**Université de Batna2**

**Faculté des sciences de la nature et de la vie**

**TD (Les Lois de distributions)**

**Exercice N°1 :**

On considère un échantillon de 20 moutons à l’engraissement sur lequel on étudie le "Gain Moyen Quotidien". On admet que ce GMQ suit une loi normale de moyenne m et d’écart-type .

Soit X la variable aléatoire égale au GMQ qui suit une loi normale de

moyenne 600 g et d’écart-type 30g.

Calculer la probabilité pour que ce GMQ soit compris entre 580 g et 610 g.

**Exercice N°2 :**

On suppose que la glycémie est distribuée normalement dans la population avec une moyenne de 1 g/l et un écart-type de 0.03 g/l. On mesure la glycémie chez un individu.

1- Calculer la probabilité pour que sa glycémie soit:

a) inférieure à 1.06;

b) supérieure à 0.9985;

c) comprise entre 0.94 et 1.08;

d)- supérieure à 1.10.

2- On mesure la glycémie chez 1000 individus. Donner le nombre moyen d’individus dont la glycémie est supérieure à 0.99.

**Exercice N°3 :**

On étudie une maladie dans la population d’un pays. On a constaté que le taux, en nanogramme par millilitre (ng.$mL^{-1}$), d’une substance Gamma présente dans le sang est plus élevé chez les personnes atteintes de cette maladie que chez les personnes qui n’en sont pas atteintes.

1. Le taux de cette substance Gamma dans la population des personnes qui ne sont pas atteintes par la maladie est modélisé par une variable aléatoire T qui suit la loi normale d’espérance $μ=40$ et d’écart-type $σ=8$.

On choisit au hasard une personne parmi celles qui ne sont pas atteintes par la maladie étudiée.

-Calculer la probabilité que le taux dans le sang de la substance Gamma soit supérieur à 60 $ng.mL^{-1}$.

 2- Des études ont mis en évidence que le taux moyen de la substance Gamma chez les personnes atteintes par la maladie étudiée est de 50 $ng.mL^{-1}$ et que 10$\%$ d’entre elles ont un taux de substance Gamma inférieur à 43 $ng.mL^{-1}$.

On appelle $T^{'}$ la variable aléatoire qui modélise le taux de la substance Gamma en $ng.mL^{-1}$ chez une personne atteinte par la maladie étudiée.

On admet que $T^{'}$ suit la loi normale d’espérance $μ^{'}$ et d’écart-type $σ^{'}$.

* Préciser la valeur de $μ^{'}$ et déterminer la valeur de $σ^{'}$.

**Réponse :**

**Exercice N°1 :**

Soit $X\~N(600,30)$

On $P\left(580<X\leq 610\right)=P\left(X\leq 610\right)-P\left(X\leq 580\right)=P\left(\frac{X-600}{30}\leq \frac{610-600}{30}\right)-P\left(\frac{X-600}{30}\leq \frac{580-600}{30}\right)$

On pose $T=\frac{X-600}{30}$ alors $P\left(T\leq \frac{1}{3}\right)-P\left(T\leq -\frac{2}{3}\right)=0,6293-\left(1-P\left(T\leq \frac{2}{3}\right)\right)=0,6293-1+0,7486=0,3779.$

**Exercice N°2 :**

Soit $X\~N(1,0,03)$

1. $P\left(X\leq 1,06\right)=P(\frac{X-1}{0,03}\leq \frac{1,06-1}{1})$ on pose $T=\frac{X-1}{0,03}$, Alors

$$P\left(T\leq \frac{0,06}{0,03}\right)=P\left(T\leq 2\right)=0,9772.$$

1. $P\left(X\geq 0,9985\right)=P\left(\frac{X-1}{0,03}\geq \frac{0,9985-1}{0,03}\right)=P\left(T\geq -0,05\right)=P\left(T\leq 0,05\right)=0,5199.$
2. $P\left(0,94\leq X\leq 1,08\right)=P\left(X\leq 1,08\right)-P\left(X\leq 0,94\right)=P\left(\frac{X-1}{0,03}\leq \frac{0,94-1}{0,03}\right)-P\left(\frac{X-1}{0,03}\leq \frac{1,08-1}{0,03}\right)=P\left(T\leq 2\right)-P\left(T\leq -\frac{0,02}{0,03}\right)=P\left(T\leq 2\right)-(1-P\left(T\leq \frac{0,02}{0,03}\right)=0,9734.$
3. $P\left(X>1,10\right)=P\left(\frac{X-1}{0,03}>\frac{1,1-1}{0,03}\right)=P\left(T>\frac{0,1}{0,03}\right)=1-P\left(T\leq 3,33\right)=1-0,99957=0,00043.$
4. $P\left(X>0,99\right)=P\left(\frac{X-1}{0,03}>\frac{0,99-1}{0,03}\right)=P\left(T>-0,33\right)=P\left(T\leq 0,33\right)=0,6293.$

Donc sur 1000 personnes environ 629 ont une glycémie supérieure à 0,99.

**Exercice N°3 :**

1. On a $P\left(T>60\right)=P\left(\frac{T-40}{8}>\frac{60-40}{8}\right)=P\left(\frac{T-40}{8}>\frac{5}{2}\right)=1-P\left(\frac{T-40}{8}\leq \frac{5}{2}\right)=0,0062.$
2. D’après l’énoncé, on a $μ^{'}=50$, et

$P\left(T^{'}\leq 43\right)=0,1=P\left(\frac{T^{'}-50}{σ^{'}}\leq \frac{43-50}{σ^{'}}\right)=P(\frac{T^{'}-50}{σ^{'}}\leq \frac{-7}{σ^{'}})$ , alors $\frac{-7}{σ^{'}}=-1,2816$ donc

$σ^{'}=5, 4621$.