

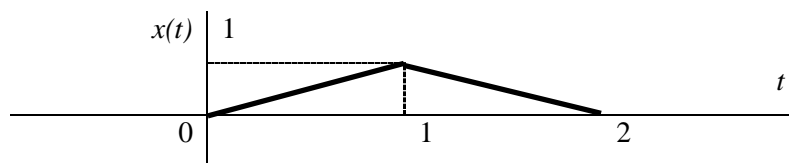
Examen final (Durée 01h30)

NB : Pour tout le sujet nous donnons

Signal	Echelon $u(t)$	e^{-at}	$t e^{-at}$	$\delta(t)$
Transformée de Laplace	$\frac{1}{s}$	$\frac{1}{s+a}$	$\frac{1}{(s+a)^2}$	1

Exercice 1 : (6pts)

Soit le signal suivant :



1. Calculer la densité spectrale de ce signal pour la fréquence nulle **(1.5 pts)**
2. Calculer la transformée de Laplace de ce signal **(3.5 pts)**
3. Déduire la transformée de Fourier de ce signal **(1 pts)**

Exercice 2 : (6pts)

Soit un système S (l'entrée $x(t)$ et sortie $y(t)$) défini par sa fonction de transfert $G(s)$ suivante :

$$G(s) = \frac{12s}{s^2 + 7s + 12}$$

1. Donner l'équation différentielle qui représente le système S **(1pts)**
2. Calculer la réponse indicielle (si $x(t)$ est un échelon) de S avec $(x(0) = y(0) = \dot{y}(0) = 0)$ **(2pts)**
3. Tracer le diagramme de Bode (d'amplitude) du système S **(3 pts)**

Exercice 3 : (6pts)

Soit les deux signaux suivants

$$x_1(t) = \cos\left(2\pi t + \frac{\pi}{6}\right) \quad x_2(t) = \sin\left(2\pi t + \frac{\pi}{3}\right)$$

1. Calculer sur une période le degré de ressemblance entre $x_1(t)$ et $x_2(t)$ **(3.5 pts)**

Soit le système continu suivant

$$G(s) = \frac{s}{s+4}$$

2. Trouver dans le cas discret la fonction du transfert équivalente $G(z)$ en utilisant l'approximation Bilinéaire (on donne la période d'échantillonnage $T_e = 2$ secondes) **(1.5pts)**
3. Déduire l'équation aux différences du système discret $G(z)$ **(1 pts)**

Exercice 4 : (2pts)

Si la $TF\{x(t)\} = X(f)$ démontrer que $TF\{y(t) = x(t + t_d)\} = Y(f) = X(f) \cdot e^{j2\pi f t_d}$

Examen final (Durée 01h30)

NB : Pour tous les exercices on donne

Signal	Echelon $u(t)$	t	$\frac{t^2}{2}$	e^{-at}	$t e^{-at}$	$\delta(t)$
Transformée de Laplace	$\frac{1}{s}$	$\frac{1}{s^2}$	$\frac{1}{s^3}$	$\frac{1}{s+a}$	$\frac{1}{(s+a)^2}$	1

Exercice 1 : (Interrogation) (6pts)

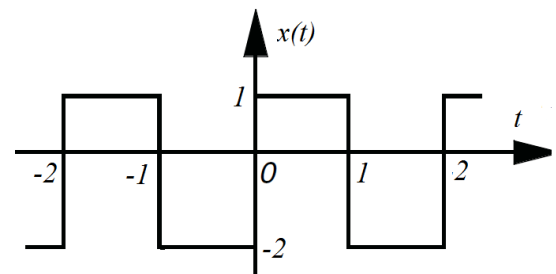
Soit les signaux suivants :

$$x_1(t) = 4 \cos\left(2\pi t + \frac{\pi}{3}\right), \quad x_2(t) = -2 \sin\left(8\pi t + \frac{\pi}{3}\right), \quad x_3(t) = 2 + 4 \cos(2\pi t) - 6 \sin(3\pi t)$$

- Dans un tableau donner la période, la fréquence et la pulsation de chacun des signaux (x_1, x_2 et x_3) **(2.25 pts)**
- Donner la valeur moyenne et les fréquences présentes dans le signal $x_3(t)$ **(1pts)**

Soit le signal périodique $x(t)$ ci-contre

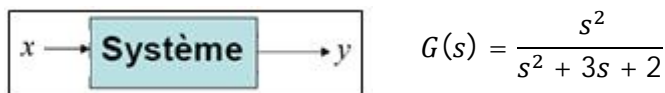
- Sans utiliser l'intégral calculer la valeur moyenne de $x(t)$ **(0.75pts)**
- Dans le signal $x(t)$, est-il possible de trouver l'harmonique de fréquence $\frac{1}{3}$ Hz (justifier par une phrase) **(1pts)**



- Classer temporellement et morphologiquement le signal $x(t)$ (justifier par une phrase) **(1pts)**

Exercice 2 : (7pts)

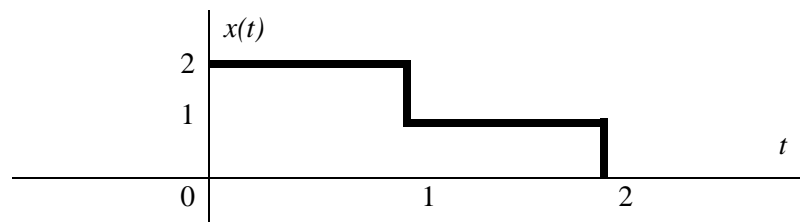
Soit un système S (l'entrée $x(t)$ et sortie $y(t)$) défini par sa fonction de transfert $G(s)$ suivante :



- Démontrer que le système S est linéaire **(1pts)**
- Donner l'équation différentielle qui représente le système S **(1pts)**
- Calculer la réponse $y(t)$ si l'entrée $x(t) = \frac{t^2}{2}$ avec $(x(0) = \dot{x}(0) = y(0) = \dot{y}(0) = 0)$ **(5 pts)**

Exercice 3 : (7pts)

Soit le signal suivant



- Calculer la transformée de Fourier de ce signal **(4 pts)**
- Déduire la transformée de Fourier $U(f) = TF\{u(t)\}$ du signal Echelon $(u(t) = \begin{cases} 1 & \text{si } t \geq 0 \\ 0 & \text{si } t < 0 \end{cases})$ **(3 pts)**

Bonne chance

Examen final (Durée 01h30)

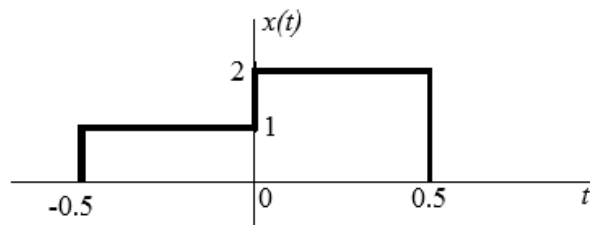
Exercice 1 : (Interrogation) (6pts)

Soit le signal suivant :

$$x(t) = -2 + 4 \cos\left(\pi t + \frac{\pi}{4}\right) + 2 \sin\left(3 \pi t + \frac{\pi}{6}\right),$$

1. Classifier temporellement et morphologiquement le signal $x(t)$ (justifier par des phrases) **(0.75pts)**
2. Donner la période et la fréquence de ce signal **(0.75 pts)**
3. Donner la valeur moyenne et les fréquences des harmoniques présentes dans le signal $x(t)$ **(1pts)**
4. Réécrire $x(t)$ sous la forme $x(t) = A_0 + \sum_{k=1}^n A_k \cos(2\pi k f_0 t + \varphi_k)$ (déterminer $(f_0, A_0, n, A_k, \varphi_k)$) **(2 pts)**
5. Tracer le spectre Unilatéral d'amplitude et de phase de ce signal **(1.5 pts)**

Exercice 3 : (7pts)



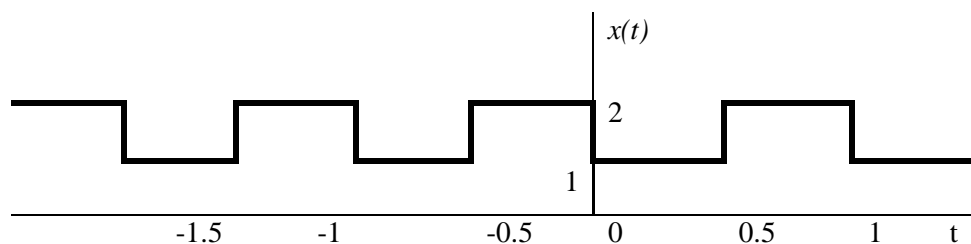
1. Calculer la transformée de Fourier $X(f)$ de ce signal **(4 pts)**

Sachant que les propriétés de la TF d'un signal $y(t)$	Signal	$\int y(t)$	$y(t + t_0)$	$\frac{dy(t)}{dt}$	$y(t)e^{-j2\pi f t}$
	Transformée de Fourier $TF\{y(t)\} = Y(f)$	$\frac{1}{j2\pi f} Y(f)$	$Y(f)e^{j2\pi f t_0}$	$j2\pi f Y(f)$	$Y(f - f_d)$

2. Dédire la transformée de Fourier $\Delta(f) = TF\{\delta(t)\}$ si $\left(\frac{dx(t)}{dt} = \delta(t + 0.5) + \delta(t) - 2\delta(t - 0.5)\right)$ **(3 pts)**

Exercice 2 : (7pts)

Soit le signal suivant



1. Calculer les coefficients de fourrier $\left(\frac{a_0}{2}, a_k, b_k\right)$ de ce signal et écrire la forme

$$x(t) = \frac{a_0}{2} + \sum_{k=1}^n a_k \cos(2\pi k f_0 t) + b_k \sin(2\pi k f_0 t) \quad \mathbf{(5 pts)}$$

2. Ce signal $x(t)$ est l'entrée d'un système dont la fonction de transfert est
 Dédire la sortie $y(t)$ dans ce cas **(2 pts)**

$$G(j\omega) = \frac{1}{1 + j \frac{\omega}{3\pi}}$$

Examen final (Durée 01h30)

NB : La note de l'interrogation est la meilleur notes entre les exercices 2 ; 3 et 4

Exercice 1 : (2 pts)

Répondre par vrai ou faux

1. La transformée de Fourier est utilisée pour les signaux à énergie finie (0.5 pts)
2. Un signal périodique de période 2 peut contenir l'harmonique de fréquence (1/3) (0.5 pts)
3. Le spectre d'amplitude bilatéral trace les amplitudes de la forme cosinus en fonction de la fréquence (0.5pts)
4. Dans un spectre d'un signal périodique la fréquence est une grandeur discrète (0.5pts)

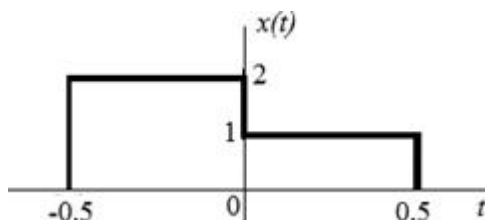
Exercice 1 : (6 pts)

Soit le signal suivant

$$x(t) = -1 - \cos(2\pi t) + 2 \sin\left(\frac{1}{2}\pi t + \frac{\pi}{3}\right) + 3 \cos\left(\frac{1}{6}\pi t - \frac{\pi}{4}\right)$$

1. Donner la valeur moyenne et les fréquences des harmoniques présentes dans le signal $x(t)$ (1 pts)
2. Donner la période et la fréquence de ce signal (0.5 pts)
3. Réécrire $x(t)$ sous la forme $x(t) = A_0 + \sum_{k=1}^n A_k \cos(2\pi k f_0 t + \varphi_k)$ (déterminer $(f_0, A_0, n, A_k, \varphi_k)$) (3 pts)
4. Tracer le spectre Unilatéral d'amplitude et de phase de ce signal (1.5 pts)

Exercice 2 : (6 pts)



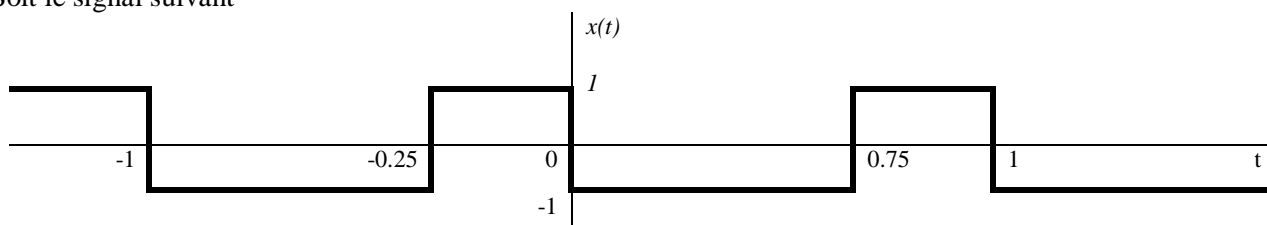
1. Calculer la transformée de Fourier $X(f)$ de ce signal (4 pts)

Les propriétés de la TF d'un signal $y(t)$	Signal	$\int y(t)$	$y(t + t_0)$	$\frac{dy(t)}{dt}$	$y(t)e^{-j2\pi f a t}$
	Transformée de Fourier $TF\{y(t)\} = Y(f)$	$\frac{1}{j2\pi f} Y(f)$	$Y(f)e^{j2\pi f t_0}$	$j2\pi f Y(f)$	$Y(f - f_a)$

2. Dédurre la transformée de Fourier $U(f) = TF\{u(t)\}$ si $(x(t) = 2u(t + 0.5) - u(t) - u(t - 0.5))$ (2 pts)

Exercice 3 : (6pts)

Soit le signal suivant



1. Calculer les coefficients de fourrier $\left(\frac{a_0}{2}, a_k, b_k\right)$ de ce signal et écrire la forme

$$x(t) = \frac{a_0}{2} + \sum_{k=1}^n a_k \cos(2\pi k f_0 t) + b_k \sin(2\pi k f_0 t) \quad (4.5 \text{ pts})$$

2. Dédurre les coefficients de la forme complexes (1.5 pts)

Examen de rattrapage (Durée 01h30)

Exercice 1 : (7pts)

Sans utiliser la forme d'intégral ($X(f) = \int_{-\infty}^{+\infty} x(t) \cdot e^{-j2\pi f t} dt$) de la transformée de Fourier ; et sachant que la transformée de Fourier de l'impulsion de Dirac est $TF\{\delta(t)\} = 1$; calculer la transformée de Fourier du signal triangle $F\{Tri_1(t)\}$,

Exercice 2 : (7pts)

Soit (La figure suivante) une conduite d'eau de longueur $AB=L$. Une fuite se trouve au point C tel que : $AC=L_1$ et $BC=L_2$. Un travailleur veut boucher cette fuite. Il dispose d'une pelle et deux capteurs de son. En utilisant la théorie du signal ; proposer une méthode permettant au travailleur de localiser exactement la fuite d'eau. En d'autre terme déterminer la formule qui donne la longueur L_1 ou L_2 .



NB : La fuite émette un son, le bruit sur la route et aussi un son. La vitesse du son est $V=330$ m/s

Exercice 3 : (6pts)

Soit les trois signaux suivants

$$x_1(t) = 3 \cos\left(3\pi t + \frac{\pi}{3}\right) \quad x_2(t) = 6 \sin\left(15\pi t + \frac{\pi}{6}\right) \quad x_3(t) = 1 + 3x_1(t) + x_2(t)$$

- Remplir le tableau suivant, (3 Pts)

Signal	Pulsation ω	Fréquence f	Période T	Classe phénoménologique et morphologique
$x_1(t)$	$\omega_1 =$	$f_1 =$	$T_1 =$	
$x_2(t)$	$\omega_2 =$	$f_2 =$	$T_2 =$	
$x_3(t)$	Valeur moyenne =		Fréquence(s) présente (s) :	

- Réécrire $x_3(t)$ sous la forme $x_4(t) = A_0 + \sum_{k=1}^n A_k \cos(2\pi k f_0 t + \varphi_k)$ (déterminer $(f_0, A_0, n, A_k$ et $\varphi_k)$ (3 Pts)

Bonne chance

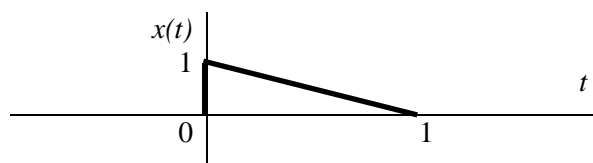
Examen de rattrapage (Durée 01h30)

NB : Pour tous les exercices on donne

Signal	Echelon $u(t)$	t	$\frac{t^2}{2}$	e^{-at}	$t e^{-at}$	$\delta(t)$
Transformée de Laplace	$\frac{1}{s}$	$\frac{1}{s^2}$	$\frac{1}{s^3}$	$\frac{1}{s+a}$	$\frac{1}{(s+a)^2}$	1

Exercice 1 : (7.5 pts)

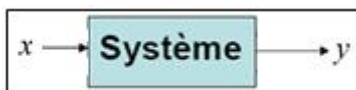
Soit le signal suivant :



1. Calculer la densité spectrale de ce signal pour la fréquence nulle **(1.5 pts)**
2. Calculer la transformée de Laplace du signal $x(t)$ **(2.5 pts)**
3. Dédire la transformée de Fourier $X(f) = TF\{x(t)\}$ du signal $x(t)$ **(0.5 pts)**
4. En utilisant $X(f)$ et l'un des signaux sur le tableau ci-dessus déduire $Y(f) = TF\{rect_1(t)\}$ **(3 pts)**

Exercice 2 : (5.5 pts)

Soit un système S (l'entrée $x(t)$ et sortie $y(t)$) défini par l'équation différentiel suivante :



$$\frac{d^2y(t)}{dt^2} + 5 \frac{dy(t)}{dt} + 6y(t) = 2 \frac{dx(t)}{dt}$$

1. Dédire la fonction du transfert $G(s) = \frac{Y(s)}{X(s)}$ avec $(x(0) = \dot{x}(0) = y(0) = \dot{y}(0) = 0)$ **(1pts)**
2. Démontrer que le système S est linéaire **(0.5pts)**
3. En utilisant la transformée de Laplace, calculer la réponse $y(t)$ si l'entrée $x(t) = e^{-t} + t$ **(4 pts)**

Exercice 3 : (7 pts)

Soit le signal suivant

$$x(t) = -3 + 6 \cos(2\pi t) + \sin(6\pi t) - \cos(8\pi t)$$

- Donner la valeur moyenne, la période, la fréquence et la pulsation de ce signal **(1pts)**
- Réécrire $x(t)$ sous la forme $x(t) = A_0 + \sum_{k=1}^n A_k \cos(2\pi k f_0 t + \varphi_k)$ **(1Pts)**
- Dédire les valeurs de $(A_0, A_k \text{ et } \varphi_k)$ **(2 Pts)**
- Tracer le spectre unilatéral de l'amplitude et de la phase **(2Pts)**
- Dédire le spectre bilatéral de l'amplitude **(1 Pts)**

Bonne chance

Examen de rattrapage (Durée 01h30)

Exercice 1 : (7 pts)

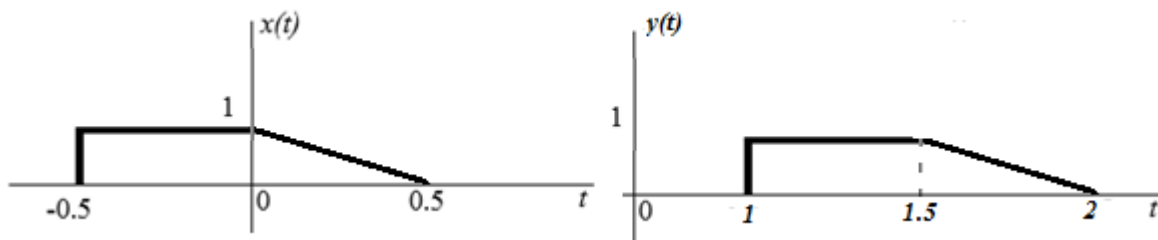
Soit le signal suivant

$$x(t) = -1 + 2 \cos(6\pi t) - 3 \sin\left(8\pi t + \frac{\pi}{3}\right) - 4 \cos\left(10\pi t - \frac{\pi}{4}\right)$$

1. Classifier temporellement et morphologiquement le signal $x(t)$ (justifier par des phrases) **(0.5pts)**
2. Donner la période et la fréquence de ce signal **(0.75 pts)**
3. Donner la valeur moyenne et les fréquences des harmoniques présentes dans le signal $x(t)$ **(1pts)**
4. Réécrire $x(t)$ sous la forme $x(t) = A_0 + \sum_{k=1}^n A_k \cos(2\pi k f_0 t + \varphi_k)$ (déterminer $(f_0, A_0, n, A_k, \varphi_k)$) **(3 pts)**
5. Tracer le spectre Unilatéral d'amplitude et de phase de ce signal **(1.75 pts)**

Exercice 2 : (7 pts)

Soit les deux signaux suivants $x(t)$ et $y(t)$:



1. Calculer la transformée de Fourier $X(f)$ du signal $x(t)$ **(5 pts)**

Sachant que les propriétés de la TF d'un signal $y(t)$	Signal	$\int y(t)$	$y(t + t_0)$	$\frac{dy(t)}{dt}$	$y(t)e^{-j2\pi f_a t}$
	Transformée de Fourier $TF\{y(t)\} = Y(f)$	$\frac{1}{j2\pi f} Y(f)$	$Y(f)e^{j2\pi f t_0}$	$j2\pi f Y(f)$	$Y(f - f_a)$

2. Déduire la transformée de Fourier $Y(f) = TF\{y(t)\}$ **(2 pts)**

Exercice 3: (6 pts)

Soit un signal périodique $x(t)$ dont la forme en série de fourrier en cosinus s'écrit :

$$x(t) = -4 + \sum_{k=1}^{+\infty} \left(\frac{2^k}{k\pi}\right) \cos\left(k\pi t + k\frac{\pi}{3}\right)$$

1. Donner la valeur moyenne, la fréquence et la période du signal $x(t)$ **(0.75 pts)**
2. Donner A_0 , A_k et φ_k **(0.75 pts)**
3. Déduire les coefficients de la série de Fourier ($\frac{a_0}{2}$, a_k et b_k) **(2 pts)**
4. Déduire les coefficients complexes de la série de Fourier $X(k)$ **(2.5 pts)**

Bonne chance

Examen du rattrapage (Durée 01h30)

Exercice 1 : (7 pts)

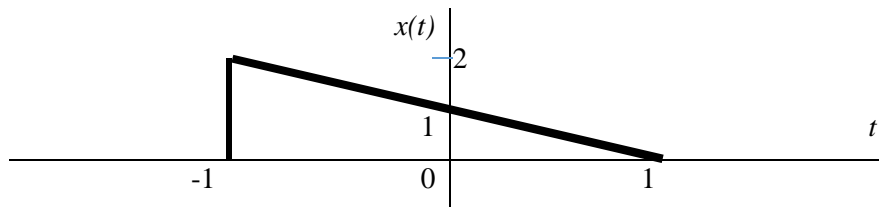
Soit le signal suivant

$$x(t) = 1 - 2 \sin\left(\frac{2}{3}\pi t + \frac{\pi}{4}\right) - 3 \cos\left(\pi t - \frac{\pi}{4}\right)$$

1. Donner la valeur moyenne et les fréquences des harmoniques présentes dans le signal $x(t)$ (1 pts)
2. Donner la période et la fréquence de ce signal (1 pts)
3. Réécrire $x(t)$ sous la forme $x(t) = A_0 + \sum_{k=1}^n A_k \cos(2\pi k f_0 t + \varphi_k)$ (déterminer $(f_0, A_0, n, A_k, \varphi_k)$) (3.5 pts)
4. Tracer le spectre Unilatéral d'amplitude et de phase de ce signal (1.5 pts)

Exercice 2 : (7 pts)

Soit le signal suivant généré par une source de tension :



1. Calculer la densité spectrale de ce signal pour la fréquence nulle $X(0)$ (2 pts)
2. Calculer la transformée de Fourier $X(f)$ de ce signal (3 pts)
3. Dédire la transformée de Fourier $R_2(f) = TF\{rect_2(t)\}$ si $\left(\frac{dx(t)}{dt} = 2\delta(t+1) - rect_2(t)\right)$ (2 pts)

Les propriétés de la TF d'un signal	Signal	$\delta(t)$	$\int y(t)$	$y(t + t_0)$	$\frac{dy(t)}{dt}$	$y(t)e^{-j2\pi f t}$
	Transformée de Fourier	1	$\frac{1}{j2\pi f} Y(f)$	$Y(f)e^{j2\pi f t_0}$	$j2\pi f Y(f)$	$Y(f - f_a)$

Exercice 3 : (6pts)

Avec des conditions initiales nulles, calculer la solution $x(t)$ de l'équation différentielle suivante en utilisant la table des transformées de Laplace.

$$\frac{d^2x(t)}{dt^2} + \frac{dx(t)}{dt} - 12x(t) = 2 \cos(t)$$

Signal $x(t)$	Echelon $u(t)=1$	t	$\frac{t^2}{2}$	e^{-at}	$t e^{-at}$	$\sin(\omega_0 t)$	$\cos(\omega_0 t)$	$\delta(t)$
Transformée de Laplace $X(s) = X(p)$	$\frac{1}{s}$	$\frac{1}{s^2}$	$\frac{1}{s^3}$	$\frac{1}{s+a}$	$\frac{1}{(s+a)^2}$	$\frac{\omega_0}{s^2 + \omega_0^2}$	$\frac{s}{s^2 + \omega_0^2}$	1

Bonne chance

Examen final (Durée 01h30)

Le meilleur entre les exercices 2,3 et 4 sera comptabilisé comme Interrogation

Exercice 1 : (2pts) : Soit le signal périodique $x(t)$ dont la forme cosinus en série de fourrier est la suivante :

$$x(t) = -2 + \sum_{k=1}^{+\infty} \left(\frac{\pi}{2^k}\right) \cos\left(\frac{k\pi}{2}t + k\frac{\pi}{6}\right)$$

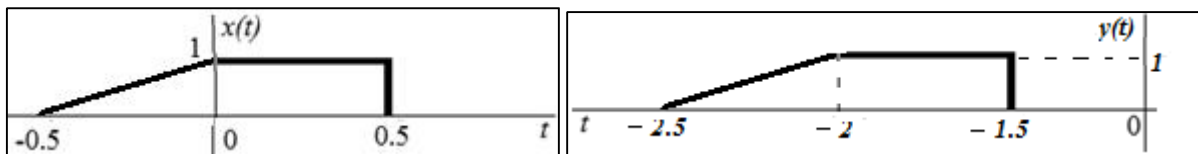
1. Donner la fréquence du signal $x(t)$ **(0.5 pts)**
2. Dédire les coefficients de la série de Fourier ($\frac{a_0}{2}, a_k$ et b_k) **(1.5 pts)**

Exercice 1 : (6pts) : Soit le signal suivant :

$$x(t) = -1 - 2 \sin\left(\frac{2\pi}{9}t + \frac{\pi}{2}\right) - 3 \cos\left(\frac{\pi}{3}t - \frac{\pi}{3}\right)$$

1. Classifier temporellement signal $x(t)$ **(0.75pts)**
2. Donner la valeur moyenne et les fréquences des harmoniques présentes dans le signal $x(t)$ **(1pts)**
3. Calculer la période et la fréquence de ce signal **(0.75 pts)**
4. Réécrire $x(t)$ sous la forme $x(t) = A_0 + \sum_{k=1}^n A_k \cos(2\pi k f_0 t + \varphi_k)$ (déterminer $(f_0, A_0, n, A_k, \varphi_k)$) **(2 pts)**
5. Tracer le spectre Unilatéral d'amplitude et de phase de ce signal **(1.5 pts)**

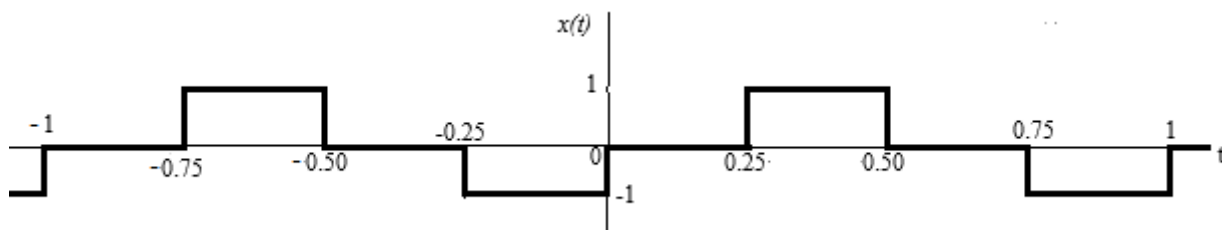
Exercice 3 : (6pts) : Soit les deux signaux suivants $x(t)$ et $y(t)$:



1. Calculer la transformée de Fourier $X(f) = TF\{x(t)\}$ **(4.5 pts)**
2. Dédire la transformée de Fourier $Y(f) = TF\{y(t)\}$ **(1.5 pts)**

Signal	$\delta(t)$	$\int y(t)$	$y(t + t_0)$	$\frac{dy(t)}{dt}$	$y(t)e^{-j2\pi f at}$	$y(at)$
Transformée de Fourier	1	$Y(f)/j2\pi f$	$Y(f)e^{j2\pi f t_0}$	$j2\pi f Y(f)$	$Y(f - f_a)$	$Y(f/a)/ a $

Exercice 4 : (6 pts) Soit le signal suivant



1. Calculer les coefficients de fourrier $\left(\frac{a_0}{2}, a_k, b_k\right)$ de ce signal et écrire $x(t)$ sous la forme

$$x(t) = \frac{a_0}{2} + \sum_{k=1}^n a_k \cos(2\pi k f_0 t) + b_k \sin(2\pi k f_0 t) \quad \text{(5 pts)}$$

2. Dédire les coefficients de la forme cosinus **(1 pts)**

Examen du rattrapage (Durée 01h30)

Le meilleur entre les exercices 2,3 et 4 sera comptabilisé comme Interrogation

Exercice 1 : (2pts) : Soit le signal périodique $x(t)$ dont la forme en série de Fourier est la suivante :

$$x(t) = -1 + \sum_{k=1}^{+\infty} (2^k) \cos\left(\frac{k\pi}{4}t\right) + \sum_{k=1}^{+\infty} \left(\frac{1}{2^k}\right) \sin\left(\frac{k\pi}{4}t\right)$$

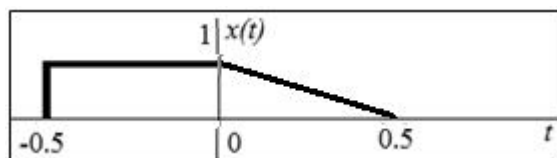
1. Donner la fréquence du signal $x(t)$ **(0.5 pts)**
2. Déduire les coefficients de Fourier de la forme cosinus (A_0, A_k et φ_k) **(1.5 pts)**

Exercice 1 : (6pts) : Soit le signal suivant :

$$x(t) = \sin\left(\frac{\pi}{6}t + \frac{\pi}{3}\right) - 2 \cos\left(\frac{\pi}{3}t - \frac{\pi}{2}\right)$$

1. Classer temporellement le signal $x(t)$ **(0.75pts)**
2. Donner la valeur moyenne et les fréquences des harmoniques présentes dans le signal $x(t)$ **(1.5pts)**
3. Calculer la période et la fréquence de ce signal **(0.75 pts)**
4. Réécrire $x(t)$ sous la forme $x(t) = A_0 + \sum_{k=1}^n A_k \cos(2\pi k f_0 t + \varphi_k)$ (déterminer (A_0, n, A_k, φ_k)) **(2 pts)**
5. Tracer le spectre Unilatéral d'amplitude et de phase de ce signal **(1 pts)**

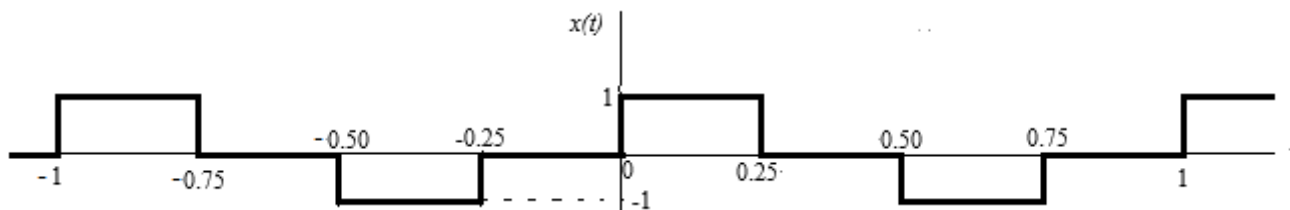
Exercice 3 : (6pts) : Soit les deux signaux suivants $x(t)$ et $y(t)$:



1. Calculer la transformée de Fourier $X(f) = TF\{x(t)\}$ **(4.5 pts)**
2. Si $\frac{dx(t)}{dt} = \delta(t + 0.5) - 2 \text{rect}(2(t - 0.25))$, déduire la transformée de Fourier $U(f) = TF\{\text{rect}(t)\}$ **(1.5pt)**

Signal	$\delta(t)$	$\int y(t)$	$y(t + t_0)$	$\frac{dy(t)}{dt}$	$y(t)e^{-j2\pi f t}$	$y(at)$
Transformée de Fourier	1	$Y(f)/j2\pi f$	$Y(f)e^{j2\pi f t_0}$	$j2\pi f Y(f)$	$Y(f - f_d)$	$Y(f/a)/ a $

Exercice 4 : (6 pts) Soit le signal suivant



1. Calculer les coefficients de fourrier $\left(\frac{a_0}{2}, a_k, b_k\right)$ de ce signal et écrire $x(t)$ sous la forme $x(t) = \frac{a_0}{2} + \sum_{k=1}^n a_k \cos(2\pi k f_0 t) + b_k \sin(2\pi k f_0 t)$ **(4.5 pts)**
2. Déduire les coefficients de la forme cosinus **(1.5 pts)**

Examen final (Durée 01h30)

Exercice 1: (2pts)

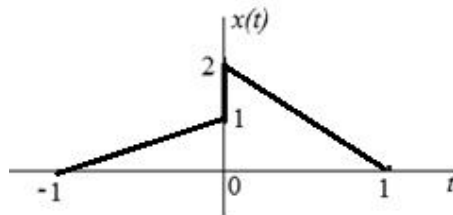
1 : La série de Fourier est utilisée pour un signal à énergie infinie	3 : Le canal de transmission d'un signal audio est la voix
2 : La transformée de Fourier est utilisée pour un signal à énergie finie	4 : Les notions signal utile et bruit sont relatives

Exercice 2 : (6pts)

$$x(t) = -1 - 2 \cos\left(2\pi t + \frac{\pi}{4}\right) + 3 \sin\left(\pi t + \frac{\pi}{3}\right) - 4 \sin\left(\frac{2\pi}{5}t + \frac{\pi}{6}\right)$$

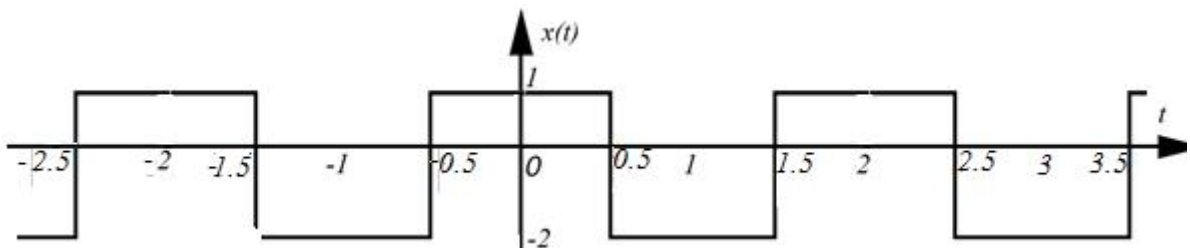
1. Donner la valeur moyenne et les fréquences des harmoniques présentes dans le signal $x(t)$ (1pts)
2. Donner la période T_0 et la fréquence f_0 du signal $x(t)$ (1 pts)
3. Réécrire $x(t)$ sous la forme de fourrier cosinus $x(t) = A_0 + \sum_{k=1}^n A_k \cos(2\pi k f_0 t + \varphi_k)$ (déterminer (A_0, n, A_k, φ_k))(2.5 pts)
4. Tracer le spectre Unilatéral d'amplitude et de phase de ce signal (1.5 pts)

Exercice 3 : (6pts)



1. Calculer la transformée de Fourier $X(f)$ de ce signal (4 pts)
2. En utilisant $X(f)$, démontrer que la transformée de Fourier de $TF\{rect(t)\} = \frac{e^{j\pi f} - e^{-j\pi f}}{j2\pi f} = Sinc(\pi f)$ (3 pts)

Exercice 2 : (6 pts) : Soit le signal suivant



1. Calculer les coefficients de fourrier $(\frac{a_0}{2}, a_k, b_k)$ de ce signal et écrire la forme (5.5 pts)

$$x(t) = \frac{a_0}{2} + \sum_{k=1}^n a_k \cos(2\pi k f_0 t) + b_k \sin(2\pi k f_0 t)$$

2. Déduire les coefficients $Xk()$ de la forme complexe de la série de fourrier (1.5 pts)

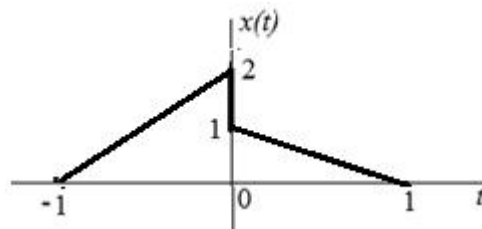
Examen de Rattrapage (Durée 01h30)

Exercice 1 : (6pts)

$$x(t) = 2 \cos(2\pi t) + 3 \sin(4\pi t + \pi) - 4 \sin\left(6\pi t + \frac{\pi}{2}\right)$$

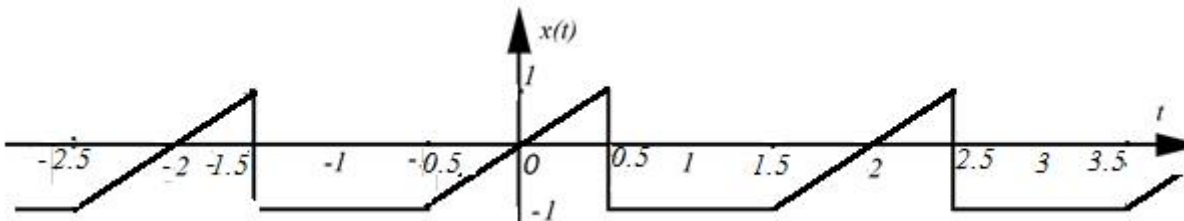
1. Donner la valeur moyenne et les fréquences des harmoniques présentes dans le signal $x(t)$ **(1pts)**
2. Donner la période T_0 et la fréquence f_0 du signal $x(t)$ **(1 pts)**
3. Réécrire $x(t)$ sous la forme de fourrier cosinus $x(t) = A_0 + \sum_{k=1}^n A_k \cos(2\pi k f_0 t + \varphi_k)$
 (déterminer (A_0, n, A_k, φ_k)) **(2.5 pts)**
4. Tracer le spectre Unilatéral d'amplitude et de phase de ce signal **(1.5 pts)**

Exercice 3 : (7pts)



1. Calculer la transformée de Fourier $X(f)$ de ce signal **(4 pts)**
2. En utilisant $X(f)$, démontrer que la transformée de Fourier de $TF\{\delta(t)\} = 1$ **(3 pts)**

Exercice 2 : (7 pts) : Soit le signal suivant



1. Calculer les coefficients de fourrier $(\frac{a_0}{2}, a_k, b_k)$ de ce signal et écrire la forme **(5.5 pts)**

$$x(t) = \frac{a_0}{2} + \sum_{k=1}^n a_k \cos(2\pi k f_0 t) + b_k \sin(2\pi k f_0 t)$$

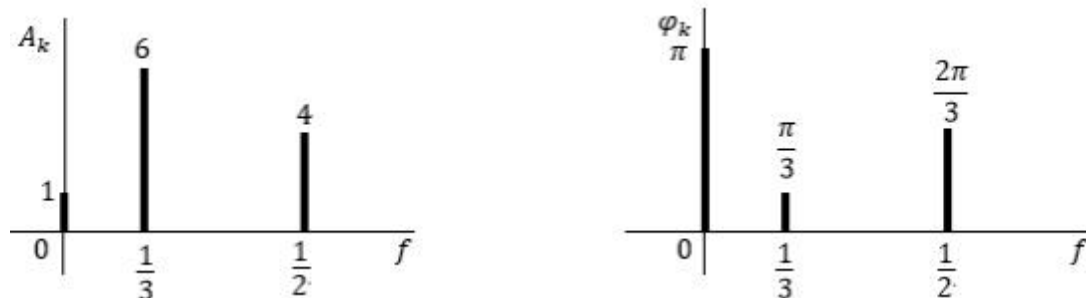
2. Déduire les coefficients (A_k, φ_k) de la forme cosinus de la série de fourrier **(1.5 pts)**

Examen final (Durée 01h30)

Le meilleur des exercices sera comptabilisé comme interrogation

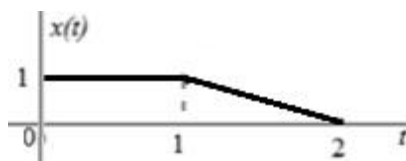
Exercice 1: (6pts)

Soit $x(t)$ un signal dont la représentation spectrale (fréquentielle) est la suivante



1. Classifier temporellement le signal $x(t)$ et donner la valeur moyenne (1pts)
2. Donner la période T_0 et la fréquence f_0 du signal $x(t)$ (1 pts)
3. Ecrire $x(t)$ sous la forme de fourrier cosinus $x(t) = A_0 + \sum_{k=1}^n A_k \cos(2\pi k f_0 t + \varphi_k)$ (3 pts)
4. Déduire les coefficients complexes $X(k)$ (1 pts)

Exercice 2 : (7pts)

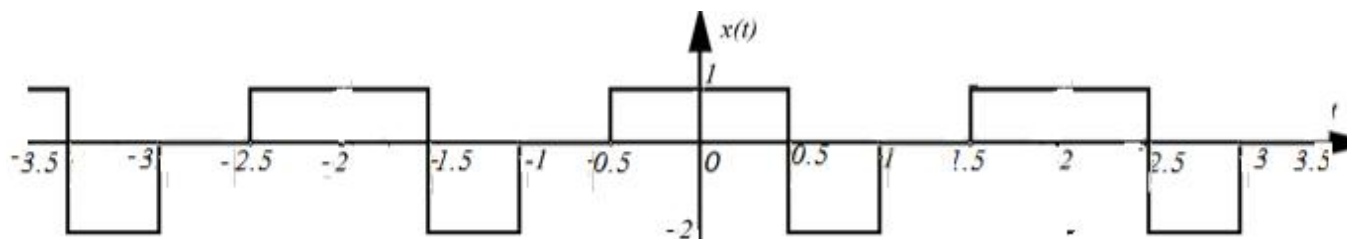


1. Calculer la transformée de Fourier $X(f)$ de ce signal (4 pts)

Sachant que les propriétés de la TF	Signal	$\delta(t)$	$\int y(t)$	$y(t + t_0)$	$\frac{dy(t)}{dt}$	$y(t)e^{-j2\pi f a t}$
	Transformée de Fourier $TF\{y(t)\} = Y(f)$	1	$\frac{1}{j2\pi f} Y(f)$	$Y(f)e^{j2\pi f t_0}$	$j2\pi f Y(f)$	$Y(f - f_a)$

2. Déduire la transformée de Fourier $R(f) = TF\{rect(t)\}$ si $\left(\frac{dx(t)}{dt} = \delta(t) - \frac{1}{2}rect(t - 1.5)\right)$ (3 pts)

Exercice 3 : (7 pts) : Soit le signal suivant



1. Calculer les coefficients de fourrier $\left(\frac{a_0}{2}, a_k, b_k\right)$ de ce signal et écrire la forme (5.5 pts)

$$x(t) = \frac{a_0}{2} + \sum_{k=1}^{+\infty} a_k \cos(2\pi k f_0 t) + b_k \sin(2\pi k f_0 t)$$

2. Déduire les coefficients $(A_0, A_k \text{ et } \varphi_k)$ de la forme cosinus (1.5 pts)

Examen Rattrapage (Durée 01h30)

Exercice 1: (6pts) cocher la bonne réponse

Soit $x(t)$ un signal dont la représentation spectrale (fréquentielle) est la suivante



a) La classification temporelle du signal $x(t)$ permet de dire que $x(t)$ est un signal

- Pseudo-périodique non-périodique Harmonique Périodique composite quasi-Périodique

b) La fréquence du signal $x(t)$ est égale à :

- 1/5 5 1/3 3 1/15 15 0 1 8 5/3 3/5

c) La valeur moyenne du signal $x(t)$ est égale à :

- 2 6 1 3 1/3 6/8 8/6 0 -1 8 5

d) L'écriture de $x(t)$ sous la forme de fourrier cosinus permet d'avoir les phases suivantes :

- $(\pi/2; \pi/3)$ $(0; \pi/2; \pi/3)$ $(\pi; \pi/2; \pi/3)$ $(0; 5\pi/6)$ $(\pi/2; \pi + \pi/3)$ $(\pi + \pi/2; \pi/3)$

e) Dans un signal périodique de période $T_0 = 2$, on ne peut pas trouver l'harmonique de fréquence

- 2 1/2 1 3/2 3 1/3 5/2

f) Un signal utile

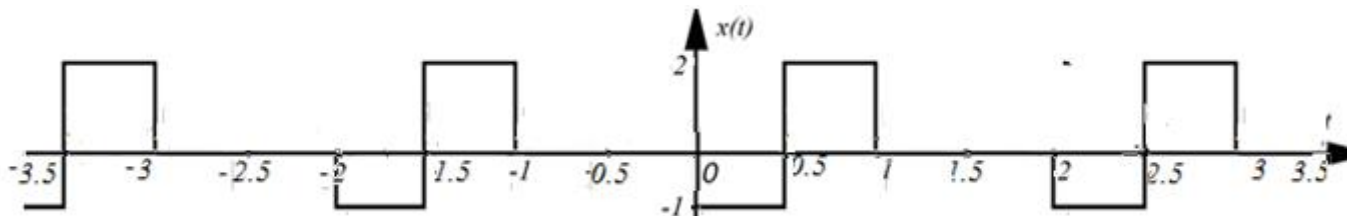
- Contient l'information transporte l'information le support de l'information Traite l'information

Exercice 2 : (7pts) Soit le signal suivant :

$$x(t) = -\frac{1}{2} + 4 \cos\left(\pi t + \frac{\pi}{3}\right) - 2 \sin\left(3\pi t - \frac{\pi}{3}\right)$$

- Donner les fréquences présentes dans le signal $x(t)$ (0.75 pts)
- Donner la valeur moyenne, la période et la fréquence de ce signal (1,75 pts)
- Ecrire $x(t)$ sous la forme de fourrier cosinus $x(t) = A_0 + \sum_{k=1}^n A_k \cos(2\pi k f_0 t + \varphi_k)$ (3 pts)
- Tracer le spectre Unilatéral d'amplitude et de phase du signal $x(t)$ (1.5 pts)

Exercice 3 : (7 pts) : Soit le signal suivant



- Calculer les coefficients de fourrier $\left(\frac{a_0}{2}, a_k, b_k\right)$ de ce signal et écrire la forme (5.5 pts)

$$x(t) = \frac{a_0}{2} + \sum_{k=1}^{+\infty} a_k \cos(2\pi k f_0 t) + b_k \sin(2\pi k f_0 t)$$

- Déduire les coefficients complexes $X(k)$ (1.5 pts)

Exercice 7 : Choisir et écrire la bonne réponse (7pts)

Soit $x(t)$ un signal dont la représentation spectrale (fréquentielle d'amplitude et de phase) est la suivante



1. Le spectre d'amplitude A_k est-il : (1pts)

- Analogique Discret Quantifier Numérique

2. Le signal $x(t)$ est périodique de fréquence f_0 en Hz égale à : (1pts)

- 1/6 1/5 1/3 1/2 2,5/6 5/6 1 2 3 5 6

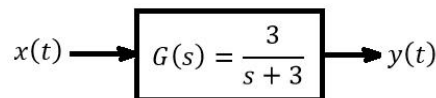
3. Le signal $x(t)$ a une valeur moyenne égale à : (1pts)

- 0 1/6 -1/6 1 -1 3 -11/3 11/3 2pi -2pi

4. La puissance P_x du signal $x(t)$ est égale à : (1pts)

- (1/4 + 1/9) pi^2/9 1 11/3 5 27 44 45 121

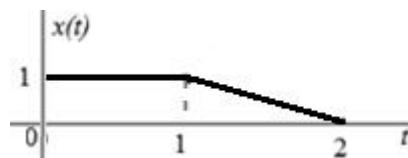
Soit le système continu suivant



1. Si l'entrée est $x(t) = 1$ Calculer la sortie $y(t)$ (1.5 pts)

2. Si l'entrée est $x(t) = \sqrt{2} \cos(3t)$, alors la sortie $y(t) = A_y \cos(3t + \varphi_y)$ Calculer A_y et φ_y (1.5 pts)

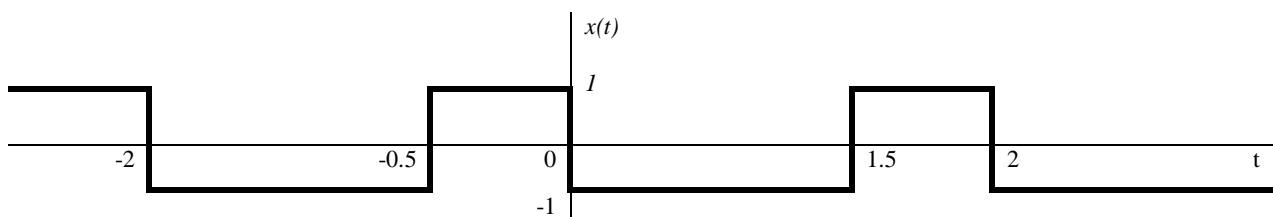
Exercice 2 : (6.5 pts)



1. Démontrer que la transformée de Fourier de ce signal est $X(f) = (j2\pi f + e^{-j4\pi f} - e^{-j2\pi f}) / (j2\pi f)^2$ (4.5 pts)

2. Dédire la transformée de Fourier $R(f) = TF\{rect(t)\}$ sachant que $\left(\frac{dx(t)}{dt} = \delta(t) - \frac{1}{2}rect(t - 1.5)\right)$ (2 pts)

Exercice 3 : (6.5 pts) : Soit le signal périodique $x(t)$ suivant



1. Calculer les coefficients de fourrier $\left(\frac{a_0}{2}, a_k, b_k\right)$ de ce signal et écrire la forme

$$x(t) = \frac{a_0}{2} + \sum_{k=1}^n a_k \cos(2\pi k f_0 t) + b_k \sin(2\pi k f_0 t) \quad (5 \text{ pts})$$

2. Dédire les coefficients $X(k)$ de la forme complexe (1.5 pts)

Examen Rattrapage (Durée 01h30)

Exercice 1: (6 pts) choisir et écrire la bonne réponse

a) Si $x(t) = 2\cos(2 \cdot t) + 2\cos\left(\sqrt{2} \cdot t + \frac{\pi}{2}\right)$, alors on peut dire que $x(t)$ est un signal **(1pt)**

Pseudo-périodique non-périodique Harmonique Périodique composite quasi-Périodique

b) A la décomposition en séries de fourrier d'un signal périodique de période $T_0 = 2$, l'harmonique impossible à trouver (ou absente) dans la séries est la fréquence suivante : **(1pt)**

1/3 1/2 1 3/2 2 5/2 3 4

c) Un signal utile : **(1pt)**

Contient l'information Transporte l'information Le support de l'information Traite l'information

d) La série de Fourier est utilisée pour un signal à : **(1pt)**

Energie finie Energie infinie Puissance infinie Puissance finie Moyenne infinie Moyenne finie

Soit le signal périodique $x(t)$ dont la forme en série de Fourier est la suivante :

$$x(t) = -2 + \sum_{k=1}^{+\infty} \left(\frac{1}{2^k}\right) \cos\left(\frac{k\pi}{5}t\right) + \sum_{k=1}^{+\infty} \left(\frac{1}{3^k}\right) \sin\left(\frac{k\pi}{5}t\right)$$

1. Donner la fréquence fondamentale f_0 du signal $x(t)$ **(0.75 pts)**

2. Déduire les coefficients complexes de Fourier $X(k)$ **(1.25 pts)**

Exercice 2 : (6.5 pts)

$$x(t) = -1 - 2\cos\left(2\pi t + \frac{\pi}{4}\right) + 3\sin\left(\pi t + \frac{\pi}{3}\right) - 4\sin\left(\frac{2\pi}{5}t + \frac{\pi}{6}\right)$$

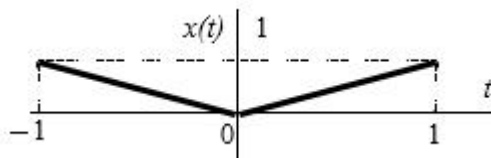
1. Donner la valeur moyenne et les fréquences des harmoniques présentes dans le signal $x(t)$ **(1pt)**

2. Donner la période T_0 et la fréquence f_0 du signal $x(t)$ **(1 pt)**

3. Réécrire $x(t)$ sous la forme de fourrier cosinus $x(t) = A_0 + \sum_{k=1}^n A_k \cos(2\pi k f_0 t + \varphi_k)$ **(3 pts)**

4. Tracer le spectre Unilatéral d'amplitude et de phase de ce signal **(1.5 pts)**

Exercice 3 : (7.5 pts) : Soit les signaux $x(t)$ suivants :



• Donner l'expression analytique (en fonction du temps) du signal $x(t)$ **(1 pt)**

• Calculer la densité spectrale du signal $x(t)$ pour la fréquence nulle $X(0)$ **(1 pt)**

• Démontrer que la transformée de Fourier de $x(t)$ est

$$X(f) = \frac{(e^{j2\pi f} - e^{-j2\pi f})}{j2\pi f} + \frac{(2 - e^{j2\pi f} - e^{-j2\pi f})}{(j2\pi f)^2} \quad \text{(3.5 pts)}$$

• En utilisant $X(f)$ et les propriétés de la transformée de Fourier calculer $R(f) = TF\{rect(t)\}$, sachant que

$$\frac{dx(t)}{dt} = \delta(t + 1) - rect(t + 0.5) + rect(t - 0.5) - \delta(t - 1) \quad \text{(2pts)}$$

Information sur la Série de Fourier

La forme somme des harmoniques

$$x(t) = \frac{a_0}{2} + \sum_{k=1}^{+\infty} a_k \cos(2\pi k f_0 t) + b_k \sin(2\pi k f_0 t)$$

La forme de cosinus

$$x(t) = A_0 + \sum_{k=1}^{+\infty} A_k \cos(2\pi k f_0 t + \varphi_k)$$

La forme complexe

$$x(t) = \sum_{k=-\infty}^{+\infty} X(k) e^{+j2\pi k f_0 t}$$

Principales propriétés de la transformée de Fourier

Signal	$\delta(t)$	$\int y(t)$	$y(t + t_0)$	$\frac{dy(t)}{dt}$	$y(t)e^{-j2\pi f_d t}$	$y(at)$
Transformée de Fourier $TF\{y(t)\} = Y(f)$	1	$\frac{1}{j2\pi f} Y(f)$	$Y(f) e^{j2\pi f t_0}$	$(j2\pi f) Y(f)$	$Y(f - f_d)$	$\frac{1}{ a } Y\left(\frac{f}{a}\right)$

Principales propriétés de la transformée de Laplace

a) Linéarité	$ag(t) + bh(t)$	$aG(s) + bH(s)$
b) Décalage	$h(t + t_d)$	$H(s)e^{+st_d}$
c) Amortissement	$h(t)e^{at}$	$H(s - a)$
d) Dérivation	$\frac{d^n h(t)}{dt^n}$	$s^n H(s) - s^{n-1}h(0) - s^{n-2} \frac{dh(t)}{dt} \Big _0 - \dots - \frac{d^{n-1}h(t)}{dt^{n-1}} \Big _0$
e) Intégration	$\int_0^t h(\tau) d\tau$	$\frac{H(s)}{s} + \frac{1}{2}H(0)\delta(s)$ avec $H(0) = \int_0^{+\infty} h(t) dt$

Table des transformées de Laplace

Signal $x(t)$	$X(s) = \int_0^{+\infty} x(t)e^{-st} dt$	Signal $x(t)$	$X(s) = \int_0^{+\infty} x(t)e^{-st} dt$
$\delta(t)$	1	e^{-at}	$\frac{1}{(s+a)}$
$u(t) = \begin{cases} 1 & t \geq 0 \\ 0 & t < 0 \end{cases}$	$U(s) = \frac{1}{s}$	te^{-at}	$\frac{1}{(s+a)^2}$
t	$\frac{1}{s^2}$	$\frac{t^2}{2} e^{-at}$	$\frac{1}{(s+a)^3}$
$\frac{t^2}{2}$	$\frac{1}{s^3}$	$e^{-at} \sin(\omega_0 t)$	$\frac{\omega_0}{(s+a)^2 + \omega_0^2}$
$\sin(\omega_0 t)$	$\frac{\omega_0}{s^2 + \omega_0^2}$	$e^{-at} \cos(\omega_0 t)$	$\frac{s+a}{(s+a)^2 + \omega_0^2}$

Examen final (Durée 01h30)

Exercice 1 (4 pts): Choisir et écrire la bonne réponse (1 pts/Question)

Soit le signal $x(t) = -2 + 6 \cos\left(\frac{\pi}{3}t + \frac{\pi}{6}\right) - 5 \sin\left(\frac{2\pi}{5}t + \frac{\pi}{5}\right) + 3 \cos\left(\frac{2\pi}{3}t - \frac{\pi}{3}\right)$

1. Le signal $x(t)$ est périodique de type

- Harmonique Composite Pseudo – periodique Quasi – periodique

2. Le signal $x(t)$ est périodique de fréquence f_0 en Hz égale à :

- $\frac{1}{3}$ $\frac{1}{5}$ $\frac{1}{6}$ $\frac{1}{15}$ $\frac{1}{18}$ $\frac{1}{30}$ $\frac{1}{50}$ $\frac{1}{60}$ 1 3 5 6

3. La puissance P_x du signal $x(t)$ est égale à :

- 2 1 $\pi^2/14$ $\pi^2/9$ 2 8 16 37 39 74 180

4. G une fonction de transfert, G_{dB} le gain en décibel. Si $G_{dB}(j\omega_0) = -6 \text{ dB}$ alors le gain $|G(j\omega_0)|$ égale à

- 1 $\frac{1}{6}$ 6 $\sqrt{6}$ 2 $\frac{1}{2}$ $2\sqrt{2}$ $\frac{1}{2\sqrt{2}}$ $\frac{1}{\sqrt{2}}$ $\sqrt{2}$ $\frac{2}{3}$

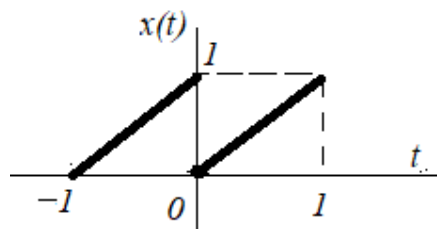
Exercice 2 : (8 pts)

Soit le système continu avec l'entrée $x(t)$ et la sortie $y(t)$ avec la fonction de transfert suivante

$$G(s) = \frac{10s}{(s+1)(s^2+7s+10)}$$

1. Avec conditions initiales nulles écrire l'équation différentielle du système (0.5 pts)
2. Si l'entrée est $x(t) = t$; Calculer la sortie $y(t)$ en utilisant la transformé de Laplace (4 pts)
3. Tracer Approximativement le diagramme de Bode d'amplitude de ce système (3 pts),
4. Quelle est le type de filtre (Justifier par une phrase) (0.5 pts)

Exercice 3 : (8 pts)



1. Classifier temporellement et morphologiquement le signal $x(t)$, (0.5 Pts)
2. Donner l'expression analytique (en fonction du temps) du signal $x(t)$ (0.5 pts)
3. Calculer la densité spectrale de ce signal pour la fréquence nulle $X(0)$ (1Pts)
4. Calculer l'énergie du signal. (1 Pts)
5. Démontrer que la transformée de Fourier de ce signal est égale à :

$$X(f) = \frac{(e^{j2\pi f} - e^{-j2\pi f})}{(j2\pi f)^2} - \frac{(1 + e^{-j2\pi f})}{j2\pi f} \quad (3 \text{ pts})$$

6. Dédurre la transformée de Fourier $R(f) = TF\{rect(t)\}$ sachant que (2 pts)

$$\left(\frac{dx(t)}{dt} = rect(t + 0.5) + rect(t - 0.5) - \delta(t) - \delta(t - 1) \right)$$

Principales propriétés de la transformée de Fourier

Signal	$\delta(t)$	$\int y(t)$	$y(t + t_0)$	$\frac{dy(t)}{dt}$	$y(t)e^{-j2\pi f at}$	$y(at)$
Transformée de Fourier $TF\{y(t)\} = Y(f)$	1	$\frac{1}{j2\pi f} Y(f)$	$Y(f)e^{j2\pi f t_0}$	$j2\pi f Y(f)$	$Y(f - fa)$	$\frac{1}{ a } Y\left(\frac{f}{a}\right)$

Principales propriétés de la transformée de Laplace

a) Linéarité	$ag(t) + bh(t)$	$aG(s) + bH(s)$
b) Décalage	$h(t + t_d)$	$H(s)e^{+st_d}$
d) Dérivation	$\frac{d^n h(t)}{dt^n}$	$s^n H(s) - s^{n-1}h(0) - s^{n-2} \frac{dh(t)}{dt} \Big _0 - \dots - \frac{d^{n-1}h(t)}{dt^{n-1}} \Big _0$

Table des transformées de Laplace

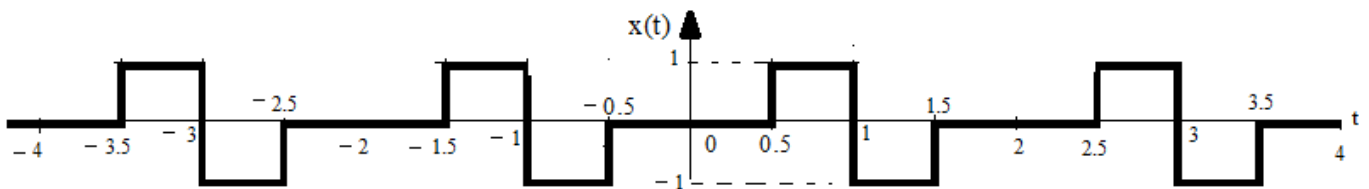
Signal $x(t)$	transformées de Laplace	Signal $x(t)$	transformées de Laplace
$\delta(t)$	1	e^{-at}	$1/(s + a)$
$u(t) = \begin{cases} 1 & t \geq 0 \\ 0 & t < 0 \end{cases}$	$U(s) = \frac{1}{s}$	te^{-at}	$1/(s + a)^2$
t	$\frac{1}{s^2}$	$\frac{t^2}{2} e^{-at}$	$1/(s + a)^3$
$\frac{t^2}{2}$	$\frac{1}{s^3}$	$e^{-at} \sin(\omega_0 t)$	$\frac{\omega_0}{(s + a)^2 + \omega_0^2}$

<p style="text-align: center;">$G(j\omega) = k$</p>	<p style="text-align: center;">$G(j\omega) = j \frac{\omega}{\omega_0}$</p>	<p style="text-align: center;">$G(j\omega) = \left(j \frac{\omega}{\omega_0}\right)^n$</p>
<p style="text-align: center;">$G(j\omega) = \frac{1}{j \frac{\omega}{\omega_0}}$</p>	<p style="text-align: center;">$G(j\omega) = \left(1 + j \frac{\omega}{\omega_0}\right)$</p>	<p style="text-align: center;">$G(j\omega) = \frac{1}{\left(1 + j \frac{\omega}{\omega_0}\right)}$</p>
<p style="text-align: center;">$G(j\omega) = \frac{1}{\left(1 + j2\alpha \frac{\omega}{\omega_0} - \left(\frac{\omega}{\omega_0}\right)^2\right)}$ Avec $\alpha < 1$</p>		

Exercice 1 : (4pts) Choisir et écrire la bonne réponse (1 pts/Question)

- a) Un signal $x(t)$ est dit stationnaire si ses valeurs sont de :
- Probabilité fixe Probabilité connue Moyenne fixe Moyenne connue Energie connue Puissance fixe
- b) La transformé de Fourier est calculée pour un signal $x(t)$:
- Périodique Energie finie Moyenne finie Puissance finie Fréquence finie Phase finie
- c) Soit le signal périodique $x(t) = 2 + 6 \cos(6\pi t + \pi) - 5 \sin(10\pi t)$. Sa fréquence en Hertz égale à
- $\frac{1}{3}$ $\frac{1}{5}$ $\frac{1}{15}$ $\frac{1}{30}$ $\frac{1}{60}$ 1 3 5 6 10 15 30 60
- d) Un signal est dit utile si :
- Contient l'information Transporte l'information le support de l'information Traite l'information

Exercice 3 : (8 pts) Soit $x(t)$ le signal périodique suivant



- Donner la période du signal et l'expression analytique du signal $x(t)$ (1 pts)
 - Calculer les coefficients de fourrier $(\frac{a_0}{2}, a_k, b_k)$ de ce signal et écrire la forme suivante (3.5 pts)
- $$x(t) = \frac{a_0}{2} + \sum_{k=1}^{+\infty} a_k \cos(2\pi k f_0 t) + b_k \sin(2\pi k f_0 t)$$
- Déduire les coefficients complexes $X(k)$ (1.5 pts)
 - Pour $k = \{0, 1, 2, 3, 4\}$; Calculer les cinq première valeurs de $X(k)$ (1 pts)
 - Tracer le spectre bilatéral d'amplitude et de phase pour $k = \{-4, -3, -2, -1, 0, 1, 2, 3, 4\}$ (1 pts)

Exercice 2 : (8 pts) Soit les deux signaux $x(t)$ et $rect(t)$ suivants :

$rect(t) = \begin{cases} 1 & \text{si } -0.5 \leq t \leq 0.5 \\ 0 & \text{ailleurs} \end{cases}$ $TF\{rect(t)\} = R(f) = \frac{e^{j\pi f} - e^{-j\pi f}}{j2\pi f}$ $R(f) = \frac{\text{Sin}(\pi f)}{\pi f} = \text{Sinc}(\pi f)$	
--	--

- Donner l'expression analytique (en fonction du temps) du signal $x(t)$ (0.5 pts)
- Calculer la densité spectrale du signal $x(t)$ pour la fréquence nulle $X(0)$ (1 Pts)
- Calculer l'énergie du signal $x(t)$ (1 Pts)
- Tracer $rect(t + 3)$, $rect(t - 3)$, $rect(0.5 t)$, $rect(2 t)$, $rect(0.5 (t + 3))$ et $rect(2(t - 3))$, (3 Pts)
- Ecrire $x(t)$ en fonction du signal $rect(t)$ (1.5 Pts)
- Utiliser $R(f) = TF\{rect(t)\} = \text{Sinc}(\pi f)$ et la table des propriétés pour déduire $X(f) = TF\{x(t)\}$ (1 Pts)

Information sur la Série de Fourier

La forme somme des harmoniques

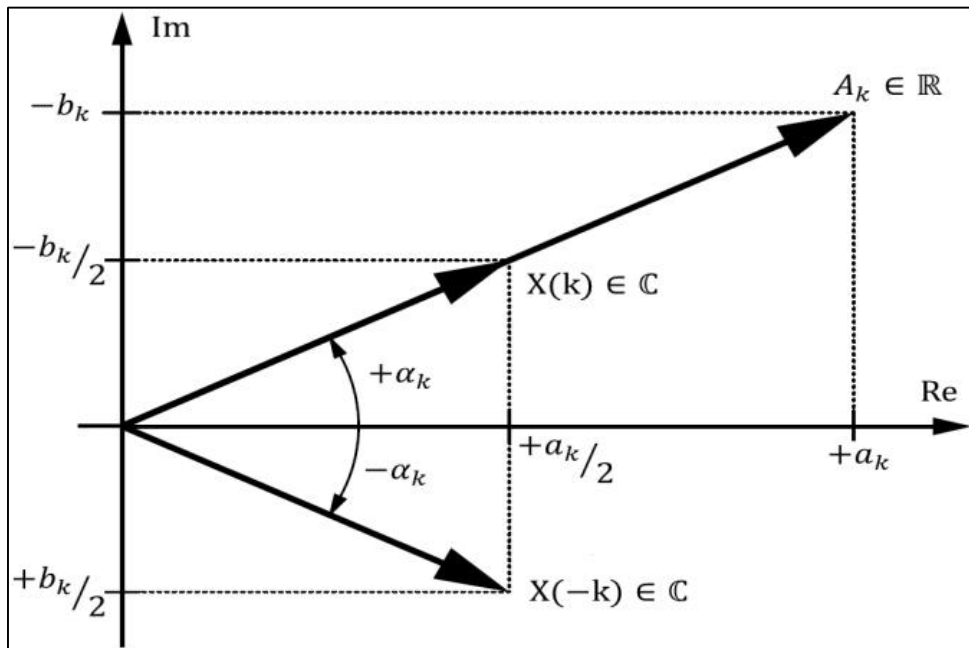
$$x(t) = \frac{a_0}{2} + \sum_{k=1}^{+\infty} a_k \cos(2\pi k f_0 t) + b_k \sin(2\pi k f_0 t)$$

La forme de cosinus

$$x(t) = A_0 + \sum_{k=1}^{+\infty} A_k \cos(2\pi k f_0 t + \varphi_k)$$

La forme complexe

$$x(t) = \sum_{k=-\infty}^{+\infty} X(k) e^{+j2\pi k f_0 t}$$



6. Principales propriétés de la transformée de Fourier

Signal	$\delta(t)$	$\int y(t)$	$y(t + t_0)$	$\frac{dy(t)}{dt}$	$y(t)e^{-j2\pi f_d t}$	$y(at)$
Transformée de Fourier $TF\{y(t)\} = Y(f)$	1	$\frac{1}{j2\pi f} Y(f)$	$Y(f)e^{j2\pi f t_0}$	$j2\pi f Y(f)$	$Y(f - f_d)$	$\frac{1}{ a } Y\left(\frac{f}{a}\right)$