Année Universitaire : 2020-2021

Département : S.C.M.I

Module : Algèbre 2

Exercices sur le chapitre 1

Ex1 Démontrer que l'ensemble $\mathbb{R}^2$ muni de la loi de composition interne + définie par :

$(x_1, x_2) + (y_1, y_2) = (x_1+y_1, x_2+y_2), \forall X=(x_1, x_2), Y= (y_1, y_2) \in \mathbb{R}^2$

et de la loi de composition externe. définie par :

$\alpha. (x_1, x_2)= (\alpha.x_1, \alpha.x_2), \forall \alpha \in \mathbb{R}, \forall X=(x_1, x_2) \in \mathbb{R}^2$

est un espace vectoriel sur le corps $\mathbb{R}$.

Ex2 Soit la partie F de $\mathbb{R}^3$ définie par :

$F= \{(x_1, x_2, 0) \in \mathbb{R}^3 / x_1, x_2 \in \mathbb{R} \}$

1) Montrer que F est un sous-espace vectoriel de l'espace vectoriel $\mathbb{R}^3$.
2) Trouver une base de F. En déduire la dimension de F.

Ex3 Soit le sous-ensemble G de $\mathbb{R}^3$ défini par :

$G= \{(x_1, 0, x_3) \in \mathbb{R}^3 / x_1 \leq 0 \text{ et } x_3 \in \mathbb{R} \}$

Montrer que G n'est pas un sous-espace vectoriel de l'espace vectoriel $\mathbb{R}^3$.

Ex4 Soit $\mathbb{R}^3$ un espace vectoriel sur le corps $\mathbb{R}$.

1) Montrer que les vecteurs $v_1= (0, 1, 1)$, $v_2= (1, 0, 1)$ et $v_3= (1 ,1 ,0)$ forment une base de $\mathbb{R}^3$.
2) Déterminer les composantes du vecteur $w= (1, 1, 1)$ dans la base $\{ v_1, v_2, v_3)$.