TP N° 2
Manipulation 2: Détermination de la hauteur métacentrique

Introduction :

L'appareil est constitué d'un ponton (plateau) rectangulaire flotteur dans un bac remplis à 3/4 d'eau (auge de maçon). Le dispositif est équipé d'un mat vertical qui porte une masse coulissante dans la direction verticale et une règle graduée en degrés placé dans le sens transversal du plateau, elle est menée aussi d'une masse coulissante dans la direction horizontale.

1. But:

Le but de ce TP est de déterminer expérimentalement la hauteur métacentrique d'un flotteur et comparer les résultats avec ceux donnes par la théorie.

2. Description du dispositif expérimental:

Figure 1. Photo de l'appareil métacentrique avec le bac de flottaison

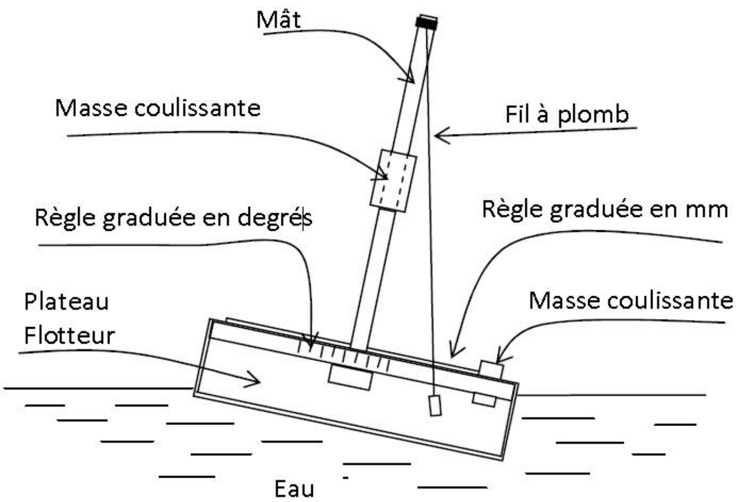

Figure 2. Schéma de l'appareil métacentrique "position inclinée"

L'appareil se compose d'un ponton rectangulaire avec un mat vertical portant une masse coulissante ajustable en hauteur pour faire varier la position verticale du centre de gravite du flotteur. Un fil à plomb, fixé au sommet du mat, permet la lecture de l'angle d'inclinaison du plateau en conjonction avec une règle graduée en degrés comme le montre la figure 2. Cette inclinaison est contrôlée par une masse dont la position est ajustable transversalement par rapport à l'axe du ponton et est indiquée par une règle graduée en millimètres.

L'appareil est utilise avec un bac à eau (auge de maçon) qui peut être posé sur le canal ouvert du banc hydraulique comme le montre la photo de la figure 1. Le remplissage partiel (à 3/4 de sa capacité pour éviter le débordement) du bac en eau est assure par la pompe du banc à l'aide d'un tuyau flexible muni d'un raccord rapide qui sera relie à la sortie du banc prévue à cet effet.

3. Détermination expérimentale de la hauteur métacentrique:

Lorsque la masse coulissante Δm est dans sa position centrale (figure 3a) le poids mg ainsi que la poussée d'Archimède F_B sont contenus dans le plan (vertical) de symétrie du ponton. La hauteur d'immersion d s'obtient de l'équilibre de ces deux forces à savoir

$$F_B = \rho_e L l d g = mg$$

Soit: $d = m / \rho_e L l$, où: (m) est la masse totale, (L) la longueur et (l) la largeur du ponton et (ρ_e) la masse volumique de l'eau.

En déplaçant la masse coulissante Δm d'une distance x de sa position centrale, on provoque le déplacement du centre de gravité de sa position G vers $G1$ du même côté du déplacement de la masse coulissante. En même temps le flotteur s'incline du même côté jusqu'à ce que le poids mg et la poussée d'Archimède F_B se réalignent c'est-a-dire F_B sera appliquée en B_1 comme le montre la figure 3b. La nouvelle ligne d'action de mg et F_B (G_1B_1) coupe la ligne GB en M appelé métacentre. La distance métacentrique GM qui est l'objet de la manipulation est liée a GG_1 par : $GG_1 = GM' \tan\theta$, où: θ est l'angle d'inclinaison du ponton (indique par le fil à plomb).

L'application du théorème du moment de la résultante par rapport a G au poids mg et ces composantes donne: $mg \times GG_1 = \Delta mg \times x$

D'où: $GG_1 = \dfrac{\Delta m \times x}{m}$

Combinée à la première relation pour GG_1 cette dernière donne : $GM = \dfrac{\Delta m \times x}{m \times \tan\theta}$

C'est Relation expérimentale de détermination de la distance métacentrique GM.

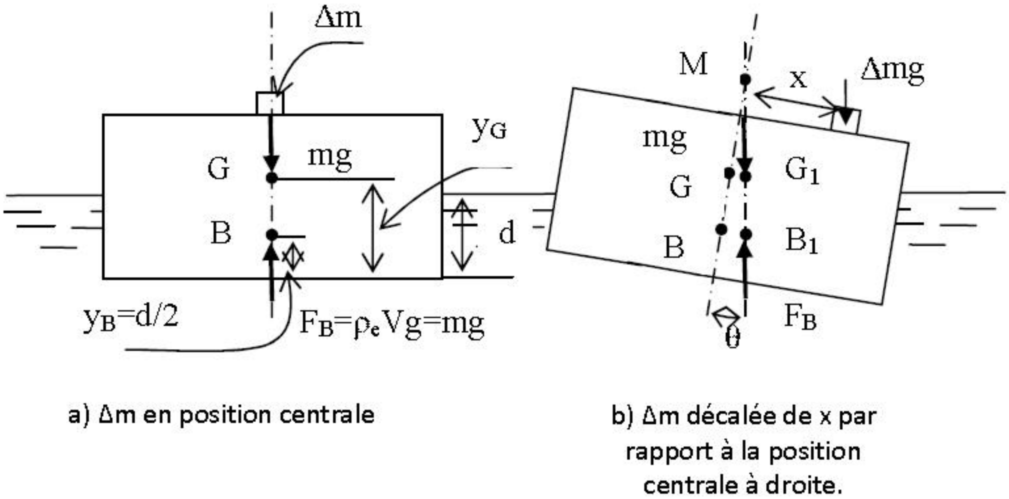

Figure 3. Disposition du ponton (flotteur) en fonction de la position de la masse coulissante Δm

---

Remarque: Les moments des poids (m-Δm)g/2 ne ressortent pas dans l'expression du théorème du moment de la résultante par rapport à G ci-dessus car il s'annulent mutuellement.

4. Déroulement de la manipulation:

1. Vérifier que le flotteur est bien assemble (mat, masses coulissantes, règles graduées et fil a plomb).
2. Poser le bac a eau sur le canal du banc hydraulique et le remplir 3/4 de sa capacité.
3. Positionner la masse coulissante verticalement en un point élevé du mât.
4. Déterminer la position verticale du centre de gravite. Ceci se réalise par obtention du point de balance (point d'équilibre) en suspendant le flotteur en une position convenable du mat a un fil mince. La bonne position du centre de gravite est celle du fil qui donne l'équilibre de l'ensemble flotteur. Noter G y (voir schéma de la figure 3).
5. Placer le flotteur dans le bac a eau en s'assurant que la masse mobile transversalement est en position centrale.
6. Déplacer la masse mobile vers la droite du centre d'un pas de 10 mm jusqu'a ce que toute l'échelle soit couverte. Noter l'angle du fil a plomb avec la verticale pour chaque position.
7. Répéter 6 en déplaçant la masse mobile vers la gauche.
8. Répéter 3 à 7 pour d'autres positions de la masse coulissante verticalement en des points plus bas du mât.

5. Travail demandé:

1. Dresser un tableau qui doit faire sortir pour chaque position du centre de gravite :
   - Les positions de la masse mobile transversalement,
   - Les angles d'inclinaison du fil à plomb correspondants,
   - Les valeurs de la hauteur métacentrique déterminées à partir des deux premières données et de la relation du paragraphe 3.
2. Tracer sur un même graphe les courbes expérimentales de la hauteur métacentrique en fonction de l'angle d'inclinaison du ponton. En déduire la hauteur métacentrique initiale (inclinaison nulle) pour chaque position du centre de gravite.
3. Déterminer les hauteurs métacentriques théoriques a partir des donnes du ponton et des positions du centre de gravite de ce dernier (pour les relations à utiliser voir paragraphe 7). Comparer les avec les résultats expérimentaux.
4. Tirer les conclusions en ce qui concerne la différence entre les résultats théoriques et expérimentaux, la dépendance de la position du métacentre de la position verticale du centre de gravite et sa dépendance de l'angle de gite (inclinaison).
5. Commenter les résultats.

6. Données :

Dimensions du ponton : longueur $L=350\ mm$, largeur $l=200\ mm$ et épaisseur $h=73\ mm$
Masse du ponton : $m=1,472\ kg$.
Masse coulissante transversalement : $\Delta m=0,3\ kg$.
Volume d'eau déplacé : $V = m/\rho = 1,472\ 10^6\ mm^3$.
Hauteur d'immersion partielle: $d = V/L/l = 21\ mm$.
Position du centre de poussée (centre de carène) comptée à partir du bas du plateau $y_B=d/2=10,5\ mm$.

7. Détermination analytique de la hauteur métacentrique (théorique) :

Lorsque le ponton s'incline d'un angle θ comme le montre la figure 4 le volume immerge change de forme tout en gardant la même valeur soit :

$$V=V+\Delta V-\Delta V$$

Ce qui se traduit pour la force d'Archimède par: $F_{B1}=F_B+DF_B-DF_B$

Avec $F_{B1}=F_B$ appliquée en B1. Le point d'application de la force d'Archimède s'est donc déplace en B1.
Le théorème du moment de la résultante des forces de flottaison par rapport au point B (théorème de Varignon) donne:

$$F_{B1}\times b=\Delta F_B\times\frac{2}{3}l \qquad (5.1)$$

Soit: $b=BM\times\tan\theta=\frac{\Delta F_B}{F_B}\frac{2}{3}l$ d'ou`: $BM=\frac{\Delta F_B}{F_B\times\tan\theta}\frac{2}{3}l$

or : $BM=BG+GM=y_G-y_B+GM$ soit : (*)

aussi : $F_B=\rho_e gV$ et $\Delta F_B=\rho_e gL\,Surface(Oqs)=\rho_e gL\frac{1}{2}\frac{l}{2}\frac{l}{2}\tan\theta=\rho_e gL\frac{l^2}{2}\tan\theta$

alors : $BM=\dfrac{L\frac{l^2}{8}\tan\theta}{\rho_e gV\tan\theta}\frac{2}{3}l=\frac{Ll^3}{12V}=\frac{I}{V}$ avec : I moment d'inertie de la surface de flottaison par rapport à son axe longitudinal (égale à $\frac{Ll^3}{12}$).

En remplaçant BM par son expression dans (*) on obtient pour la hauteur métacentrique

$$\boxed{GM=\frac{I}{V}-y_G+y_B}$$

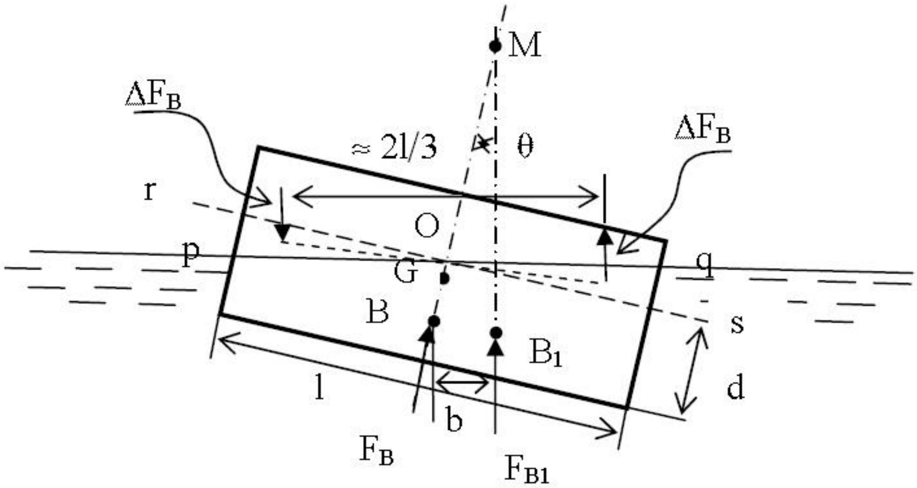

Figure 4. Schéma pour la détermination de la hauteur métacentrique théorique

----

Remarque: Une autre issue pour déterminer la distance b est de la considérer comme donnée par $F_{B1}\times b=\int mt\left(dF_B\right)$ et exprimer dF_B par $dF_B=\rho_e gLds$ avec (ds) un élément de surface prix dans le triangle Oqs parallèle a qs. Ce qui donnera l'expression finale exprimée explicitement en fonction du moment d'inertie de la surface de flottaison par rapport a son axe longitudinal I.

Compte rendu de la manipulation : Détermination de la hauteur métacentrique

TP N°	02	Groupe:		S/G:		date:	

N°	Noms	Prénoms	Emargements
1)	……………………………………	…………………………………	………………………………
2)	……………………………………	…………………………………	………………………………
3)	……………………………………	…………………………………	………………………………
4)	……………………………………	…………………………………	………………………………
5)	……………………………………	…………………………………	………………………………
6)	……………………………………	…………………………………	………………………………

Tableau des résultats :

y_G [mm]														
Distance x [mm]	−70	−60	−50	−40	−30	−20	−10	10	20	30	40	50	60	70
Angle θ [°]														
GMexp [mm]														
y_G [mm]														
Distance x [mm]	−70	−60	−50	−40	−30	−20	−10	10	20	30	40	50	60	70
Angle θ [°]														
GMexp [mm]														
y_G [mm]														
Distance x [mm]	−70	−60	−50	−40	−30	−20	−10	10	20	30	40	50	60	70
Angle θ [°]														
GMexp [mm]														

Interprétation :

……

……

……

……

……

……

……

……

……

……

……

Note TP2	Visa de l'enseignant responsable du S/G
/ 20	