

Série de TD N° 3

Exercice 01:

a) Donnez la nature des et les domaines de convergence des séries de fonctions suivantes:

$$1. \sum_1^{+\infty} \frac{(x+1)^n}{n^{2n}}$$

$$2. \sum_1^{+\infty} \frac{1}{n^x}$$

$$3. \sum_1^{+\infty} \left(\frac{\sin(2n+1)x}{(2n+1)^2} \right)$$

$$4. \sum_1^{+\infty} 2^n \sin \frac{x}{3^n}$$

$$5. \sum_1^{+\infty} \frac{\cos nx}{e^{nx}} \quad a > 0$$

$$6. \sum_1^{+\infty} \left(\frac{n^n}{(x^n)^n} \right)$$

b) dire si la série de fonction suivante est intégrable et dérivable termes a termes:

$$\sum_1^{+\infty} \left(\frac{\sin n^5 x}{n^3} \right)^n$$

Exercice 02:

a) déterminer les rayons de convergences des séries entières suivantes:

$$1. \sum_1^{+\infty} x^n$$

$$2. \sum_1^{+\infty} (x - a)^n \quad a > 0$$

$$3. \sum_1^{+\infty} \left(\frac{x}{a} \right)^n \quad a > 0$$

b) donner un développement en séries entières de la fonction suivante:

$$f(x) = \frac{3}{(1-x)(1-2x)}$$

Exercice 03:

donner un développement en série de Fourier de la fonction f(x) définie comme suit:

$$f(x) = x \quad -\pi \leq x \leq \pi$$