suite du cour de math3

doc 1

corolaire 1

soit la série entière $\sum_{n0}^{+\infty} a_n x^n$ dont le domaine de convergence est D. La somme de cette série est une fonction continue de x sur tous segment $[-r\ r]$ entièrement contenue dans D

corolaire 2

si $\alpha, \beta\ \in\ D$ alors:

$$\int_{\alpha}^{\beta} \sum_{n0}^{+\infty} a_n x^n = \int_{\alpha}^{\beta} a_0 dx + \int_{\alpha}^{\beta} a_1 x dx + \int_{\alpha}^{\beta} a_2 x^2 dx + \cdots$$

Dérivation des séries entières:

Théorème1:

si R est le rayon de convergence de la série entière $s(x) =\ a_0 + a_1 x + a_2 x^2 + \cdots + a_n x^n + \cdots$ alors:

la série $\varphi(x) = a_1 + 2a_2 x + 3a_{32} x^2 \ldots + n a_n x^{n-1} + \cdots$ déduite par dérivation de $s(x)$ termes a termes admet le même domaine de convergence que $s(x)$.

Donc dans le domaine de convergence de la série entière la dérivée de la somme est égale a la somme des dérivées.

autrement dit: $\varphi(x) = S'(x)$.

Théorème2:

la somme d'une série entière convergente dans un domaine D de rayon R est une fonction ayant des dérivées d'ordre n dans D, n peut prendre n'importe quelle valeurs, chacune de ses dérivées d'ordre n est la somme de la série entière obtenue par la sommation des dérivées d'ordre n des termes de la série de départ.

ses séries ont toutes le même D.

Séries de puissances de (x-a):

soit la série de fonction de la forme $\sum_{0}^{+\infty} a_n (x-a)^n$ il suffit de mettre $(x-a) = X$ pour revenir à la forme conventionnelle d'une série entière $\sum_{0}^{+\infty} a_n (x-a)^n = \sum_{0}^{+\infty} a_n (X)^n$.

soit R le rayon de convergence de la série $\sum_0^{+\infty} a_n(X)^n$ dans ce cas ont à:

$-R < X < R$ donc$-R < (x-a) < R$ d'ou $a - R < X < R + a$ ce qui conduit à:

le domaine de convergence d'une série entière de la forme $\sum_0^{+\infty} a_n(x-a)^n$ est un domaine de rayon R centré en a.