisseur des blocs de bois sous l'enclume (d'après Major, 1962).

Type of hammer	Thickness of pad (m) for a falling weight of		
	upto 10 kN	10-30 kN	30 kN
Double acting drop hammers	0.2	0.2 to 0.6	0.6 to 1.2
Single acting drop hammers	0.1	0.1 to 0.4	0.4 to 0.9
Forge hammers	0.2	0.2 to 0.6	0.6 to 1.00

(v) Lorsque deux fondations adjacentes sont posées à des profondeurs différentes, les arêtes de raccordement en ligne droite doivent former un angle ne dépassant pas 25° par rapport à l'horizontale (Fig. 2.30). Toutefois, si les fondations sont trop proches, elles peuvent être posées à la même profondeur et un radier commun peut servir de base.

2.11.2 Données de conception

Les données suivantes doivent être fournies au concepteur :

- (i) Type de marteau
- (ii) Poids du marteau tombant (W_t)
- (iii) Poids de l'enclume (W_a)



Figure.2.13 Critères de localisation des fondations adjacentes

- (iv) Poids de la béquille du marteau reposant sur la fondation (W_f) , à ajouter à W_a uniquement si la béquille repose directement sur la fondation.
- (v) Surface de base de l'enclume ($L_a \times B_a$)
- (vi) Coup ou chute du marteau (h)
- (vii) Schéma de la fondation montrant la position des boulons d'ancrage, le niveau du sol, la position des fondations adjacentes, etc.

2.11.3 Support élastique sous l'enclume

L'épaisseur du matelas élastique varie selon le poids des pièces tombantes et le type de marteau, d'environ 200 mm pour un marteau de 10 kN à un maximum d'environ 200 mm pour les marteaux de plus de 30 kN (tableau 20.4).

L'épaisseur du matelas doit être choisie de manière à ce que les contraintes dynamiques induites dans le matelas par l'impact ne dépassent pas les valeurs admissibles, qui sont les suivantes (Barkan, 1962) : Chêne : $30.000 \text{ à } 35.000 \text{ kN/m}^2$

```
Sapin : 20 000 à 25 000 kN/m<sup>2</sup>
```

Bois de mélèze : 15 000 à 20 000 kN/m^2

2.11.4 Vitesse de l'enclume

La vitesse de l'enclume après l'impact doit être déterminée par l'analyse dynamique de la fondation d'un marteau. Celle-ci peut être obtenue comme suit :

Vitesse du Marteau avant l'impact :

$$v = \alpha \sqrt{2gh}$$
 Eq.2.35

 $O\hat{u} h = hauteur de chute,$

Et α = facteur de correction qui caractérise la résistance de la fumée d'échappement (α = 1 pour les puits marteau ajusté selon Barkan, 1962).

Pour un marteau à double effet, v est donné par :

$$v = \alpha \sqrt{\frac{2g(W_t + p\alpha)h}{W_t}}$$
Eq.2.36

Où $W_t = poids du marteau$,

p = pression sur le piston,

a = surface du piston,

h = hauteur de frappe ou de chute,

Et α = facteur de correction qui varie de 0,5 à 0,8. Barkan (1962) recommande une valeur moyenne de 0,65.

Vitesse de la toupie et de l'enclume après l'impact

Soit v la vitesse de marteau avant l'impact,

v1 est la vitesse de marteau après l'impact,

Et v_{α} est la vitesse de l'enclume après l'impact.

(On peut se rappeler que la vitesse de l'enclume et de la fondation est nulle avant l'impact).

Application du principe de conservation de mouvement

$$M_t v = M_t v_1 + M_a v_a$$
 Eq.2.37

Où M_t : masse du marteau,

et M_a : masse de l'enclume (y compris le poids du cadre, s'il est monté dessus). Une autre équation est obtenue en utilisant l'hypothèse de Newton concernant la restitution de l'impact qui stipule que "la vitesse relative après l'impact est proportionnelle à celle avant l'impact". Le rapport entre les deux, appelé coefficient de restitution élastique (e), ne dépend que des matériaux des corps impliqués dans l'impact. Par conséquent, nous pouvons écrire

$$e = \frac{(v_a - v_1)}{v}$$
Eq.2.38
$$v_1 = (v_a - ev)$$

Ou

Ou

En se substituant v_1 dans l'équation 2.38 et en simplifiant,

$$v_a = \frac{(1+e)}{(1+\lambda_a)} v$$
Eq.2.39

$$\lambda_a = \frac{M_a}{M_*}$$
 Eq.2.40

Cette analyse s'applique à un "coup central" ou "impact centré", comme on l'appelle.

Pour un "coup excentrique" ou un "impact excentrique", l'équation du moment de l'impulsion doit également être utilisée en plus des deux équations utilisées pour le coup central. En

D A A B

procédant sur des lignes similaires, on obtient les équations suivantes pour la vitesse initiale de l'enclume après l'impact (v_0) et la vitesse angulaire initiale après l'impact (ω_0) :

$$v_{0} = \frac{(1+e)}{\left(1 + \frac{M_{a}}{M_{t}} + \frac{e_{1}^{2}}{i^{2}}\right)} v$$
Eq.2.41

Et

$$\omega_0 = \frac{(1+e)e_1}{i^2 \left(1 + \frac{M_a}{M_t}\right) + e_1^2} .v$$
 Eq.2.42

Où e_1 = excentricité du coup ou de l'impact,

Et
$$i^2 = \frac{l_m}{M_a} \cdot I_m$$

Étant le moment d'inertie de masse du système en mouvement autour de l'axe de rotation.

Le coefficient de compensation, e, est égal à l'unité pour les corps parfaitement élastiques et à zéro pour les corps en plastique. Pour les corps réels, e se situe entre zéro et un. Barkan (1962) a remarqué dans ses expériences que la valeur de e ne dépasse pas 0,5. Comme des valeurs de e plus élevées conduisent à une amplitude plus importante. Pour les marteaux qui frappent des pièces en acier, Barkan recommande de choisir une valeur de 0,5. Les valeurs de e pour les grands marteaux proprement dits sont beaucoup plus petites que celles des marteaux d'emboutissage, et la valeur de calcul correspondante peut être considérée comme 0,25.

Pour les marteaux forgeant les métaux non ferreux, e est considérablement plus petit, et peut être considéré comme égal à zéro (Barkan, 1962).

2.11.5 Analyse dynamique des fondations des machines à impact

Le système marteau-enclume-sol-fondation-amortisseur est supposé avoir deux degrés de liberté. Le matelas élastique est considéré comme un corps élastique avec une constante de ressort k_2 et le sol sous la fondation comme un autre corps élastique avec une constante de ressort k_1 .

Ce modèle d'analyse dynamique est illustré à la figure 2.14.

L'impact causé par le bélier (Tup) du marteau provoque des vibrations libres dans le système. Comme le sol a également un effet d'amortissement, le système subit des vibrations libres avec amortissement. Les équations du mouvement peuvent être écrites comme suit en utilisant les lois

$$M_f \ddot{z}_1 + k_1 z_1 - k_2 (z_2 - z_1) = 0$$
 Eq.2.43

Εt

$$M_a \ddot{z}_2 + k_2 (z_2 - z_1) = 0$$
 Eq.2.44

Ici z_1 et z_2 déplacements de la fondation et de l'enclume par rapport à leurs positions d'équilibre, M_f = masse de la fondation,

 $k_1 = constante élastique du sol,$

 $k_2 = constante élastique du matelas.$

de Newton ou le principe d'Alembert :

Egalement :

$$k_1 = C_u'A_1 Eq. 2.45$$

Et

$$k_2 = \frac{E_p A_p}{t_p}$$
Eq.2.46



Figure. 2.14 Modèle d'analyse d'une fondation à marteau

Où C_u' : coefficient de compression élastique uniforme du sol sous l'impact, A_1 : zone de contact de la fondation

A₁. zone de contact de la fondation

 A_p : surface de base du matelas,

E_p : module de Young du matériau du matelas,

 $t_p = épaisseur du matelas.$

En commençant par les solutions possibles pour z_1 et z_2

$$\begin{array}{ll} \text{tels oue} & z_1 = C_1 \sin \, \omega_n t \\ \text{Et} & z_2 = C_2 \sin \, \omega_n t, \end{array}$$

 C_1 et C_2 étant des constantes, et en substituant dans les équations différentielles du mouvement équation (Eq. 2.44), et en simplifiant, il est possible de développer une équation de fréquence du quatrième degré comme suit :

Eq.2.47

$$\omega_n^4 - (1 + \lambda_1) (\omega_a^2 + \omega_l^2) \omega_n^2 + (1 + \lambda_1) \omega_a^2 \omega_l^2 = 0$$

$$\lambda_1 = M_a / M_f$$
 Eq.2.48

$$\omega_n^2 = \frac{k_2}{M_a} = \frac{E_p A_p}{t_p M_a}$$
Eq.2.49

$$\omega_l^2 = \frac{k_1}{(M_a + M_f)} = \frac{C_u' A_1}{(M_a + M_f)}$$
 Eq.2.50

 ω_a est la fréquence naturelle limite de l'enclume, en supposant que le sol soit infiniment rigide $(k_1 = \infty)$. ω_l est la fréquence naturelle limite de l'ensemble du système (enclume et fondation), en supposant que l'enclume soit infiniment rigide $(k_2 = \infty)$.

Les racines positives de l'équation Eq.2.101 sont désignées par ω_{n1} et ω_{n2} . Elles peuvent être exprimées sous la forme

$$\omega_{n1,2}^{2} = \frac{1}{2} ((1+\lambda_{1})(\omega_{a}^{2} + \omega_{l}^{2})) \pm \sqrt{((1+\lambda_{1})(\omega_{a}^{2} + \omega_{l}^{2}))^{2} - 4(1+\lambda_{1})\omega_{a}^{2}\omega_{l}^{2}} \qquad \text{Eq.2.51}$$

Les équations différentielles du mouvement (équation Eq.2.98) peuvent être résolues pour la valeur de la condition initiale connue :

Quant t = 0, $z_1 = z_2 = 0$, $z_1 = 0$, Et $z_2 = v_a$

La solution est :

$$z_{1} = \frac{(\omega_{a}^{2} - \omega_{n2}^{2})(\omega_{a}^{2} - \omega_{n1}^{2})}{\omega_{a}^{2}(\omega_{n1}^{2} - \omega_{n2}^{2})} v_{a} \left(\frac{\sin \omega_{n1}t}{\omega_{n1}} - \frac{\sin \omega_{n2}t}{\omega_{n2}}\right)$$
Eq.2.52a

$$z_{2} = \frac{v_{a}}{(\omega_{n1}^{2} - \omega_{n2}^{2})} \left(\frac{(\omega_{a}^{2} - \omega_{n2}^{2})}{\omega_{n1}} \sin \omega_{n1} t - \frac{(\omega_{a}^{2} - \omega_{n1}^{2})}{\omega_{n2}} \sin \omega_{n2} t \right) \quad \text{Eq.2.52b}$$

Barkan (1962) a observé, à partir de ses expériences, que les vibrations ne se produisaient qu'à la fréquence principale inférieure, et qu'on peut donc supposer que l'amplitude des vibrations pour le sin ($\omega_{n1}t$) (où $\omega_{n1} > \omega_{n2}$) est égale à zéro.

Ensuite, les expressions approximatives pour z1 et z2 sont les suivantes :

$$z_{1} = -\frac{(\omega_{a}^{2} - \omega_{n1}^{2})(\omega_{a}^{2} - \omega_{n2}^{2})}{\omega_{a}^{2}(\omega_{n1}^{2} - \omega_{n2}^{2})\omega_{n2}}v_{a}\sin\omega_{n2}t$$
 Eq.2.53a

$$z_{2} = -\frac{(\omega_{a}^{2} - \omega_{n1}^{2})}{(\omega_{n1}^{2} - \omega_{n2}^{2})\omega_{n2}} v_{a} \sin \omega_{n2} t$$
 Eq.2.53b

Les amplitudes maximales du mouvement se produisent lorsque le sin ($\omega_{n2}t$) = 1. Elles concernent le système fondation-sol.

$$A_{1}(=z_{1\max}) = -\frac{(\omega_{a}^{2} - \omega_{n2}^{2})(\omega_{a}^{2} - \omega_{n1}^{2})}{\omega_{a}^{2}(\omega_{n1}^{2} - \omega_{n2}^{2})\omega_{n2}}v_{a}$$
 Eq.2.54a

Pour l'enclume

$$A_{a}(=z_{2\max}) = -\frac{(\omega_{a}^{2} - \omega_{n1}^{2})}{(\omega_{n1}^{2} - \omega_{n2}^{2})\omega_{n2}}v_{a}$$
 Eq.2.54b

La contrainte dans le matelas élastique, σ_p , est donnée par :

$$\sigma_p = \frac{k_2}{A_p}(z_2 - z_1)$$
 or $\frac{k_2}{A_p}(A_a - A_1)$ Eq.2.55

Le modèle de base est applicable s'il y a un contact uniforme entre le matelas élastique et l'enclume ainsi qu'entre le matelas et la surface supérieure du bloc de fondation. Cependant, il a été généralement observé que les contacts ne sont pas uniformes du fait que la surface inférieure de l'enclume et la surface supérieure du socle sont relativement rugueuses.

De même, le système marteau-sol de fondation est le cas des vibrations libres avec amortissement. Il n'existe pas à ce stade de solutions satisfaisantes pour analyser le système comme un modèle de masses-ressorts-amortisseur avec deux degrés de liberté. De plus, les fondations à marteaux sont généralement enfoncées dans le sol, soit partiellement, soit complètement. Cela rend l'analyse assez complexe.

Par conséquent, il faut recourir aux corrélations empiriques de Barkan (1962), basées sur ses études expérimentales, pour tenir compte de l'influence de l'amortissement du système, de contact non uniforme du patin élastique et de la profondeur d'encastrement.

À cet effet, Barken donne l'équation suivante :

$$C_u' = k_c C_u$$
 Eq.2.56

Où C_u' = coefficient de compression élastique uniforme à prendre en compte dans la conception de la fondation de l'enclume,

Et k_c : un coefficient de correction.

Barkan (1962) recommande une valeur de 3 pour k_c

Pour la conception de fondations de l'enclume, sur la base des observations faites dans le cadre du vaste programme expérimental qu'il a mené.

2.11.6 Critères de conception

Les critères suivants sont les principaux critères de conception d'une fondation à marteau :

- (i) Les amplitudes du bloc de fondation et de l'enclume ne doivent pas dépasser les valeurs admissibles indiquées ci-dessous :
- 3 Pour le bloc de fondation (A_1) :

L'amplitude maximale de la fondation ne doit pas dépasser 1,2 mm. Dans le cas de fondations reposant sur du sable sous la nappe phréatique, elle doit être limitée à 0,8 mm.

4 Pour l'enclume (A)

Les amplitudes admissibles qui dépendent du poids de la hauteur de chute sont indiquées dans le tableau.2.5 :

Tableau 2.5 Amplitudes admissibles pour l'enclume (d'après Barkan, 1962)

Weight of tup (W_t)	upto 10 kN	20 kN	30 kN
Maximum permissible amplitude	1 mm	2 mm	3 to 4 mm

- (ii) Les contraintes maximales dans le sol et les autres couches élastiques doivent être
- (iii) inférieures aux valeurs admissibles pour les matériaux respectifs. Si le bois est utilisé pour la couche élastique, les contraintes admissibles indiquées au paragraphe 2.6.3 doivent être prises en compte.

2.11.7 Approche de conception

La conception est un processus d'essai et d'erreur. Certaines dimensions sont supposées pour le bloc de fondation et le matelas élastique. La contrainte dans le matelas élastique et les amplitudes de mouvement sont calculées. Ces valeurs sont comparées aux valeurs admissibles respectives et, si nécessaire, Les dimensions sont modifiées, et l'analyse est revue.

2.11.7.1 La procédure empirique de Barkan

Sur la base de ses recherches expérimentales, Barkan (1962) a recommandé les équations empiriques suivantes pour la détermination du poids provisoire de la fondation et de la surface de

base du bloc de fondation en termes de coefficient de compensation et de vitesse de chute des parties :

- Poids de la fondation

$$n_f = [8.0(1+e)v - n_a]$$
 Eq.2.57

Où n_f = rapport du poids de la fondation (W_f) à celui du poids tombant ou du marteau (W_t) Or (W_f/W_t)

e : coefficient de restitution,

v : vitesse de la masse tombante juste avant l'impact, (mètres/seconde)

Et n_a = rapport du poids de l'enclume (Wa) à celui du poids de chute (W_t)

Ou

 $\left(\frac{W_a}{W_a}\right)$

Type of Hammer	v(m/s)	е	n_a	n_f
Stamping hammers:				
Double acting (Stamping of steel)	6.5	0.5	30	48
Single-acting (Stamping of steel)	4.5	0.5	20	34
Single-acting (Stamping of non-ferrous metals)	4.5	0.0		16
Forge hammers:				
Double-acting	6.5	0.25	30	35
Single-acting	4.5	0.25	20	25

Tableau 2.6 Valeurs de certains coefficients de mar	rteau (d'après Barkan, 1962)
---	------------------------------

Le poids de la fondation peut maintenant être obtenu en multipliant la valeur de nf obtenue à partir de l'équation 2.57 par le poids du montant tombant, car celui-ci et le poids de l'enclume auraient été décidés plus tôt.

- Surface de base du bloc de fondation

$$a_f = \frac{20(1+e)v}{q_a}$$
 Eq.2.58

Où a_f : rapport entre la surface de base du bloc de fondation (A) et le poids de la masse tombante le poids (W_t) or $\left(\frac{A}{W_{t}}\right)$

Et q_a = capacité portante admissible du sol.

Il a été constaté que les valeurs de a_f varient de 2 à 13 pour différents types de marteaux au repos sur une variété de sols de différentes résistances.

La surface de base requise du bloc de fondation peut être obtenue en multipliant la valeur de a_f obtenue à partir de l'équation Eq.2.58 par le poids du montant tombant en chute.

Il est important de noter que les équations Eq.2.57 et Eq.2.58 ne sont pas dimensionnellement correctes ; par conséquent, ces équations doivent être utilisées avec le poids, la longueur et le

temps exprimés en tonnes, mètres et secondes, respectivement, les unités dans lesquelles Barkan les a établies.

2.11.7.2 Épaisseur minimale de la fondation

L'épaisseur minimale de la fondation sous l'enclume pour différents poids de marteau, telle que recommandée par Major (1962), est indiquée dans le tableau 2.7 :

Weight of hammer (kN)		Minimum thickness of foundation (m)		
	upto 10	1.00		
	20	1.25		
	40	1.75		
	60	2.25		
	> 60	> 2.25		
1				

Tableau 2.7 Épaisseur minimale des fondations (d'après Major, 1962)

2.12 ISOLATION DES VIBRATIONS

Si une machine est fixée de manière rigide au sol, la vibration de la machine elle-même peut être réduite, mais celle transmise au sol et au plancher sera importante, produisant des effets néfastes même à grande distance. D'autre part, si un support élastique suffisamment souple est prévu sous la machine ou sa fondation, les vibrations transmises au sol et au plancher seront réduites, mais cela peut entraîner des vibrations importantes pour la machine elle-même. Il convient donc de trouver un compromis judicieux ; cela est généralement obtenu grâce à un rapport de fréquence approprié, en ajustant la fréquence naturelle de la fondation et de la machine à une valeur appropriée.

Pour éviter des vibrations excessives dues au fonctionnement d'une machine, les points suivants doivent être pris en compte lors de la phase de conception :

- (i) Sélection du site : Les machines doivent être situées loin des lieux où sont effectués les travaux de précision.
- (ii) Équilibrage des charges dynamiques : La machine doit être équilibrée dynamiquement pour limiter les forces déséquilibrées produites pendant son fonctionnement.
- (iii) Assurer l'isolement : Les fondations des machines doivent être complètement séparées des planchers et autres éléments adjacents en prévoyant des couches isolantes appropriées entre eux.

2.12.1 Types d'isolation-transmissibilité

Deux types de problèmes de vibrations sont rencontrés en pratique du point de vue de l'isolation. Le premier est celui où l'isolation est nécessaire contre les vibrations causées par la machine ellemême, et est appelé "isolation active".

Le second est celui dans lequel la fondation d'une machine délicate est conçue de telle manière que l'amplitude de son mouvement dû un plancher en vibrations, causées par une force perturbatrice à proximité, sont réduites à une limite acceptable ; c'est ce qu'on appelle l'"isolation passive".

Le schéma de l'isolement actif et le modèle mathématique correspondant sont présentés dans Figure. 2.15 (a) et (b) :

L'isolation active est également appelée "isolation des forces", car il s'agit ici de réduire la force transmise par la machine à la fondation afin d'éviter les vibrations des machines et des structures adjacentes.

Le schéma de l'isolation passive et le modèle mathématique correspondant sont présentés dans la Figure. 2.16 (a) et (b).

L'isolation passive est également appelée "isolation de mouvement ou d'amplitude", car il s'agit ici de réduire le mouvement ou l'amplitude de la machine (qui peut affecter ses performances) induite par les vibrations du sol causées par des sources perturbatrices à proximité.



(a) Schematic for active isolation

(b) Mathematical model for active isolation

Figure. 2.15 Type d'isolateur actif contre les vibrations





(b) Mathematical model for passive isolation

С

 $z = A \sin \omega t$

Μ

Figure.2.16 Type d'isolateur passif contre les vibrations

Le terme "Transmissibilité" est défini dans le cas de l'isolation active comme le rapport entre la force transmise à la fondation et la force vibratoire développée par la machine elle-même. Dans le cas d'une isolation de type passif, le terme est défini comme le rapport de l'amplitude de la machine sensible à l'amplitude du socle.

Une expression commune pour la transmission, T, peut être dérivée pour ces deux cas de la théorie des vibrations :

$$T = \sqrt{\frac{(1+4D^2\xi^2)}{(1-\xi^2)^2 + 4D^2\xi^2}}$$
Eq.2.59

Où ξ est le rapport de fréquence et D le facteur d'amortissement. Si l'amortissement est très faible, une simple expression pour la transmission peut être utilisée :

$$T = \left| \frac{1}{(1 - \xi^2)} \right| = \left| \frac{f_n^2}{(f^2 - f_n^2)} \right|$$
Eq.2.60

Il est évident qu'avec des valeurs plus élevées de ξ ($\xi > 2$), la transmission sera plus faible. Cela signifie que la fréquence naturelle du système isolé doit être rendue aussi basse que possible par rapport à la fréquence de sollicitation.

Il est recommandé que le rapport de fréquence soit d'au moins 2 dans tous les cas d'isolation des vibrations.

De plus, la conception doit assurer une isolation adéquate dans tous les modes de vibration possibles. L'équation Eq.2.60 pour la transmission s'applique aux modes de vibration en translation et en rotation.

2.12.2 Méthodes d'isolement

Différentes méthodes sont disponibles pour les types d'isolation actifs et passifs. Voici les différents types pratiqués :

- (i) Équilibrer les forces excitatrices : L'un des meilleurs moyens de réduire les vibrations est de traiter la source elle-même. Dans le cas des machines de type rotatif, il est possible d'équilibrent complètement les forces d'excitation perpendiculaires à la direction du mouvement du piston et partiellement dans la direction du mouvement du piston. L'efficacité d'une certaine méthode de compensation dépend du type de moteur et de la nature des vibrations. Le rééquilibrage ne nécessite pas d'interruption prolongée du fonctionnement de la machine ; le temps nécessaire pour fixer les contrepoids est suffisant.
- (ii) Stabilisation du sol : La stabilisation du sol augmente la rigidité de la base et, par conséquent, augmente les fréquences naturelles de la fondation reposant directement sur le sol. Ceci n'est possible que pour les sols sableux pour lesquels une stabilisation chimique ou au ciment est généralement adoptée. La nature des vibrations détermine les limites des zones stabilisées du sol. Cette méthode n'implique pas non plus d'interruption prolongée du fonctionnement de la machine.
- (iii) Utilisation des mesures structurelles : Des mesures structurelles appropriées peuvent être adoptées pour modifier la fréquence naturelle d'une fondation et assurer la marge de sécurité requise contre les conditions de résonance. Le choix des mesures structurelles dépend de la nature des vibrations et du rapport de fréquence.

Voici quelques-unes des mesures structurelles qui peuvent être adoptées :

Augmentation de la surface de base ou de la masse des fondations : En fonction du rapport de fréquence, soit l'augmentation de la surface de base, soit l'augmentation de la masse des fondations, selon le cas est considérée comme appropriée, peut être adoptée.

Utilisation de dalles fixées aux fondations : La dimension de la dalle fixée est choisie de telle sorte que l'amplitude du mouvement du système soit réduite à la limite requise.

Utilisation de systèmes de masse-ressort auxiliaires : Des systèmes de masse-ressort auxiliaires peuvent être ajoutés au système primaire pour réduire les vibrations. Ces systèmes sans amortissement sont appelés "neutralisateurs de vibrations" et ceux avec amortissement sont appelés "systèmes de vibration «amortisseurs".

(iv) Isolement par des barrières de tranchées : Il a été constaté que la présence d'une tranchée sur le trajet d'une onde réduit la transmission des vibrations vers l'avant. Selon Barkan, pour une isolation efficace, la profondeur de la tranchée doit être au moins égale à un tiers de la longueur d'onde de la vibration. Cela n'est pas toujours possible. Tranchées remplies de bentonite sont connus pour présenter de meilleures caractéristiques d'isolement.

Les tranchées pour l'isolement des types actif et passif sont illustrées à la figure 2.17 :



Figure. 1.17 Isolation des vibrations par des barrières de tranchées

- (v) Isolement dans les bâtiments : Une séparation verticale entre les parties d'un bâtiment permettrait d'éviter que les vibrations des machines situées dans une partie ne causent des dommages dans l'autre partie.
- (vi) Interposer des supports isolants : Des matériaux isolants tels que des tapis en caoutchouc, des ressorts hélicoïdaux en acier et des systèmes de montage par soufflerie sont introduits entre la machine et la fondation pour réduire efficacement les vibrations.

2.12.3 Propriétés des matériaux isolants

Les propriétés importantes de quelques matériaux isolants utilisés dans les fondations de machines sont données ci-dessous :

- (i) Liège : Le liège est un moyen d'isolation efficace contre les vibrations. Il a un faible poids unitaire, une compressibilité élevée et une grande imperméabilité. Les plaques de liège sont placées soit directement sous la base de la machine ou sous la fondation en béton. La rigidité du liège est relativement importante. Il n'est disponible que sous forme de dalle et ne peut résister qu'à la compression. Les tôles de liège doivent être enfermées dans un cadre en acier pour éviter toute expansion latérale. Les propriétés élastiques du liège se détériorent lorsqu'il entre en contact avec l'eau ou la terre. Des agents de conservation peuvent être utilisés pour améliorer sa durée de vie
- (ii) Feutre : Le feutre est un tissu composé de fibres de laine ou d'autres fibres synthétiques entrelacées. Il est utilisé sous forme de petits coussinets. La résistance à la compression est d'environ 8 N/mm2 et son module d'élasticité d'environ 80 N/mm2.mm2 et son module d'élasticité d'environ 80 N/mm2. Dans des conditions de mouillage et de séchage alternées, il a tendance à perdre ses propriétés élastiques.

- (iii) Caoutchouc : les ressorts en caoutchouc ont l'avantage de résister à la compression aussi bien qu'au cisaillement. La contrainte admissible peut être estimée à environ 0,8 à 1,6 N/mm2 en compression et 0,3 à 0,5 N/mm2 en cisaillement. Une propriété connue sous le nom de « dureté shore » détermine la qualité du caoutchouc.
- (iv) Ressort en acier : Les ressorts en acier ont l'avantage que leurs propriétés sont connues avec plus de précision que celles des autres matériaux. Une conception plus précise des isolateurs de ressorts est donc possible et ils sont donc généralement préférés. Les ressorts sont souvent utilisés en groupe.

2.13 ASPECTS DE CONCEPTION DES FONDATIONS DE MACHINES

Outre les exigences normales de la construction en béton armé telles qu'elles figurent dans les codes de pratique applicables, quelques points supplémentaires spécialement applicables à la conception des fondations de machines sont applicables ici.

2.13.1 Béton

Le bétonnage doit de préférence être effectué en une seule opération. L'emplacement des joints de construction doit être judicieusement choisi. Un traitement approprié des joints avec un nombre adéquat de chevilles et de clés de cisaillement est nécessaire. Une coulis de ciment avec un additif sans retrait doit être utilisé sous la plaque d'assise de la machine et pour les poches de boulons d'ancrage.

2.13.2 Renforcement

Il convient d'utiliser un renforcement sur toutes la surface, les ouvertures, les cavités, etc. Dans les fondations de type bloc, les renforcements doivent être utilisés dans les trois directions. Les armatures sont des barres de 16 à 25 mm disposées généralement, espacées de 200 à 300 mm dans les deux sens, et aussi sur les faces latérales. La couverture de béton doit être d'au moins 75 mm en bas et 50 mm sur les côtés et en haut. Autour de toutes les ouvertures, un renforcement en acier égal à 0,50 à 0,75 % de La section transversale de l'ouverture doit être prévu, sous forme de cage.

2.13.3 Les joints d'expansion

Les fondations de machines doivent être séparées des éléments structurels adjacents par extension des articulations pour éviter la transmission des vibrations.

2.13.4 Éléments de liaison

Des plaques de base et des boulons d'ancrage sont utilisés pour fixer les machines à la fondation. À cette fin, Le bétonnage doit être arrêté au niveau de la plaque de base. Cette lacune sera comblée ultérieurement par un mortier de ciment. Un trou de 150 mm \times 150 mm est généralement suffisant pour les trous de boulons. Un minimum d'un espace libre de 80 mm doit être prévu entre le bord du trou de boulon et le bord le plus proche de la fondation. La longueur d'un boulon à bétonner est généralement de 30 à 40 fois le diamètre. Les trous de boulons doivent toujours être remplis de béton. Bétonnage des espaces sous les machines doit être fait avec soin en utilisant un mélange de mortier. Les machines ne doivent pas être utilisées pour au moins 15 jours après le remplissage, car les vibrations sont nuisibles au mortier frais Les bords de la fondation doivent être protégés en prévoyant une bordure de cornières en acier.

2.13.5 Amortisseurs à ressort

Les amortisseurs à ressort sont couramment utilisés pour assurer l'isolation dans les fondations de machines. Ils peuvent être installés en utilisant soit un « système de support », soit un « système suspendu ». Dans le premier cas, les ressorts sont placés directement sous la machine ou la fondation ; dans le second, la fondation est suspendue à des ressorts situés au niveau du sol ou à proximité. Dans le système suspendu, l'accès aux ressorts devient facile pour l'entretien ou le remplacement futur.

Pour les machines bien équilibrées, des ressorts relativement plus petits sont adéquats ; dans ce cas, le système de support peut être utilisé. Pour les machines ayant des forces d'excitation importantes, des ressorts lourds seront nécessaires ; dans ce cas, le système suspendu est préférable.

2.13.6 Dispositions pour le réglage

Lorsque la marge de sécurité nécessaire ne peut être réalisée lors de la conception pour éviter les résonances, il est souhaitable de prévoir dans la construction des dispositions permettant de régler les fondations à un stade postérieur. Par « réglage », on entend la modification de la fréquence naturelle du système de fondation si elle s'avère nécessaire à un stade postérieur. Pour faciliter l'agrandissement ultérieur de la fondation, les chevilles doivent être laissées en saillie.

Il a été suggéré de laisser dans le bloc de fondation des creux qui pourront être bétonnés ultérieurement, si nécessaire, pour augmenter la masse de la fondation avec la même surface de base.

2.14 EXEMPLES

Exemple 2.14.1 :

Déterminez la fréquence propre d'une fondation de machine qui a une surface de base de 2,20 m \times 2,20 m et un poids de 155 kN, y compris le poids de la machine. Prenez la valeur du coefficient de compression élastique uniforme comme étant 4,4 \times 104 kN/m³.

$$\omega = \sqrt{\frac{c_u A}{M}}$$

$$C_u = 4.4 \times 104 \text{ kN/m3}, \text{ A} = 2.20 \times 2.20 \text{ m2},$$

$$M = \frac{155}{981.} \text{ kNsec}^2/\text{m}$$

$$\omega_n = \sqrt{\frac{4.4*10^4 * (2.20)^2}{155/9.81}} \text{ rad/s} = 116.1 \text{ rad/s}$$

$$: f_n = (\omega_n)/2\pi = \frac{116.1}{2\pi} = 185 \text{ Hz}$$

La fréquence naturelle est

Exemple 2. 14.2 :

Déterminer le coefficient de compression élastique uniforme si un essai de vibration sur un bloc de béton de 1 m de côté a donné une fréquence de résonance de 36 Hz en vibration verticale. Le poids de l'oscillateur utilisé était de 500 N. Prenez le poids unitaire du béton comme étant de 24,0 kN/m3.

Poids du bloc = $1 \times 1 \times 1 \times 24,0 = 24$ kN Poids total, y compris celui de l'oscillateur = 24,5 kN

$$\omega = \sqrt{\frac{c_u A}{M}}$$

$$M = \frac{245}{9.81} kNsec^{2}/m \text{ est } \omega_{n} = 2\pi \times 36 \text{ rad/s},$$

$$72\pi = \omega_{n} = \sqrt{\frac{c_{u}*1}{24.5/9.81}} rad/s \text{ Ou } c_{u} = (72\pi)*\frac{245}{9.81} kN/m^{3} = 1.277 \times 105 \text{ kN/m}^{3}$$

Exemples 2. 14.3 :

Déterminer la fréquence naturelle des fondations d'une machine de $2m \times 2m$ de surface de base et d'un poids de 150 kN, en supposant que la masse du sol participant à la vibration est de 20% de la poids de la fondation. Prenons Cu = 36 000 kN/m³.

Poids de la fondation = 150 kN Poids de la masse du sol participant à la vibration et de 20% des 150 kN donc 30 kN Poids total = 150 + 30 = 180 kN

$$f_n = \frac{1}{2\pi} \sqrt{\frac{C_u \cdot A}{M}}$$

On Substituon Cu = $36,000 \text{ kN/m}^3$, A = 4 m^2 ,

$$M = \frac{180}{9.81} kNsec^2$$
$$f_n = \frac{1}{2\pi} \sqrt{\frac{36,000 \times 4 \times 1}{(180/9.81)}} \text{ cps}$$
$$= 14.1 \text{ Hz}$$

Exemple 2. 14.4 :

La force excitatrice avec une amplitude constante de 90 kN. La fréquence propre de la fondation de la machine est de 3 Hz. Le facteur d'amortissement est de 0,30. Déterminez le facteur d'amplification si la force transmise à une fréquence de fonctionnement de 6 Hz.

Rapport de fréquence :
Facteur d'amplification :
Transmissibilité,

$$\xi = \frac{f}{f_n} = \frac{6}{3} = 2 \text{ le Facteur d'amortissement, D} = 0,30$$

$$\eta_1 = 1/\sqrt{((1 - \xi^2) + 4D\xi^2) = \frac{1}{\sqrt{(1 - 4^2 + 4*(0.3)^2 + 2^2)}} = 0.31$$

$$T = \sqrt{\frac{(1 + 4D^2\xi^2)}{(1 - \xi^2)^2 + 4D^2\xi^2}} = \eta_1\sqrt{1 + 4\times(0.3)^2 \times 2^2}$$

$$= 0.31 \times \sqrt{2.44} = 0.484$$

Force transmise = $T \times$ (Force d'excitation) = 0,484 \times 90 kN = 43,56 kN

Exemple 2. 14.5 :

Lors d'un test de bloc selon IS : 5249-1977 (révisé), une fréquence de résonance de 18 Hz a été observée dans les vibrations verticales. Déterminer le coefficient d'élasticité uniforme de compression. Une machine de 90 kN doit être supportée par un bloc de 3 m \times 4 m \times 2 m de hauteur. Déterminez sa fréquence propre en vibration verticale.

Taille du bloc modèle : 1.50 m × 0.75 m × 0.70 m Poids du bloc modèle : $1.5 \times 0.75 \times 0.70 \times 24.0$ kN = 18.9 kN Mass of block: $\frac{18.9}{9.81}$ kN.sec²/m = 1.927 kN sec²/m Fréquence naturelle, f_n = fréquence de résonnance=18.9 cps (Hz) Surface du bloc d'essai : $A_t = 1.5 \times 0.75 = 1.125 \text{ m}^2$

Mais

$$f_n = \frac{1}{2\pi} \sqrt{\frac{C_u \cdot A_t}{M}}$$

En remplaçant toutes les valeurs connues,

$$18 = \frac{1}{2\pi} \sqrt{\frac{C_u \times 1.125}{1.927}}$$

 $18 = 2.1927 \pi$. D'où C_u, le coefficient de compression uniforme élastique = 2,191×104 kN/m³ Ensuite, le poids de la machine = 90 kNPoids du bloc = $3 \times 4 \times 2 \times 24 = 567$ kN

Poids total = 666 kN

La masse correspondante $=\frac{666}{9.81} kN. sec^2/m = 67.89 \text{ kN sec}^2/m$ Surface de base, A_p = 12 m²

Si nous désignons C_u pour le bloc de test par C_{ut} et que pour le bloc prototype de la machine par C_{up}, la relation entre ces deux éléments est

$$\frac{C_{u_p}}{C_{u_t}} = \sqrt{\frac{A_t}{A_p}}$$

C_{up} = 2.191 × 104 × $\sqrt{\frac{1.125}{10}}$ = 1.37 × 10³ kN/m³

(Puisque l'Ap doit être limité à 10 m^2)

D'où la fréquence naturelle de la fondation de la machine :

$$=\frac{1}{2\pi}\sqrt{\frac{7.35\times10^3\times12}{67.89}}=5.74$$
 Hz.

Exemple 2. 14.6 :

Quelle sera la variation en pourcentage de la valeur du coefficient de compression élastique uniforme si le diamètre de la plaque est réduit de moitié ?

$$\frac{C_{u_2}}{C_{u_1}} = \sqrt{\frac{A_1}{A_2}} = \frac{D_1}{D_2} = \frac{D_1}{(D_1 / 2)} = 2$$
$$C_{u_2} = 2C_{u_1}$$

Cela signifie que le coefficient de compression élastique uniforme augmente de cent pour cent si le diamètre de la plaque est réduit de moitié.

Exemple 2.14.7 :

La fréquence de résonance d'un bloc de fondation, excité par un oscillateur, est estimée à 20 Hz. L'amplitude de la vibration à la résonance est de 1 mm. L'amplitude de la force dynamique à 20

Hz est de 5 kN. Si le poids total du bloc et de l'oscillateur est de 20 kN, calculer le facteur d'amortissement qui lui est associé.

$$f_n = \frac{1}{2\pi} \sqrt{\frac{k}{M}}$$
$$20 = \frac{1}{2\pi} \sqrt{\frac{k}{(20/9.81)}}$$

D'où k = 32, 194 kN/m

Amplitude maximale à la résonance :

$$A_{\max} = \frac{(P_0 / k)}{2D\sqrt{1 - D^2}}$$

En remplaçant :

$$P_0 = 5 \text{ kN}, \ k = 32,194 \text{ kN/m}, \ A_{max} = 1 \text{ mm} = 1 \times 10^{-3} \text{ m}$$

$$1 \times 10^{-3} = \frac{(5/32194)}{2D\sqrt{(1-D^2)}}$$
$$2D\sqrt{(1-D^2)} = \frac{(5/32194)}{(1\times10^{-3})}$$

La mise en carré, $4D^2(1 - D^2) = 0.024$ d'où 4D4 - 4D2 + 0.024 = 0, Résoudre pour le D², et donc D = 0,997 ou 0,078. La valeur possible est de 0,078.

Exemple 2. 14.8 :

Un moteur monocylindre présentant les caractéristiques suivantes doit être placé sur une fondation en béton. Trouvez la force maximale déséquilibrée générée par le moteur :

Rayon de la manivelle = 80 mm Longueur de la bielle = 280 mm Fréquence de fonctionnement = 1800 tr/min Poids des parties en mouvement = 49 N

$$P_{z} = (M_{\rm rec} + M_{\rm rot})R\omega^{2}\cos\omega t + M_{\rm rec}\frac{R^{2}\omega^{2}}{L}\cos 2\omega t$$

La valeur maximale est de

n2 2

 $\omega_n = 2\pi f_n = 2\pi \times 30 \text{ rad/s}$ En substituant ceci et R = 80 × 10⁻³ m, L = 280 × 10⁻³ m, et

$$M_{\rm rec} = \frac{49}{9.81} \,\rm kN \,\, sec^{2}/m$$

Nous avons :

$$P_z = \frac{49 \times 80}{9.81 \times 10^3} \left(1 + \frac{80}{280}\right) (2 \times 30\pi)^2 \,\mathrm{N}$$

$$= 18,254$$
 N $= 18.25$ kN.

Exemple 2.14.9 :

Calculer la vitesse du coup de marteau avant l'impact et celle de l'enclume après l'impact, compte tenu de ce qui suit :

Poids du mouton avec la botte	= 15.50 kN
Distance de chute.	= 900 mm
Le poids de l'enclume et du cadre	= 342 kN
L'efficacité de la chute (facteur de correction)	= 0.9
Coefficient de restitution	= 0.5
Pression de la vapeur	$= 700 \text{ kN/m}^2$
Surface du piston	$= 0.129 \text{ m}^2$

Déterminez les amplitudes de vibration de la fondation et de l'enclume si la fréquence naturelle limite de l'enclume est de 253 rad/s, et si les deux fréquences naturelles du système combiné sont de 272 rad/s et 54,3 rad/s.

Solution

Comme la pression du courant est donnée, c'est un marteau à double effet. Le facteur de correction, $\alpha = 0.9$ (l'efficacité de la chute). Vélocité du marteau avant l'impact, selon l'équation Eq. 2.91 :

$$v = \alpha \sqrt{\frac{2g(W_t + pa)h}{W_t}}$$

Où W_t = poids du marteau, p = pression sur le piston,

a = surface du piston,

Nous avons

h = hauteur de frappe ou de chute,

Et α = facteur de correction qui varie de 0,5 à 0,8. Barkan (1962) ici il est prise égal à 0,9

Substituons $\alpha = 0.9$, Wt=15.50 kN, p=700 kN/m², a=0.129 m2, et h=900 mm, 0.9 m,

$$v = 0.9 \sqrt{\frac{2 \times 9.81(15.50 + 700 \times 0.129) \times 0.9}{15.50}} \text{m}/\text{s} = 9.88 \text{ m/s}$$

Vitesse de l'enclume après l'impact l'équation Eq2.94 :

$$v_a = \frac{(1+e)}{(1+\lambda_a)}v$$

$$\lambda_a = \frac{M_a}{M_t} = \frac{W_a}{W_t} = \frac{342}{15.5} = 22.06$$

 $Remplaçant \quad e=0.5, \, \lambda_a=22.06, \, et \, v=9.88 \; m/s,$

Nous obtenons
$$v_a = \frac{(1+0.5)}{(1+22.06)} \times 9.88 = 0.643 \text{ m/s}$$

Amplitude de la vibration de la fondation

$$A_{1} = -\frac{(\omega_{a}^{2} - \omega_{n2}^{2})(\omega_{a}^{2} - \omega_{n1}^{2})}{\omega_{a}^{2}(\omega_{n1}^{2} - \omega_{n2}^{2})\omega_{n2}}v_{a}$$

Substituons
Et
$$\omega_{a} = 253 \text{ rad/s}, \ \omega_{n1} = 272 \text{ rad/s}, \ \omega_{n2} = 54.3 \text{ rad/s}, \\v_{a} = 0.643 \text{ m/s},$$
$$A_{1} = -\frac{(253^{2} - 54.3^{2})(253^{2} - 272^{2})}{253^{2}(272^{2} - 54.3^{3})54.3} \times 0.643 \text{ m} = 1.58 \text{ mm}$$

Amplitude de vibration de l'enclume équation Eq.2.108b :

$$A_{a} = -\frac{(\omega_{a}^{2} - \omega_{n1}^{2})}{(\omega_{n1}^{2} - \omega_{n2}^{2})\omega_{n2}}v_{a}$$
(253² - 272²)

$$= -\frac{(253^2 - 272^2)}{(272^2 - 54.3^2)(54.3)} \times 0.643 \,\mathrm{m} = 1.66 \,\mathrm{mm}$$

Exemple 2. 14.10

Concevoir un bloc de fondation approprié pour un compresseur vertical à deux cylindres pour les données suivantes :

Angles de la manivelle :	0 et $\pi/2$
Poids du compresseur :	200 kN
La vitesse de fonctionnement :	600 rpm
Poids total de la masse en rotation :	0.06 kN
Poids total de la masse oscillante :	0.27 kN
Rayon de la manivelle :	0.4 m
La capacité portante du sol dans des conditions statiques :	100 kN/m^2
Coefficient de compression élastique uniforme :	45,000 kN/m ³

5 Calcul des forces inertielles déséquilibrées

Angles de la manivelle

Les mécanismes à manivelle de ces deux cylindres sont considérés comme identiques. Force d'inertie déséquilibrée résultante dans la direction verticale équation Eq2.88

$$\begin{split} P_z &= (M_{\rm rec} + M_{\rm rot}) R \omega^2 \cos (\omega t + \pi/4) \\ M_{\rm rec} &= \frac{0.27}{9.81} \, \rm kN \, \, sec^2 / m \, M_{\rm rot} = \frac{0.06}{9.81} \, \rm kN \, \, sec^2 / m \\ P_{z_{\rm max}} &= \sqrt{2} \Big(\frac{0.33}{9.81} \Big) \times 0.4 \times \Big(\frac{600}{60} \times 2\pi \Big)^2 \, \rm kN \\ &= 75.124 \, \, \rm kN \end{split}$$

De même, les Px peuvent également être calculés, équation Eq2.89

$$P_{x} = M_{\rm rot} R \omega^{2} \sin\left(\omega t + \frac{\pi}{4}\right)$$

$$P_{x_{\text{max}}} = \sqrt{2} \times \frac{0.06}{9.81} \times 0.4 \times \left(\frac{600}{60} \times 2\pi\right)^2 \text{kN}$$

= 13.7 kN.

Dimension de la fondation :

Supposons un bloc de 6 m × 3 m × 1 m de hauteur pour une fondation de compresseur. Le compresseur et le moteur doivent être disposés de telle sorte que l'excentricité de la résultante Les forces dues au poids de la machine et du bloc de fondation ne dépassent pas 5 %. Poids du bloc de fondation = $6 \times 3 \times 1 \times 24 = 432$ kN (en supposant que le poids volumique du béton est de 24 kN/m³)

Pression sur le sol de fondation :

Poids total en contact avec le sol = (200 + 432) kN = 632 kN Surface à la base = $6 \times 3 = 18$ m²

Pression sur le sol : $\frac{632}{18} = 36.8 \text{ kN/m}^2$

Capacité portante du sol dans des conditions de charge statique = 100 kN/m^2

En supposant un facteur de réduction de 0,5 :

Capacité de charge dynamique = 50 kN/m^2

Comme il ne s'agit pas seulement de la contrainte exercée sur le sol, la taille est satisfaisante. Amplitudes de mouvement équation Eq.2.4 :

$$\omega_n^2 = \frac{C_u A}{M} = \frac{45,000 \times 18}{(632/9.81)} = 12,573/\text{sec}^2$$
$$\omega^2 = \frac{(600 \times 2\pi)^2}{60} = 3.948/\text{sec}^2$$

Amplitude de vibration en négligeant l'effet d'amortissement

$$\frac{P_0}{M(\omega_n^2 - \omega^2)}$$

= $\frac{P_{z \max}}{M(\omega_n^2 - \omega^2)}$
= $\frac{75.124}{(632/9.81)(12573 - 3948)}$ m = 0.135 mm

Comme l'amplitude autorisée est de 0,15 mm, cela est sans danger.

Note : Les moments dus à des forces déséquilibrées peuvent être déterminés à partir de données appropriées concernant le positionnement du compresseur et du moteur sur le bloc de fondation ; également, l'analyse pour d'autres modes de vibration tels que le glissement et le balancement peuvent également être effectués et la corrélation des amplitudes de propagation peuvent être obtenues et vérifiées.

Example 2. 14.11 :

Concevoir une fondation appropriée pour un marteau à vapeur à double effet pour les données suivantes :

= 50 kN
= 1 m
$= 0.2 \text{ m}^2$
$= 900 \text{ kN/m}^2$
= 1000 kN
$= 200 \text{ kN/m}^2$
$= 5 \times 10^4 \text{ kN/m}^3$
$= 5.5 \text{ m}^2$
= 0.60 m
$= 5 \times 105 \text{ kN/m}^2$
= 0.5
$= 16 \text{ kN/m}^3$

Solution :

Vitesse du tourbillon avant l'impact

$$\upsilon = \alpha \sqrt{\frac{2g(W_t + p.a)h}{W_t}}$$

Prendre α =0.65 et en remplaçant W_t = 50 kN, p = 900 kN/m², a = 0.2 m², and h = 1 m

$$v = 0.65 \sqrt{\frac{2 \times 9.81(50 + 900 \times 0.2) \times 1}{50}}$$
 m/s
= 6.2 m/s

Calcul préliminaire du poids de la fondation et de la surface de base

$$\begin{split} n_a &= \frac{W_a}{W_t} = \frac{1000}{50} = 20 \\ \frac{W_f}{W_t} &= n_f = 8(1+e)\upsilon - n_a \\ &= 8(1+0.5) \times 6.2 - 20 \\ &= 54.4 \\ W_f &= 54.4 \times 50 = 2720 \ \mathrm{kN} \end{split}$$

C'est le poids minimum de la fondation nécessaire (y compris celui du remblai).

$$\frac{A}{W_t} = a_f = \frac{20(1+e)v}{q_a} = \frac{20(1+0.5) \times 6.2}{200} = 0.93$$

Surface de base minimale, $A = 0.93 \times 50 = 46.5 \text{ m}^2$

- Dimension de la fondation

Le modèle de bloc de base proposé, basé sur les évaluations préliminaires du poids et de la de base, est présentée à la Fig.35

Volume de béton utilisé $= 7.5 \times 6.5 \times 1.5 + 4.5 \times 2 \times 0.5 \times 1.0 + 2 \times 4 \times 0.5 \times 10 = 91.50 \text{ m}^3$ Volume du remblai utilisé $= 2 \times 1.0 \times 6.5 \times 2.0 + 5.5 \times 1.25 \times 2.0 \times 2.0 = 53.5 \text{ m}^3$

Poids total de la fondation et du remblai = $91.5 \times 24 + 53.5 \times 16 = 3,052$ kN Surface de base réelle adoptée = $7.5 \times 6.5 = 48.75$ m²

- Amplitudes du mouvement

Constante élastique du sol :

 $k_1 = c'_u \times A_1 = 3c_u \times A_1$, en prenant le facteur de correction comme 3. $k_1 = 3 \times 15 \times 104 \times 48.75 = 73.2 \times 10^5 = kN/m$

Constante élastique du matelas :



Figure. 1.35 Détails de la fondation du matelas

$$k_2 = \frac{E_p A_p}{t_p} = \frac{5 \times 10^5 \times 5.5}{0.60} = 46 \times 10^5 \,\mathrm{kN/m}$$

le carré de la fréquence limite de l'enclume :

$$\omega_a^2 = \frac{k_2}{M_a} = \frac{46 \times 10^5 \times 9.81}{1000} = 46 \times 981 = 45,126/\text{sec}^2$$

Masse de la fondation et du remblai (M_f)=

$$\frac{3052}{9.81}$$
 kN sec²/m

Fréquences :

Le carré de la fréquence limite de l'ensemble du système

$$\omega_l^2 = \frac{k_1}{(M_a + M_f)} = \frac{73.2 \times 10^5}{(4052 / 9.81)} = 17722 \text{ sec}^{-2}$$

Rappor

$$\lambda_1 = \frac{M_a}{M_f} = \frac{W_a}{W_f} = \frac{1000}{3052} = 0.327654$$

L'équation de fréquence est la suivante :

En remplaçant :
$$\omega_n^{4} - (1 + \lambda_1)(\omega_a^{2} + \omega_l^{2})\omega_n^{2} + (1 + \lambda_1)\omega_a^{2}\omega_l^{2} = 0$$
$$\omega_a^{2} = 45,126, \ \omega_l^{2} = 17,722, \ \lambda_1 = 0.327654,$$

 $\omega_n^4 = (1 + 0.327654)(45126 + 17722)\omega_n^2 + (1 + 0.327654)(45126)(17722) = 0$ En résolvant l'équation :

$$\omega_{n1}^{2} = 67.7744 \times 10^{3} \text{ sec}^{-2} \text{ and } \omega_{n2}^{2} = 15.6660 \times 10^{3} \text{ sec}^{-2}$$

Or $\omega_{n1} = 260.335 \text{ rad/s}$ and $\omega_{n2} = 125.164 \text{ rad/s}$

Vitesse initiale de l'enclume après l'impact :

$$v_a = \frac{(1+e)}{(1+\lambda_1)}v$$
$$\lambda_1 = \frac{M_a}{M_t} = \frac{W_a}{W_t} = \frac{1000}{50} = 20$$

En substituent e = 0.5, v = 6.2 m/s, and $\lambda_1 = 20$,

$$v_a = \frac{(1+0.5)}{(1+20)} \times 6.2 = 0.443 \text{ m/s}$$

Amplitudes :

L'amplitude pour le système fondation-sol

$$A_{1} = -\frac{(\omega_{a}^{2} - \omega_{n2}^{2})(\omega_{a}^{2} - \omega_{n1}^{2})}{\omega_{a}^{2}(\omega_{n1}^{2} - \omega_{n2}^{2})\omega_{n2}}v_{a}$$

Remplacant $\omega_a^2 = 45.126 \times 10^3$, $\omega_{n1}^2 = 67.7744 \times 10^3$, $\omega_{n2}^2 = 15.666 \times 10^3$

Et :

$$v_a = 0.443 \text{ m/s},$$

$$\begin{split} A_1 &= -\frac{10^6 (45.126 - 15.666) (45.126 - 67.7744) (0.443)}{10^6 \times 45.126 (67.7744 - 15.6660) (125.164)} \mathrm{m} \\ &= 1.00 \; \mathrm{mm} \end{split}$$

L'amplitude de l'enclume est :

$$A_{a} = -\frac{(\omega_{a}^{2} - \omega_{n1}^{2})}{(\omega_{n1}^{2} - \omega_{n2}^{2})\omega_{n2}} v_{a}$$
$$= -\frac{10^{3}(45.126 - 67.7744)(0.443)}{10^{3}(67.7744 - 15.6660)(125.164)} m$$

= 1.54 mm

La contrainte dans le matelas élastique :

$$\sigma_p = \frac{k_2(A_a - A_1)}{A_p}$$

En remplacant

$$\begin{array}{ll} \mathrm{int} \quad k_2 = 46 \times 10^5 \ \mathrm{kN/m}, A_a = 1.54 \times 10^{-3} \mathrm{m}, A_1 = 1.00 \times 10^{-3} \mathrm{m}, \\ A_p = 5.5 \ \mathrm{m}^2, \\ \sigma_p = \frac{46 \times 10^5 (1.54 - 1.00) \times 10^{-3}}{5.5} \mathrm{kN/m^2} \\ = 451.64 \ \mathrm{kN/m^2} \end{array}$$

Valeurs finales des principales valeurs :

Les dimensions de la fondation : 7.5 m \times 6.5 m \times 1.5 m,

Estimation de l'amplitude de mouvement de la fondation : 1.00 mm

Estimation de la contrainte dans le matelas élastique : 452 kN/m².

Chapitre III : CAPACITE DE PORTANCE DYNAMIQUE DES FONDATIONS SUPERFICIELLES

3.1 Introduction :

La capacité de charge statique des fondations peu profondes a été largement étudiée et rapportées dans la littérature. Cependant, les fondations peuvent être soumises à une impulsion unique des charges dynamiques qui peuvent être dans les directions verticale ou horizontale. Selon le type de superstructure et le type de charge, une fondation peu profonde peut être soumise à une charge dynamique. La charge dynamique peut être de différentes type tels que :

- la charge monotone avec des vitesses variables,
- la charge sismique,
- la charge cyclique,
- la charge transitoire.

Bien qu'une grande quantité d'informations sur la capacité de charge dynamique des fondations soit disponible dans la littérature, elle est principalement basée sur des procédures théoriques et n'est pas étayée par des données de terrain. La plupart des travaux importants sur ce sujet sont résumés dans ce chapitre.

La capacité de charge ultime et le tassement des fondations peu profondes soumises à une charge dynamique sont les sujets de discussion dans ce chapitre.

Ces défaillances sont généralement attribuées à la liquéfaction (une condition où la contrainte effective moyenne dans un sol saturé se réduit à zéro. Toutefois, un certain nombre de défaillances se sont produites lorsque les conditions de terrain indiquent qu'il n'y avait qu'une saturation partielle ou un sol dense et donc la liquéfaction seule est une explication très peu probable.

Toutefois, il faut garder à l'esprit que, lors de l'analyse du mouvement dépendant du temps d'une fondation soumise à une charge dynamique ou de l'estimation de la capacité portante dans des conditions dynamiques, plusieurs facteurs doivent être pris en compte. Les plus importants de ces facteurs sont les suivants

a) nature de la variation de l'amplitude de l'impulsion de charge,

b) la durée de l'impulsion,

c) la réaction du sol à la vitesse de déformation

3.2 CAPACITE DE CHARGE DYNAMIQUE ULTIME

3.2.1 Capacité de charge dans le sable

La capacité portante statique ultime des fondations peu profondes soumises à une charge verticale (figure 2.1) peut être donnée par l'équation

$$q_u = cN_cS_cd_c + qN_qS_qd_q + \frac{1}{2}\gamma BN_\gamma S_\gamma d_\gamma$$
 Eq 3.1

Où

 q_u = charge ultime par unité de surface de la fondation γ = poids unitaire effectif du sol $q = \gamma D_f$ D_f = profondeur de fondation B = largeur de la fondation c = cohésion du sol Nc, Nq, N γ = facteurs de capacité portante qui ne sont que des fonctions de l'angle de frottement

du sol φ

 S_c , S_q , S_γ = facteurs de forme

 d_c , d_q , d_γ = facteurs de profondeur

Dans les sables, avec c = 0, Eq. (2.1) devient

$$q_u = qN_qS_qd_q + \frac{1}{2}\gamma BN_\gamma S_\gamma d_\gamma \qquad \text{Eq 3.2}$$



Figure 3.1 Capacité de charge statique ultime des fondations continues peu profondes

Les valeurs de Nq (Reissner, 1924) et N γ (Caquot et Kerisel, 1953 ; Vesic, 1973) peuvent être représentées par les équations suivantes :

$$N_q = e^{\pi \tan \phi} \tan^2 \left(45 + \frac{\phi}{2} \right)$$
 Eq 3.3

$$N_{\gamma} = 2(N_q + 1)\tan\phi$$
 Eq 3.4

Où ϕ est l'angle de frottement du sol. Les valeurs de N_q et N_{γ} pour les différents angles de frottement du sol sont indiquées dans le tableau 3.1.

ø (deg)	Ng	N _y	ø (deg)	Nq	Nγ
0	1.00	0.00	26	11.85	12.54
			27	13.20	14.47
1	1.09	0.07	28	14.72	16.72
2	1.20	0.15	29	16.44	19.34
3	1.31	0.24	30	18.40	22.40
4	1.43	0.34			
5	1.57	0.45	31	20.63	25.99
			32	23.18	30.22
6	1.72	0.57	33	26.09	35.19
7	1.88	0.71	34	29.44	41.06
8	2.06	0.86	35	33.30	48.03
9	2.25	1.03			
10	2.47	1.22	36	37.75	56.31
			37	42.92	66.19
11	2.71	1.44	38	48.93	78.03
12	2.97	1.69	39	55.96	92.25
13	3.26	1.97	40	64.20	109.41
14	3.59	2.29			
15	3.94	2.65	41	73.90	130.22
			42	85.38	155.55
16	4.34	3.06	43	99.02	186.54
17	4.77	3.53	44	115.31	224.64
18	5.26	4.07	45	134.88	271.76
19	5.80	4.68			
20	6.40	5.39	46	158.51	330.35
			47	187.21	403.67
21	7.07	6.20	48	222.31	496.01
22	7.82	7.13	49	265.51	613.16
23	8.66	8.20	50	319.07	762.89
24	9.60	9.44			
25	10.66	10.88			

Tableau 3.1 Valeures N_q and $N\gamma$ en fonction de φ

Les facteurs de forme et de profondeur ont été proposés par DeBeer (1970) et Brinch Hanson (1970) :

Facteurs de forme :

$$S_q = 1 + \left(\frac{B}{L}\right) \tan \phi$$
 Eq 3.5

$$S_{\gamma} = 1 - 0.4 \left(\frac{B}{L}\right)$$
 Eq 3.6

Facteurs de profondeur :

Pour
$$\frac{D_f}{B} \le 1$$
 $d_q = 1 + 2 \tan \phi (1 - \sin \phi)^2 \left(\frac{D_f}{B}\right)$ Eq 3.7

Eq 3.8
$$d_{\gamma}=1$$
Pour $\frac{D_f}{B} \ge 1$

$$d_q = 1 + 2 \tan \phi (1 - \sin \phi)^2 \tan^{-1} \left(\frac{D_f}{B}\right)$$
Eq 3.9
Eq 3.10

Dans les équations (3.5)-(3.10), B et L sont respectivement la largeur et la longueur des fondations rectangulaires. Pour les fondations circulaires, B est le diamètre, et B = L. Les équations précédentes pour l'évaluation de la capacité portante statique ultime sont valables pour les sables denses où la surface de rupture dans le sol s'étend jusqu'au sol comme le montre la figure 3.1. C'est ce que l'on appelle le cas de rupture générale en cisaillement. Pour les fondations peu profondes (c'est-à-dire $\frac{D_f}{B} \leq 1$), si la densité relative de la D_r des sols granulaires est inférieure à environ 70 %, une rupture locale ou par cisaillement par poinçonnement peut se produire. Ainsi, pour le calcul de la capacité de charge statique ultime, si $0 \leq D_r \leq 0,67$, les valeurs de φ dans les équations (2.3)-(2.10) doivent être remplacées par l'angle de frottement modifié.

$$\phi' = \tan^{-1}[(0.67 + R_p - 0.75R_p^2)\tan\phi]$$
 Eq 3.11

Les faits qui viennent d'être décrits concernent la capacité de charge statique des fondations peu profondes. Cependant, lorsqu'une charge est appliquée rapidement sur une fondation pour provoquer une rupture, la capacité portante ultime change quelque peu. Ce fait a été démontré expérimentalement par Vesic, Banks et Woodward (1965), qui ont effectué plusieurs essais sur modèle réduit avec une semelle rigide de 101,6 mm de diamètre placée à la surface d'un sable de rivière dense (c'est-à-dire $D_r = 0$), à la fois sec et saturé. Le taux de charge pour provoquer la rupture a varié dans une fourchette de $2,54 \times 10^{-4}$ mm/s à plus de 254 mm/s. Ainsi, le taux se situait dans la gamme des valeurs statiques ($2,54 \times 10^{-4}$ mm /s) aux conditions de chargement d'impact (254 mm/s). Tous les tests effectués d'une manière plus rapides dans le sable saturé [vitesse de chargement, (14,63-20,07 mm/s)] ont montré qu'ils peuvent atteindre des charges de rupture maximales telles qu'elles sont obtenues dans le cas d'une rupture générale du sol par cisaillement.

Les quatre tests les plus rapides dans le sable saturé ont donné des courbes de déplacement charge telles qu'elles ont été obtenues dans le cas d'une rupture par poinçonnement et cisaillement, où les plans de rupture ne s'étendent pas à la surface du sol.

Pour les semelles de surface ($D_f = 0$) dans le sable, q = 0 et $d_{\gamma} = 1$. Donc :

$$q_u = \frac{1}{2} \gamma B N_{\gamma} S_{\gamma}$$
 Eq 3.12

Or

$$\frac{q_u}{(1/2)\gamma B} = N_{\gamma} S_{\gamma}$$
 Eq 3.13

La variation de ${q_u}/{(1/2)\gamma B}$ avec la vitesse de charge essai de Vesic, Banks et Woodward (1965) est illustrée à la figure 3.2. On peut voir que, pour toute série d'essais donnée, la valeur de ${q_u}/{(1/2)\gamma B}$ diminue progressivement avec la vitesse de charge jusqu'à une valeur minimale, puis continue à augmenter.



Figure 3.2 Représentation graphique du facteur de capacité portante en fonction de la vitesse de chargement (d'après Vesic, Banks et Woodward, 1965)

Cela correspond en fait à une diminution de l'angle de frottement du sol d'environ 2° lorsque la vitesse de chargement atteint une valeur d'environ 50.8×10^{-3} mm/s. De tels effets de la vitesse de déformation sur la réduction de l'angle de frottement du sable ont également été observés par Whitman et Healy (1962).

Sur la base des résultats expérimentaux disponibles, on peut tirer les conclusions générales suivantes concernant la capacité de charge dynamique ultime des fondations peu profondes dans le sable :

- 1. Pour une fondation reposant sur du sable et soumise à un niveau d'accélération de $a_{max} \le 1.3g$, il est possible qu'une rupture de type cisaillement général se produise dans le sol (Heller, 1964).
- 2. Pour une fondation sur sable soumise à un niveau d'accélération de $a_{max} > 1.3g$, la nature de la rupture du sol est par poinçonnement (Heller, 1964).
- 3. La différence dans la nature de la rupture dans le sol est due à la contrainte inertielle du sol impliqué dans la rupture lors de la charge dynamique. Cette contrainte a un effet presque similaire à la pression des terres de recouvrement observée lors de la la charge dynamique qui provoque la rupture de type cisaillement de poinçonnement dans le sol.
- 4. La valeur minimale de la portance dynamique ultime des fondations peu profondes sur des sables denses, obtenue entre la charge statique et la charge d'impact, peut être estimée en utilisant un angle de frottement φ_{dy} , tel que (Vesic, 1973)

$$\varphi_{dy} = \varphi - 2^{\circ}$$
 Eq3.14

- 5. L'augmentation de la capacité portante ultime à des taux de charge élevés, comme le montre la figure 6.2, est due au fait que les particules de sol dans la zone de rupture ne suivent pas toujours le chemin de plus faible résistance. Il en résulte une plus grande résistance au cisaillement du sol, ce qui entraîne une capacité portante plus élevée.
- 6. Dans le cas de fondations reposant sur des sables submergés meubles, des effets de liquéfaction transitoire peuvent exister (Vesic, 1973). Il peut en résulter une prédiction peu fiable de la capacité portante finale.

7. L'augmentation rapide de la capacité portante ultime dans le sable dense et saturé à des taux de chargement rapides est due au développement d'une pression d'eau interstitielle négative dans le sol.

3.2.2:Exemple

Une fondation carrée de dimensions $B \times B$ doit être construite sur un sable dense. Sa profondeur est $D_f = 1$ m. On peut attribuer au poids unitaire et à l'angle de frottement statique du sol des valeurs représentatives de 18 kN/m³ et 39°, respectivement. La fondation peut parfois être soumise à une charge dynamique maximale de 1800 kN augmentant à un rythme modéré. Déterminer les dimensions de la fondation en utilisant un facteur de sécurité de 3.

Solution :

Étant donné que $\varphi = 39^{\circ}$ en l'absence de toute autre donnée expérimentale, pour une capacité de charge dynamique ultime minimale

$$\phi_{dy} = \phi - 2^{\circ} = 39 - 2^{\circ} = 37^{\circ}$$

 $q_u = qN_qS_qd_q + \frac{1}{2}\gamma BN_\gamma S_\gamma d_\gamma$

 $q = \gamma D_f = (18)(1) = 18 \text{ kPa}$

Avec l'Eq2.2

$$\phi_{dy}=37^{\circ}$$
, N_q=42,92, N_γ=66,19

$$S_q = 1 + \left(\frac{B}{L}\right) \tan \phi = 1 + \tan 37^\circ = 1.754$$
$$S_\gamma = 1 - 0.4 \left(\frac{B}{L}\right) = 1 - 0.4 = 0.6$$
$$d_q = 1 + 2 \tan \phi (1 - \sin \phi)^2 \left(\frac{D_f}{B}\right)$$
$$= 1 + 2 \tan 37 (1 - \sin 37)^2 \left(\frac{B}{L}\right) = 1 + \frac{0.239}{B}$$

$$d_v=1$$

$$q_{u} = (18)(42.92) (1.754) \left(1 + \frac{0.239}{B}\right) + \frac{1}{2} (18) (B) (66.19) (0.6) (1)$$
$$= 1355 + \frac{323.9}{B} + 357.4B$$
(a)

Ainsi :

$$q_u = (18)(42.92) (1.754) \left(1 + \frac{0.239}{B} \right) + \frac{1}{2} (18) (B) (66.19) (0.6) (1)$$
$$= 1355 + \frac{323.9}{B} + 357.4B$$

75

(b)

Donnant

$$q_u = \frac{1800 \times 3}{B^2}$$
 kPa

En combinant les Eq (a) et (b) on obtient :

$$\frac{5400}{B^2} = 1355 + \frac{323.9}{B} + 357.4B$$
 (c)

Voici un tableau permettant de déterminer la valeur de B par tâtonnement. Il est clair que B \approx 1,6 m.

В (m)	5400/ <i>B</i> ² (kPa)	1355 + 323.9/B + 357.4B (kPa)
2.0	1350	2331.75
1.5	2400	2107.00
1.6	2109	2133.00

3.2.3 Capacité de charge dans l'argile

Pour les fondations reposant sur des argiles saturées ($\phi = 0$ et $c = c_u$; c'est-à-dire non drainées), Eq. (2.1) se transforme sous la forme :

 $N_c = 5.14$

$$q_u = c_u N_c S_c d_c + q N_q S_q S_q d_q Eq3.15$$

(Note: $N_{\gamma}=0$ pour $\varphi = 0$ in Table 2.1),

et

$$N_q = 1$$
 Eq 3.17

Les valeurs pour S_c et S_q (DeBeer, 1970) et d_c et d_q (Brinch Hansen, 1970) sont les suivantes :

 $1 + \left(\frac{B}{L}\right) \left(\frac{Nq}{Nc}\right)$

Pour $\phi = 0$,

$$S_{\rm e} = 1 + \left(\frac{B}{L}\right) \left(\frac{1}{5.14}\right) = 1 + 0.1946 \left(\frac{B}{L}\right)$$
 Eq 3.18

$$S_q = 1 + \tan \phi$$

$$S_{g} = 1$$
 Eq 3.19

$$d_e = 1 + 0.4 \left(\frac{D_f}{B}\right) \text{ for } \frac{D_f}{B} \le 1$$
 Eq 3.21

$$d_c = 1 + 0.4 \tan^{-1} \left(\frac{D_f}{B} \right)$$
 for $\frac{D_f}{B} > 1$

76

Eq3.16

$$d_q = 1 Eq \ 3.22$$

En substituent Eqs. (2.16)-(2.22) dans l'Equation Eq.(6.15),

$$q_u = 5.14c_u \left[1 + 0.1946 \left(\frac{B}{L} \right) \right] \left[1 + 0.4 \left(\frac{D_f}{B} \right) \right] + q \quad \text{for } \frac{D_f}{B} \le 1$$
 Eq 3.23

$$q_u = 5.14c_u \left[1 + 0.1946 \left(\frac{B}{L} \right) \right] \left| 1 + 0.4 \tan^{-1} \left(\frac{D_f}{B} \right) \right| + q \quad \text{for } \frac{D_f}{B} > 1 \qquad \text{Eq 3.24}$$

La capacité portante ultime des fondations reposant sur des sols argileux saturés peut être estimée en utilisant les équations (3.23) et (3.24), à condition que le taux de contrainte due au chargement dynamique soit pris en considération dans la détermination de l'effet de la cohésion. Contrairement au sable, la cohésion non drainée dans le cas où elle est saturée La teneur en argiles augmente avec l'augmentation du taux de déformation. Ce fait a été discuté dans Chapitre 4 concernant les essais triaxiaux non consolidés et non drainés sur la chevrotine l'argile. Sur la base de ces résultats, Carroll (1963) a suggéré que $\binom{C_{u(dy)}}{C_{u(sta)}}$ peut être égale a environ 1,5.



Figure 3.3 Définition du taux de déformation sous une fondation

Pour une fondation donnée, le taux de déformation $\dot{\varepsilon}$ peut être approximativement calculé comme suit (figure 2.3)

$$\dot{\varepsilon} = \left(\frac{1}{\Delta t}\right) \left(\frac{(1/2)\,\Delta S}{B}\right) \qquad \text{Eq 3.25}$$

Où B est la largeur de la fondation.

3.4 COMPORTEMENT DES FONDATIONS SOUS DES CHARGES TRANSITOIRES

Triandafilidis (1965) a présenté une solution pour la réponse dynamique d'une semelle continue supporté par un sol cohésif saturé ($\varphi = 0$) et soumis à une charge transitoire. L'analyse des rotules plastiques rigides pour la capacité portante de charge dans les sols cohésifs présentés par Triandafilidis (1965) a été étendue pour la détermination de la capacité portante des fondations

continues reposant sur un sol avec c et φ et soumis à une charge horizontale transitoire par Prakash et Chummar (1967).

Ces deux travaux ont considéré un mode de rupture rotationnel. Cependant, il est possible qu'une fondation se ruine en s'enfonçant verticalement dans le massif du sol due à l'application d'une charge verticale transitoire. Wallace (1961) a présenté une procédure pour l'estimation du déplacement vertical d'une fondation en bande avec l'hypothèse que le sol se comporte comme un matériau plastique rigide. Dans la surface de rupture dans la masse du sol est supposée être du même type que celle qu'a proposé Terzaghi (1943) pour l'évaluation de la capacité de charge statique des fondations filantes.

3.4.1 Observation expérimentale de la répartition des charges relatives aux charges verticales transitoires

Les observations de la répartition de la charge sur des modèles de semelles carrés reposant sur du sable et des l'argile et soumis à des charges transitoires ont été présentés par Cunny et Sloan (1961). Les semelles des modèles réduits étaient de tailles variables, allant de carrés de 114,3 à 228,6 mm et ont été placés à la surface des couches de sol compactées. Les charges transitoires auxquelles les semelles ont été soumises étaient indiquées dans la figure 6.4. Le site la nature du règlement des semelles avec le temps pendant l'application de la charge dynamique est également indiqué dans la même figure. En général, pendant le temps de montée (t_{dw}) de la charge dynamique, le tassement d'une semelle augmente rapidement. Une fois que la charge de pointe [$Q_{d(max)}$] est atteinte, le taux de tassement diminue avec le temps. Cependant, le tassement total d'un pied continue à augmenter pendant le temps de séjour de la charge (t_{dw}) et atteint une valeur maximale (S_{max}) à la fin du temps de séjour. Pendant la période de décroissance de la charge (t_{de}), la semelle rebondit dans une certaine mesure.



Figure 3.4 Nature de la charge dynamique appliquée aux semelles modèles de laboratoire

Les résultats des essais sur modèles de semelles sur un sable obtenus par Cunny et Sloan sont donnés dans le tableau 2.2. Le tableau 23 présente également les résultats des essais sur modèle pour les semelles carrées sur argile, tels que rapportés par Cunny et Sloan. Sur la base de ces résultats, quelques observations générales peuvent être faites :

2. Le tassement des fondations sous une charge transitoire est généralement uniforme. On peut le constater en observant le tassement aux trois coins des semelles du modèle, tant dans le sable que dans l'argile.

- 3. Les semelles soumises à une charge dynamique peuvent se rompre par un type de rupture par poinçonnement dans le sol, bien qu'une rupture générale par cisaillement puisse être observée pour les mêmes semelles testées dans des conditions statiques.
- 4. Dans le tableau 6.2, la semelle de 228 mm s'est rompue sous une charge de 11,52 kN dans des conditions de charge statique. Le tassement total après l'application de la charge de rupture était de 66,55 mm. Cependant, dans des conditions de charge dynamique, lorsque $Q_{d(1)}/Q_u$ était égal à 1,25 (essai 4), le tassement de cette semelle était d'environ 10,16 mm. De même, dans le tableau 6.3, la charge de rupture statique Q_u de la semelle de 114,3 mm était de 10,94 kN avec un tassement de 50,8 mm. Les mêmes semelles sous Le chargement dynamique avec $_{Qd(1)}/Q_u = 1,17$ (test 2) a montré un tassement total d'environ 17,78 mm.

Size of			•					Smax(mm) ^c				
Test No.	footing (mm)	Q₀ (kN)⁵	Qo(max) (kN)	Qa(1) (kN)	Q., %	tr (ms)	tdw (ms)	tde (ms)	Pot.1	Pot.2	Pot.3	
1	152×152	3.43	3.56	3.56	104	18	122	110	7.11	1.27	2.79	
2	203×203	8.09	13.97	12.46	154	8	420	255	_	_	_	
3	203×203	8.09	10.12	9.67	120	90	280	290	21.08	23.62	24.13	
4	228×228	11.52	15.57	14.46	125	11	0	350	10.16	10.67	10.16	

Tableau 3.2 Relation entre la charge et le nombre de mètres carrés sur le sable en raison de la charge transitoire^a

^a Conforme à Cunny et Sloan (1961) : Poids unitaire sec compacté du sable = 16,26 kN/m3 ; densité relative de compactage du sable = 96% ; angle de frottement triaxial du sable = 32° . ^b Charge de rupture ultime testée dans des conditions statiques.

^c Tassement des semelles mesuré aux trois coins de chaque semelle par un potentiomètre linéaire.

Tableau 3.3	Relation (entre la	charge et l	l'emplacement	t des s	semelles	carrées	sur l'argi	le en	raison
de la charge	transitoire	e ^a	-							

	Size of				Qd(1)				Sma	ex(mm) ^C	
Test No.	footing (mm)	Qu (kN)⁵	Q _{ơ(max)} (kN)	Q₀(1) (kN)	Q %	t _r (ms)	t _{dw} (ms)	t _{de} (ms)	Pot.1	Pot.2	Pot.3
1	114×114	10.94	12.68	10.12	93	9	170	350	12.70	12.70	12.19
2	114×114	10.94	13.79	12.54	117	9	0	380	16.76	18.29	17.78
3	114×114	10.94	15.39	13.21	121	10	0	365	43.18	42.67	43.18
4	127×127	13.52	15.92	13.12	97	9	0	360	14.73	13.97	13.97

^a Complied de Cunny et Sloan (1961) : Poids unitaire humide compacté =14,79-1547 kN/m³ ; teneur en humidité = $2,5 \pm 1,7\%$; c = 115 kPa ; $\phi = 4^{\circ}$ (test non drainé).

^b Charge de rupture ultime testée dans des conditions de charge statique.

^c Tassement des semelles mesuré aux trois coins de chaque semelle par un potentiomètre linéaire. Ces faits montrent que, pour une condition d'affaissement limite, une fondation peut supporter une charge plus élevée dans des conditions de charge dynamique que celles observées lors d'essais statiques.

4.4.2 Prévision dynamique de la charge et de l'amplitude dans les sols argileux

Jackson et Hadala (1964) ont fait état de plusieurs essais en laboratoire sur des modèles de fondation de dimension 114,3-203,2 mm de côté reposant sur une argile plastique très saturée et compactée. Les tests étaient de nature similaire à ceux décrits précédemment dans cette section. Sur la base de ces résultats, Jackson et Hadala ont montré qu'il y a une relation non dimensionnelle unique entre $Q_{d(\max)}/B^2 C_u et (C_u) C_u$ cohésion non drainée c'est ce que montre la figure 2.5.

Notez que les tests sur lesquels se base la figure 2.5 ont $t_{dw} = 0$. Toutefois, pour les charges dynamiques avec t > 0, les résultats ne seraient pas trop différents.

Le résultat précédent est d'une grande importance pratique pour l'estimation des relations dynamiques entre la charge et le réglage des fondations. Jackson et Hadala ont recommandé la procédure suivante à cet effet.

- 1. Déterminer la relation entre la charge statique Q et le tassement S d'une fondation à partir d'essais sur plaque d'appui sur le site.
- 2. Déterminer la résistance à la compression non confinée du sol q_{uc} en laboratoire.

$$q_{uc} = 2C_u Eq 3.26$$

3. Tracez d'un graphique Q/B^2C_u par rapport S_{stat}/B (Voir figure 2.5, courbe a.)



Figure 2.5 Relation non dimensionnelle entre $\frac{Q_{d(\max)}}{B^2 C_u} et \operatorname{S}_{\max}/B$ pour les essais de semelle de modèle dans l'argile de chevrotine (d'après Jackson et Hadala, 1964)



Figure 3.6 relation chargement-tassement dynamique d'une fondation reposant sur sol argileux

4. Pour toute valeur donnée de S_{stat}/B SB, multipliez Q/B^2C_u u par le facteur de taux de déformation (≈ 1.5) et reportez le résultat sur le même graphique. Le graphique résultant de S_{stat}/B contre $1,5Q/B^2C_u$ sera le rapport prévu entre $Q_{d(max)}/BC_u$ et S_{max}/B ((Voir la figure 2.6, courbe b.)

3.4.1: Exemple

Les résultats estimés des essais de charge statique sur plaque d'une fondation reposant sur de l'argile rigide et d'un diamètre de 1,5 m sont donnés ci-dessous.

Q (kN)	Settlement (mm)	Q (kN)	Settlement (mm)
0	0	27.0	41.9
4.5	6.4	36.0	73.7
9.0	12.2	40.5	94.0
18.0	27.9	45.0	172.7

La résistance à la compression non confinée de cette argile était de 160 kPa.

- a. Tracez un graphique de S_{max}/B estimé en fonction de $Q_{d(max)}/QB^2C_u$ en supposant un taux de déformation facteur de 1,5.
- b. Déterminer l'ampleur de la charge dynamique maximale $Q_{d(\max)}$ qui produit un tassement maximal S_{max} de 0,15 m.

Solution :

Étant donné que B = 1,5 m = 1500 mm. Et $C_u = \frac{1}{2}(160) = 80Kpa$ le tableau suivant peut être donné.



En supposant que le S/B (Col.3) pour être égal à S_{max}/B et $1,5Q/B^2C_u$ pour être égale à $Q_{d(max)}/B^2C_u$ un graphique peut être tracé (figure 2.7).

Pour :

$$S_{\text{max}} = 0.15 \text{ m}, \frac{S_{\text{max}}}{B} = \frac{0.15}{1.5} \times 100 = 10\%$$

D'après la figure 6.7, la valeur de $Q_{d(\max)}/B^2 C_u$ correspondant à $\frac{S_{max}}{B} = 10\%$ est d'environ 0,348. D'où

 $Q_{d(max)} = (0.348)(1.5^2)(80) = 62.64 \text{ kN}$

3.5 EFFET DE LA VITESSE DE CHARGEMENT SUR CAPACITE PORTANTE ULTIME

Richards et al ont proposé une théorie de la capacité portante pour une fondation continue soutenue par un sol granulaire sous la charge d'un tremblement de terre. Cette théorie suppose une surface de rupture dans le sol à la charge ultime. La figure 6.3a montre cette surface de rupture dans des conditions statiques basées sur les coins de pression actifs et passifs de Coulomb. Notez que, dans la zone I, αA est l'angle que fait la cale active de Coulomb avec l'horizontale à la rupture



Figure 3.7 Capacité portante d'une fondation continue à l'état statique du sable : (a) surface de rupture en condition statique ; (b) analyse d'équilibre des coins I et II.

$$\alpha_A = \phi + \tan^{-1} \left\{ \frac{\left[\tan \phi (\tan \phi + \cot \phi) (1 + \tan \delta \cot \phi) \right]^{0.5} - \tan \phi}{1 + \tan \delta (\tan \phi + \cot \phi)} \right\} \quad \text{Eq 3.26}$$

De même, dans la zone II, α_P est l'angle que fait le coin passif de Coulomb avec l'horizontale à la rupture, ou

$$\alpha_P = -\phi + \tan^{-1} \left\{ \frac{\left[\tan \phi (\tan \phi + \cot \phi) (1 + \tan \delta \cot \phi) \right]^{0.5} + \tan \phi}{1 + \tan \delta (\tan \phi + \cot \phi)} \right\} \quad \text{Eq 3.27}$$

Où

 ϕ = angle de frottement du sol δ = angle de frottement de la paroi (BC dans la figure 2.7(a) En considérant une unité de longueur de la fondation, la figure 2.7(b) montre l'analyse d'équilibre des coins I et II. Dans cette figure, les notations suivantes sont utilisées : P_A = pression active de Coulomb P_P = pression passive de Coulomb Or, si $\phi \neq 0$, $\gamma = 0$, et q $\neq 0$, alors

$$q_u = q'_u Eq 3.27$$

Et

$$P_A \cos \delta = P_P \cos \delta \qquad \text{Eq 3.28a}$$

Cependant

$$P_A \cos \delta = q'_u K_A H$$

$$H = \overline{BC}$$
Eq 5.280

Ou

 K_A = composante horizontale du coefficient de pression de terre active de Coulomb, ou

$$K_{A} = \frac{\cos^{2} \phi}{\cos \delta \left[1 + \sqrt{\frac{\sin(\phi + \delta)\sin \phi}{\cos \delta}}\right]^{2}} \qquad \text{Eq 3.29}$$

De même,

 $P_P \cos \delta = q K_P H$

Ou

 N_q = facteur de capacité de charge

Nq = facteur de capacité de charge

Encore une fois, si $\phi \neq 0$, $\gamma \neq 0$, et q = 0, alors $q_u = q''_u$

$$P_A \cos \delta = q_u'' H K_A + \frac{1}{2} \gamma H^2 K_A$$
 Eq 3.31

Ainsi

E~ 2 20L

Eq 3.30

$$P_P \cos \delta = \frac{1}{2} \gamma H^2 K_P \qquad \text{Eq 3.32}$$

Ou

 K_p : composante horizontale de poussée passive des terres de Coulomb, ou

$$K_{P} = \frac{\cos^{2}\phi}{\cos \delta \left[1 - \sqrt{\frac{\sin(\phi - \delta)\sin \phi}{\cos \delta}}\right]^{2}} \qquad \text{Eq 3.33}$$

Combinaison des équations Eq 3.28a et Eq 3.28b et Eq 3.30,

$$q'_{u} = q \frac{K_{P}}{K_{A}} = q N_{q}$$
 Eq 3.34

Ou N_q : Facteur de capacité portante

Encore une fois, si $\phi \neq 0$, $\gamma \neq 0$, et q = 0, alors $q_u = q_u$ "

$$P_A \cos \delta = q_u'' H K_A + \frac{1}{2} \gamma H^2 K_A \qquad \text{Eq 3.35}$$

De même,

$$P_P \cos \delta = \frac{1}{2} \gamma H^2 K_P \qquad \text{Eq 3.36}$$

Mettre en équation les parties droites des équations Eq 3.35 et Eq 3.36,

$$q_{u}''HK_{A} + \frac{1}{2}\gamma H^{2}K_{A} = \frac{1}{2}\gamma H^{2}K_{P}$$
 Eq 3.37

$$q_u'' = \left[\frac{1}{2}\gamma H^2(K_P - K_A)\right]\frac{1}{HK_A} \qquad \text{Eq 3.38}$$

Or

$$q_u'' = \frac{1}{2} \gamma H \left(\frac{K_P}{K_A} - 1 \right)$$
 Eq 3.39

Cependant,

$$H = B \tan \alpha_A$$
 Eq 3.40

Combinaison des équations Eq 3.39 et Eq 3.40

85

$$q_u'' = \frac{1}{2} \gamma B \tan \alpha_A \left(\frac{K_P}{K_A} - 1 \right) = \frac{1}{2} \gamma B N_\gamma \qquad \text{Eq 3.41}$$

Ou

N
$$\gamma$$
 = Facteur de capacité portante de profondeur = $tg \alpha_A (\frac{K_P}{K_A} - 1)$ Eq 3.41a
Si $\phi \neq 0, \gamma \neq 0$, et q $\neq 0$, en utilisant la superposition, on peut écrire

$$q_u = q'_u + q''_u = qN_q + \frac{1}{2}\gamma BN_\gamma$$
 Eq 3.42

Capacité de charge dynamique et tassement :

Tableau 3.1.

Variation of $N_{q'}$, $N_{\gamma'}$ and N_c (Assumption: $\delta = \phi/2$)

<pre>oil Friction Angle (deg)</pre>	δ (deg)	N_q	Nγ	N _c
0	0	1	0	6
10	5	2,37	1.38	7.77
20	10	5.9	6.06	13,46
30	15	16.51	23,76	26,86
40	20	59.04	111.9	58,43

Richards et al. on suggéré que, pour calculer les facteurs de capacité de charge Nq et N γ (qui sont des fonctions de ϕ et δ), nous pouvons supposer que $\delta = \phi/2$. Avec cette hypothèse, les variations de Nq et N γ sont données dans le tableau3.1

On peut également montrer que, pour la condition $\phi = 0$, si l'on effectue l'analyse du coin de Coulomb, on obtiendra une valeur de 6 pour le facteur de capacité de charge Nc. Par souci de simplicité, on peut supposer que

$$N_c = (N_q - 1) \cot \phi \qquad \text{Eq 3.43}$$

En utilisant l'équation Eq3.43 et les valeurs Nq données dans le tableau 3.1, les valeurs Nc peuvent être calculées, et ces valeurs sont également indiquées dans le tableau 6.1. La figure 3.4 montre les variations des facteurs de capacité de charge en fonction de l'angle de frottement du sol ϕ . Ainsi, la capacité portante ultime qu pour une fondation continue soutenue par un sol c- ϕ peut être donnée comme

$$q_u = cN_c + qN_q + \frac{1}{2}\gamma BN_\gamma \qquad \text{Eq 3.44}$$

La capacité portante ultime d'une fondation continue sous charge sismique peut être évaluée d'une manière similaire à celle de l'état statique indiqué ci-dessus.

La figure 3.5 montre l'analyse à la rupture pour une fondation supportée par un sol granulaire. Dans la figure 3.5a, on note que α_{AE} et α_{PE} sont, respectivement, les angles que les lignes de rupture de Coulomb en conditions actives et passives, ou :

$$\alpha_{AE} = \alpha + \tan^{-1} \left\{ \frac{\sqrt{(1 + \tan^2 \alpha)[1 + \tan(\delta + \theta)\cot\alpha]} - \tan\alpha}{1 + \tan(\delta + \theta)(\tan\alpha + \cot\alpha)} \right\} Eq 3.45$$

Et



Figure 3.4 Variation de N_c , N_q , et N_γ en fonction de l'angle de frottement du sol ϕ .

Ou

$$\alpha = \varphi - \theta \qquad \qquad \text{Eq 3.45}$$

$$\theta = tg^{-} \frac{K_h}{1 - K_v} \qquad \text{Eq 3.47}$$

 k_h : coefficient d'accélération horizontal

 k_v : coefficient d'accélération vertical

Capacité de charge dynamique et tassement



(a) surface de rupture dans le sol ; (b) analyse d'équilibre des coins I et II. Figure 3.5 Capacité portante d'une fondation continue dans les sables sous effet sismique:

La figure 3.5b montre l'analyse d'équilibre des coins I et II comme indiqué dans la figure 3.5a. Similaire à l'analyse statique (similaire à l'équation 3.44),

$$q_{uE} = qN_{qE} + \frac{1}{2}\gamma BN_{\gamma E} \qquad \text{Eq 3.48}$$

Ou

 q_{uE} : capacité portante ultime

 N_{qE} , $N_{\gamma E}$: facteurs de capacité portante, sont déterminés d'une manière similaire aux équations Eq 3.41 et Eq 3.41a :

$$N_{qE} = \frac{K_{PE}}{K_{AE}}$$
 Eq 3.49
$$N_{\gamma E} = \tan \alpha_{AE} \left(\frac{K_{PE}}{K_{AE}} - 1 \right)$$
 Eq 3.50

 K_{AE} , K_{PE} : coefficients horizontaux de la pression de terre active et passive (dans des conditions sismiques), respectivement, ou

$$K_{AE} = \frac{\cos^2(\phi - \theta)}{\cos \theta \cos(\delta + \theta) \left[1 + \sqrt{\frac{\sin(\phi + \delta)\sin(\phi - \theta)}{\cos(\delta + \theta)}}\right]^2} \quad \text{Eq 3.51}$$

$$K_{PE} = \frac{\cos^2(\phi - \theta)}{\cos \theta \cos(\delta + \theta) \left[1 - \sqrt{\frac{\sin(\phi + \delta)\sin(\phi - \theta)}{\cos(\delta + \theta)}}\right]^2} \text{ Eq 3.52}$$

En utilisant $\delta = \phi/2$ comme précédemment, on peut calculer les variations de K_{AE} et K_{PE} pour différentes valeurs de θ . Ils peuvent ensuite être utilisés pour calculer les facteurs de capacité de charge N_{qE} et $N_{\gamma E}$. Encore une fois, pour une fondation continue soutenue par un sol de cohésion c et angle de frottement ϕ ,

$$q_{uE} = cN_{cE} + qN_{qE} + \frac{1}{2}\gamma BN_{\gamma E} \qquad \text{Eq 3.53}$$

 N_{cE} = Facteur de capacité portante de cohésion, sa valeur peut être estimée comme suit :

$$N_{cE} \approx (N_{qE} - 1) \cot \phi$$
 Eq 3.54

Les figures 3.6 à 3.8 montrent les variations de $N_{\gamma E}/N_{\gamma}$, N_{qE}/N_q , et N_{cE}/N_c . Ces graphiques, combinés à ceux de la figure 3.4, peuvent être utilisés pour estimer les capacités de charge ultime d'une fondation continue q_{uE} .



Figure 3.6 Variation de $N_{\gamma E}/N_{\gamma}$ en fonction tan θ et ϕ . (D'après Richards, R. Jr., D. G. Elms, et M. Budhu. 1993. J. Geotech. Eng., 119(4).



Figure 3.7 Variation de N_{qE}/N_q en fonction tan θ et ϕ . (D'après Richards, R. Jr., D. G. Elms et M. Budhu. 1993. J. Geotech. Eng., 119(4)



Figure 3.8 Variation de N_{cE}/N_c en foction de tan θ et ϕ . (Après Richards, R. Jr., D. G. Elms et M. Budhu. 1993. J. Geotech. Eng., 119(4) : 622).

EXAMPLE 3.1

Considérons une fondation continue peu profonde. Donnée : B = 1,5 m ; Df = 1 m ; γ =17kN/m3 ; ϕ = 25° ; c = 30 kN/m2 ; k_h = 0,25 ; k_v = 0. Estimez la capacité portante ultime q_{UE} .

Solution :

$$q_{uE} = cN_{cE} + qN_{qE} + \frac{1}{2}\gamma BN_{\gamma E}$$

Pour $\phi = 25^{\circ}$, d'après la figure 3.4, $N_c \approx 20$, $N_q \approx 10$, et $N_{\gamma} \approx 14$. Des figures 3.6 à 3.8, pour tan $\theta = k_h/(1-k_v) = 0.25/(1-0) = 0.25$,

$$\frac{N_{cE}}{N_c} = 0.44; \quad N_{cE} = (0.44)(20) = 8.8$$
$$\frac{N_{qE}}{N_q} = 0.38; N_{qE} = (0.38)(10) = 3.8$$
$$\frac{N_{\gamma E}}{N_{\gamma}} = 0.13; N_{cE} = (0.13)(14) = 1.82$$

91

$$q_{uE} = (30)(8.8) + (1 \times 17)(3.8) + \frac{1}{2}(17)(1.5)(1.82) = 351.8 \text{ kN/m}^2$$

3.3.2 Tassement d'une fondation sur un sol granulaire sous l'effet d'un séisme Le tassement de la capacité portante d'une fondation (soutenue par un sol granulaire) pendant un séisme n'a lieu que lorsque le rapport d'accélération critique kh/(1 - kv) atteint un une certaine valeur critique. Ainsi, si kv \approx 0, alors :

$$\left(\frac{k_h}{1-k_v}\right)_{\rm cr} \approx \left(\frac{k_h}{1-0}\right)_{\rm cr} \approx k_h^*.$$
 Eq 3.55

La valeur critique kh^{*} est une fonction du facteur de sécurité FS pris en compte dans la capacité de charge statique ultime, le rapport d'encastrement D_f /B et l'angle de frottement du sol ϕ . Richards et al. 5 ont développé cette relation, qui est illustrée sous forme graphique dans la figure 3.9. Selon Richards et al. l'affaissement d'une fondation pendant un séisme peut être donné comme :

$$S_e = 0.174 \frac{V^2}{Ag} \left| \frac{k_h^*}{A} \right|^{-4} \tan \alpha_{AE} \qquad \text{Eq 3.56}$$

Ou

Se: Tassement

V : vitesse maximale d'un séisme de référence

A : coefficient d'accélération maximale d'un séisme de référence





Figure 3.9 Accélération critique kh* pour le début du tassement des fondations. (a) $\phi = 10^{\circ}$. (b) $\phi = 20^{\circ}$. (c) $\phi = 30^{\circ}$. (d) $\phi = 40^{\circ}$. (Après Richards, R. Jr., D. G. Elms et M. Budhu. 1993. J. Geotech. Eng, 119(4) : 622).



Figure 3.10 Variation de tan α_{AE} en fonction k_h et ϕ . (D'après Richards, R. Jr., D. G. Elms et M. Budhu. 1993. Capacité de charge sismique et tassement des fondations.

J. Geotech. Eng, 119(4)

Exemple.2

Considérons une fondation peu profonde sur un sol granulaire avec B = 1,5 m; $D_f = 1 \text{ m}$; $\gamma = 16,5 \text{ kN/m3}$; $\phi = 35^{\circ}$. Si la capacité portante admissible est de 304 kN/m2, A = 0,32, et V=0,35 m/s, déterminez le tassement que la fondation peut subir.

Solution : Avec l'équation Eq 3.42,

$$q_u = qN_q + \frac{1}{2}\gamma BN_\gamma$$

Suivant la Figure 3.4 pour $\phi = 35^{\circ}$, Nq ≈ 30 ; Ny ≈ 42 . Alors,

$$q_u = (1 \times 16.5)(30) + \frac{1}{2}(16.5)(1.5)(42) \approx 1015 \text{ kN} / \text{m}^2$$

Donnant $q_{all} = 340 \text{ kN/m2}$,

$$FS = \frac{q_u}{q_{\text{all}}} = \frac{1015}{340} = 2.98$$

Suivant la figure 3.9 pour FS = 2.98 et $D_f/B = 1/1.5 = 0.67$, la valeur de kh* est de 0.28. Suivant l'équation Eq.3.56,

Pour la figure 3.10 pour $\phi = 35^{\circ}$ et $K_h^* = 0.28$, tan $\alpha \approx 0.95$. Ainsi,

$$S_{\rm e} = (0.174) \frac{(0.35 \text{ m/s})^2}{(0.32)(9.81 \text{ m/s}^2)} \left| \frac{0.28}{0.32} \right|^{-4} (0.95) = 0.011 \text{ m} = 11 \text{ mm}$$

3.3.3 Solution du BuDhu et d'al-kaRni

Budhu et al-Karni ont utilisé la surface de rupture dans le sol, comme le montre la figure 3.11, pour déterminer la capacité portante ultime d'une fondation peu profonde q_{uE} . Il convient de noter que, dans cette figure, AB et EF sont des arcs de spirales logarithmiques. Selon cette solution,



Figure 3.11 Surface de rupture sous une fondation en bande, comme le supposent Budhu et al-Karni. (Note : D_f = profondeur de la fondation).

$$q_{uE} = cN_c\lambda_{cs}\lambda_{cd}\lambda_{ce} + qN_q\lambda_{qs}\lambda_{qd}\lambda_{qe} + \frac{1}{2}\gamma BN_\gamma\lambda_{\gamma s}\lambda_{\gamma d}\lambda_{\gamma e} \quad \text{Eq 3.57}$$

Ou

c = cohesion

 N_c , N_q , $N_\gamma = les$ facteurs de capacité de charge statique (voir capacité portante des fondations) λ_{cs} , λ_{qs} , $\lambda_{\gamma s} = les$ facteurs de forme statiques λ_{cd} , λ_{qd} , $\lambda_{\gamma d} = les$ facteurs de profondeur statique λ_{ce} , λ_{qe} , $\lambda_{\gamma e} = les$ facteurs sismiques Les relations pour les facteurs sismiques peuvent être données comme suit :

$$\lambda_{ce} = \exp(-4.3k_h^{1+D}) \qquad \text{Eq 3.58}$$

$$\lambda_{qe} = (1 - k_v) \exp \left[-\left(\frac{5.3k_h^{1.2}}{1 - k_v}\right) \right]$$
 Eq 3.59

$$\lambda_{\gamma e} = \left(1 + \frac{2}{3}k_{\nu}\right) \exp\left[-\left(\frac{9k_{h}^{1.2}}{1 - k_{\nu}}\right)\right] \qquad \text{Eq 3.60}$$

Où

 $k_h et k_v$ = respectivement les coefficients d'accélération horizontale et verticale,

$$D = \frac{c}{\gamma H}$$
 Eq 3.61

$$H = \frac{0.5B}{\cos\left(\frac{\pi}{4} + \frac{\phi}{2}\right)} \exp\left(\frac{\pi}{2}\tan\phi\right) + D_{\perp} \qquad \text{Eq 3.62}$$

EXEMPLE 3.3

Considérons une fondation de 1 m × 1,5 m soutenue par un sol avec γ =18kN/m³, *c*=36kN/m2, ϕ =27°. Étant donné D_f = 1 m. Supposons que k_v = 0,25 et k_h = 0 et estimons la capacité portante ultime *q_{uE}*. Utilisez l'équation Eq 3.57, les facteurs de capacité portante sont déterminés à partir du tableau 3.1

Solution :

$$\begin{aligned} q_{uE} &= cN_c\lambda_{cs}\lambda_{cd}\lambda_{ce} + qN_q\lambda_{qs}\lambda_{qd}\lambda_{qe} + \frac{1}{2}\gamma BN_\gamma\lambda_{\gamma s}\lambda_{\gamma d}\lambda_{\gamma e} \\ &c = 36 \,\mathrm{Kn/m^2}; \phi = 27^\circ \, N_c = 23.94; \,\mathrm{Nq} = 13.2; \, N_\gamma = 14.47 \\ \lambda_{cs} &= 1 + \left(\frac{B}{L}\right) \left(\frac{N_q}{N_c}\right) = 1 + \left(\frac{1}{1.5}\right) \left(\frac{13.2}{23.94}\right) = 1.368 \\ \lambda_{qs} &= 1 + \left(\frac{B}{L}\right) \tan \phi = 1 + \left(\frac{1}{1.5}\right) \tan 27 = 1.34 \\ \lambda_{\gamma s} &= 1 - 0.4 \left(\frac{B}{L}\right) = 1 - 0.4 \left(\frac{1}{1.5}\right) = 0.733 \\ \lambda_{qd} &= 1 + 2 \tan \phi (1 - \sin \phi)^2 \left(\frac{D_f}{B}\right) = 1 + 2 \tan 27 (1 - \sin 27)^2 \left(\frac{1}{1}\right) = 1.304 \\ \lambda_{cd} &= \lambda_{qd} - \frac{1 - \lambda_{qd}}{N_q \tan \phi} = 1.304 - \frac{1 - 1.304}{(13.2)(\tan 27)} = 1.259 \\ H &= \frac{0.5B}{\cos\left(\frac{\pi}{4} + \frac{\phi}{2}\right)} \exp\left(\frac{\pi}{2} \tan \phi\right) + D_f \\ &= \frac{(0.5)(1)}{\cos(45 + 13.5)} \exp\left(\frac{\pi}{2} \times \tan 27\right) + 1 = 3.13 \,\mathrm{m} \\ D &= \frac{c}{\gamma H} = \frac{36}{(18)(3.13)} = 0.639 \\ \lambda_{ce} &= \exp(-4.3k_h^{1+D}) = \exp\left[(-4.3)(0.25)^{1+0.639}\right] = 0.642 \end{aligned}$$

$$\lambda_{qe} = (1 - k_v) \exp\left[-\left(\frac{5.3k_h^{1.2}}{1 - k_v}\right)\right] = (1 - 0) \exp\left[-\left(\frac{5.3 \times 0.25^{1.2}}{1 - 0}\right)\right] = 0.366$$

$$\lambda_{\gamma e} = \left(1 + \frac{2}{3}k_{\nu}\right) \exp\left[-\left(\frac{9k_{h}^{1.2}}{1 - k_{\nu}}\right)\right] = (1 + 0) \exp\left[-\left(\frac{9 \times 0.25^{1.2}}{1 - 0}\right)\right] = 0.182$$

$$q_{uE} = (36)(23.94)(1.368)(1.259)(0.642) + (18 \times 1)(13.2)(1.34)(1.304)(0.366) + \left(\frac{1}{2}\right)(18)(1)(14.47)(0.733)(1)(0.182) = 1122.28 \text{ kN/m}^{2} \approx 1122 \text{ kN/m}^{2}$$