

Exercices supplémentaires

Exercice 1

Si une masse d'un gaz parfait passe d'un état 1 (V_1, T_1, P_1) à un état 0 (V_0, T_0, P_0) où la température $t_0 = 0$ °C alors montrer que :

- a- $V_1 = V_0 \left(1 + \frac{t_1}{273}\right)$ pour une transformation à pression constante.
b- $P_1 = P_0 \left(1 + \frac{t_1}{273}\right)$ pour une transformation à volume constant.

Exercice 2

En utilisant le modèle d'un gaz parfait, calculer la masse volumique du gaz carbonique (CO_2) à chacun des états thermodynamiques suivants :

- État 1 : 0.68 atm et -6.7 °C
État 2 : 10.20 atm et $+15.6$ °C
État 3 : 102.00 atm et $+60.0$ °C

Exercice 3

Dans un récipient, dont le volume intérieur est invariable et égal à 25 L, se trouve une masse d'air de 39 g.

1. Calculer la pression qu'exerce cet air sur les parois du récipient à 0 °C.
2. On demande à quelle température, cette pression deviendrait égale à 2 atm ?

On donne la masse volumique de l'air à 0 °C et 1 atm ($\rho_{\text{air}} = 1.3 \text{ kg.m}^{-3}$).

Exercice 4

La pression et le volume de l'air dans un cylindre sont 15 bars et 1 m^3 , respectivement. Si l'air est considéré comme un gaz parfait et subit une expansion isothermique jusqu'à la pression de 6 bars alors :

1. Quel est le volume final de l'air ?
2. Quel est le travail fourni par l'air ?

Exercice 5

8 kg d'air initialement à 17 bars subissent une diminution de volume de 0.6 m^3 à 0.2 m^3 pendant que la pression reste constante.

1. Quel est le travail fourni ?
2. Quel est le changement de température ?

On donne la constante particulière de l'air, $\mathcal{R} = 287 \text{ J.kg.K}^{-1}$.

Exercice 6

On chauffe 1.5 kg d'air de 0 °C à 100 °C dans deux cas différents :

Premier cas : à volume constant.

Deuxième cas : à pression constante de 1 bar.

1. Calculer, pour chaque cas :
 - a) la chaleur fournie.
 - b) le travail fourni par l'air à l'environnement.
2. Quel est l'accroissement de l'énergie interne spécifique pour chaque cas.

Hypothèses de l'exercice :

- L'air est considéré comme un gaz parfait.
- Les énergies cinétiques et potentielle son négligeables.
- La constante particulière de l'air, $R = 287 \text{ J.kg.K}^{-1}$
- La chaleur spécifique (à volume constant) de l'air, $C_v = 0.718 \text{ kJ.kg.K}^{-1}$
- La chaleur spécifique (à pression constante) de l'air, $C_p = 1.005 \text{ kJ.kg.K}^{-1}$

Exercice 7

Soit un système fermé exécutant un cycle thermodynamique.

- Démontrer que : $\oint \frac{dQ}{T} \leq 0$

(Ceci est l'inégalité de CLAUSIUS que l'on écrit également : $\sum \frac{Q}{T} \leq 0$ pour un cycle).

Exercice 8

Un moteur de CARNOT (moteur réversible à deux températures) fonctionne avec 300 kJ de chaleur fournie par un réservoir thermique à 700 K et délivre 100 kJ de travail.

1. Quelle est la température du deuxième réservoir ?
2. Calculer le rendement du cycle thermodynamique.

Exercice 9

Les températures les plus basses qui ont été obtenues sont de l'ordre de 0.001.

- Quelle sera le travail minimum pour extraire une calorie de chaleur d'un réservoir à 0.001 K vers l'environnement à 25 °C ?

Corrigé Type

Exercice 1

a- $V_1 = V_0 \left(1 + \frac{t_1}{273}\right)$ pour une transformation à pression constante ?

La transformation est isobare (à pression constante) alors : $P_0 = P_1$ (1)

Le gaz est parfait alors :

$$P_0 V_0 = n R T_0$$

$$P_0 = \frac{n R T_0}{V_0} \quad \dots \dots (2)$$

$$P_1 V_1 = n R T_1$$

$$P_1 = \frac{n R T_1}{V_1} \quad \dots \dots (3)$$

A partir des équations (1), (2) et (3), on a :

$$\frac{\cancel{n R} T_0}{V_0} = \frac{\cancel{n R} T_1}{V_1} \quad \Rightarrow \quad \frac{T_0}{V_0} = \frac{T_1}{V_1} \quad (\text{Après simplification})$$

$$V_1 = V_0 \frac{T_1}{T_0}$$

$$V_1 = V_0 \frac{(t_1 + 273)}{273} \quad \dots \dots (4)$$

Par hypothèse, on a : $T_0 = 0 \text{ } ^\circ\text{C} = 273 \text{ K}$ alors l'équation (4) devient :

$$V_1 = V_0 \frac{(t_1 + 273)}{273}$$

$$V_1 = V_0 \left(1 + \frac{t_1}{273}\right) \quad (\text{cqfd})$$

b- $P_1 = P_0 \left(1 + \frac{t_1}{273}\right)$ pour une transformation à volume constant ?

La transformation est isochore (à volume constant) alors : $V_0 = V_1$ (5)

Le gaz est parfait alors :

$$P_0 V_0 = n R T_0$$

$$P_0 = \frac{n R T_0}{V_0} \quad \dots \dots (6)$$

$$P_1 V_1 = n R T_1$$

$$P_1 = \frac{n R T_1}{V_1} \quad \dots \dots (7)$$

A partir des équations (5), (6) et (7), on a :

$$\frac{\cancel{n R} T_0}{P_0} = \frac{\cancel{n R} T_1}{P_1}$$

$$\frac{T_0}{P_0} = \frac{T_1}{P_1} \quad (\text{Après simplification})$$

$$P_1 = P_0 \frac{T_1}{T_0}$$

$$P_1 = P_0 \frac{(t_1 + 273)}{273} \quad \dots \dots (8)$$

Par hypothèse, on a : $T_0 = 0 \text{ } ^\circ\text{C} = 273 \text{ K}$ alors l'équation (8) devient :

$$P_1 = P_0 \frac{(t_1 + 273)}{273}$$

$$P_1 = P_0 \left(1 + \frac{t_1}{273}\right) \quad (\text{cqfd})$$

Exercice 2

Le gaz est parfait alors :

$$P V = n R T \quad \dots \dots \dots (1)$$

$$V = \frac{n R T}{P} \quad \dots \dots \dots (1')$$

La quantité de matière d'un échantillon (n) est fonction de la masse de l'échantillon (m) et de la masse molaire (M) selon l'équation :

$$n = \frac{m}{M} \quad \dots \dots \dots (2)$$

$$m = n M \quad \dots \dots \dots (2')$$

La masse volumique (ρ) de la matière de l'échantillon, de masse m et de volume V , est donnée par l'équation :

$$\rho = \frac{m}{V} \quad \dots \dots \dots (3)$$

En substituant l'expression de V de l'équation (1') et l'expression de m de l'équation (2') dans l'équation (3), on obtient :

$$\rho = \frac{M P}{R T} \quad \dots \dots \dots (3')$$

Application numérique :

$$M = 44 \text{ g. mol}^{-1} \quad \& \quad R = 0.082 \text{ L. atm. K}^{-1}$$

État 1 :	<i>0.68 atm</i>	et	<i>- 6.7 °C</i>	<i>$\rho_1 = 1.37 \text{ kg. m}^{-3}$</i>
État 2 :	<i>10.20 atm</i>	et	<i>+ 15.6 °C</i>	<i>$\rho_2 = 18.96 \text{ kg. m}^{-3}$</i>
État 3 :	<i>102.00 atm</i>	et	<i>+ 60.0 °C</i>	<i>$\rho_3 = 164.35 \text{ kg. m}^{-3}$</i>

Exercice 3

1. Pression exercée par l'air sur les parois du récipient à 0 °C ?

$$\underline{\text{État 1}} : \quad P_1 = 1 \text{ atm} \quad T_1 = 273 \text{ K} \quad V_1 = ?$$

$$\underline{\text{État 2}} : \quad P_2 = ? \quad T_2 = T_1 = 273 \text{ K} \quad V_2 = 25 \text{ L}$$

$$m = \rho V_1 \quad \Rightarrow \quad V_1 = \frac{m}{\rho}$$

$$\begin{cases} P_1 V_1 = n R T_1 \\ P_2 V_2 = n R T_2 \end{cases} \Rightarrow \quad P_2 = \frac{P_1 V_1}{V_2}$$

Application numérique : $V_1 = 30 \text{ L} \quad \& \quad P_2 = 1.2 \text{ atm}$

2. À quelle température, cette pression deviendrait = 2 atm ?

$$\underline{\text{État 2}} : \quad P_2 = 1.2 \text{ atm} \quad T_2 = T_1 = 273 \text{ K} \quad V_2 = 25 \text{ L}$$

$$\underline{\text{État 3}} : \quad P_3 = 2 \text{ atm} \quad T_3 = ? \quad V_3 = V_2 = 25 \text{ L}$$

De la même manière, on trouve : $T_3 = \frac{P_3 T_2}{P_2}$ soit : $T_3 = 455 \text{ K} = 182 \text{ °C}$

Exercice 4

1. Volume final de l'air ?

$$\begin{cases} P_1 V_1 = n R T \\ P_2 V_2 = n R T \end{cases} \Rightarrow P_1 V_1 = P_2 V_2 \Rightarrow V_2 = \frac{P_1 V_1}{P_2}$$

Application numérique : $V_2 = \frac{15 \times 1}{6} = 2.5 \text{ m}^3$

2. Travail fourni par l'air ?

$$W = \int P dV = \int \frac{nRT}{V} dV = nRT \int \frac{dV}{V} = PV \int_{V_2}^{V_1} \frac{dV}{V}$$

$$W = PV \ln\left(\frac{V_2}{V_1}\right)$$

Application numérique : $W = 15 \times 10^5 \times 1 \times \ln\left(\frac{2.5}{1}\right) = 13.74 \times 10^5 \text{ J}$

Exercice 5

1. Travail fourni ?

$$W = + \int P dV = + P \int_{V_1}^{V_2} dV = + P (V_2 - V_1)$$

Application numérique : $W = + 17 \times 10^5 (0.2 - 0.6) = - 6.80 \times 10^5 \text{ J}$

2. Changement de température ?

$$P_1 V_1 = m \mathcal{R} T_1 \Rightarrow T_1 = P_1 V_1 / m \mathcal{R}$$

$$P_2 V_2 = m \mathcal{R} T_2 \Rightarrow T_2 = P_2 V_2 / m \mathcal{R}$$

Application numérique : $T_1 = 17 \times 10^5 \times 0.6 / 8 \times 287 = 444.25 \text{ K}$

$$T_2 = 17 \times 10^5 \times 0.2 / 8 \times 287 = 148.10 \text{ K}$$

Enfin : $T_2 - T_1 = 296.15 \text{ K}$

Exercice 6

1.

	Chaleur fournie	Travail fourni par l'air à l'environnement
Premier cas : $V = \text{cte}$	$Q = m \cdot C_v \cdot \Delta T$ $Q = 1.5 \times 0.718 \times 100$ $Q = 107.7 \text{ kJ}$	$W = 0 \text{ kJ}$
Deuxième cas : $P = \text{cte} = 1 \text{ bar}$	$Q = m \cdot C_p \cdot \Delta T$ $Q = 1.5 \times 1.005 \times 100$ $Q = 150.75 \text{ kJ}$	$W = P (V_2 - V_1) = m \mathcal{R} (T_2 - T_1)$ $W = 1.5 \times 287 \times 100$ $W = 43.05 \text{ kJ}$

2.

Accroissement de l'énergie interne spécifique

Premier cas : $V = \text{cte}$

$$\Delta U = Q = 107.7 \text{ kJ}$$

$$\delta U = \Delta U/m$$

$$\delta U = 107.7/1.5$$

$$\delta U = 71.8 \text{ kJ/kg}$$

Deuxième cas : $P = \text{cte} = 1 \text{ bar}$

$$\Delta U = Q - W$$

$$\Delta U = 150.75 - 43.05$$

$$\Delta U = 107.7 \text{ kJ}$$

$$\delta U = \Delta U/m$$

$$\delta U = 107.7/1.5$$

$$\delta U = 71.8 \text{ kJ/kg}$$

Exercice 7

$$\oint \frac{dQ}{T} \leq 0 \quad ?$$

$$dP_s \geq 0 \quad \dots\dots\dots (1)$$

$$dP_s = ds - \frac{dQ}{T} \geq 0 \quad \dots\dots\dots (2)$$

$$P_s = \int ds - \int \frac{dQ}{T} \quad \dots\dots\dots (3)$$

Pour un cycle, on a :

$$\oint ds = 0$$

Alors, l'équation (3) devient :

$$P_s = - \oint \frac{dQ}{T}$$

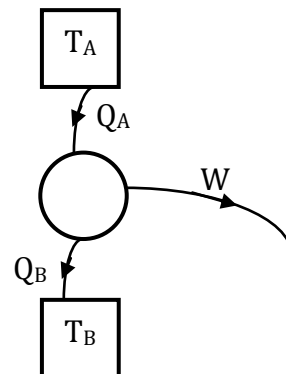
Et d'après l'inéquation (1), on obtient alors :

$$\oint \frac{dQ}{T} \leq 0 \quad (\text{cqfd})$$

Exercice 8

1. Température du deuxième réservoir ?

- $T_A = 700 \text{ K}$
- $T_B = ?$
- $Q_A = 300 \text{ kJ}$
- $Q_B = ?$
- $W = 100 \text{ kJ}$



Selon la première loi de la thermodynamique : $\Sigma Q - \Sigma W = 0$

$$W = Q_A - Q_B \quad \Rightarrow \quad Q_B = Q_A - W$$

Application numérique : $Q_B = 300 - 100 = 200 \text{ kJ}$

Selon la deuxième loi de la thermodynamique :

$$P_S = \frac{Q_B}{T_B} - \frac{Q_A}{T_A} = 0 \quad \dots\dots\dots (\text{Cycle réversible})$$

$$\frac{Q_B}{T_B} = \frac{Q_A}{T_A} \quad \Rightarrow \quad T_B = T_A \frac{Q_B}{Q_A}$$

Application numérique : $T_B = 700 \times \frac{200}{300} = 466.67 \text{ K}$

2. Rendement du cycle thermodynamique ?

$$\eta = \frac{W}{Q_A}$$

Application numérique : $\eta = \frac{100}{300} = 0.33$ soit **33 %**

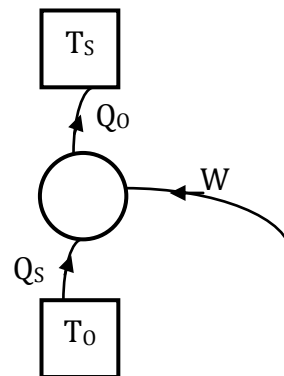
Exercice 9

- Travail minimum pour extraire une calorie de chaleur d'un réservoir à 0.001 K vers l'environnement à 25 °C ?

W_{\min} est obtenu pour un cycle réversible.

Pour, un cycle réel (irréversible), on doit fournir un travail : $W > W_{\min}$

- | |
|---|
| $T_0 = 298 \text{ K}$
$T_S = 0.001 \text{ K}$
$Q_0 = ?$
$Q_S = 1 \text{ cal}$
$W = ?$ |
|---|



Selon la première loi de la thermodynamique :

$$\Delta E = Q - W = 0 \quad \Rightarrow \quad W = Q_0 - Q_S$$

Selon la deuxième loi de la thermodynamique :

$$P_S = \frac{Q_S}{T_S} - \frac{Q_0}{T_0} = 0 \quad \Rightarrow \quad \frac{Q_S}{T_S} = \frac{Q_0}{T_0} \quad \Rightarrow \quad Q_0 = \frac{T_0}{T_S} Q_S$$

Application numérique :

$$Q_0 = \frac{298}{10^{-3}} \times 1 \times 4.18 = 1245.64 \times 10^3 \text{ J}$$

$$W_{\min} = 1245.64 \times 10^3 - 4.18 = 1245635.82 \text{ J}$$