

T.D. : Série N°3+ 4 (Séries statistique à deux dimensions + Analyse combinatoire + Probabilité)

Exercice 1 :

Les résultats d'étudiants après observation sont : en statistique (variable X) et en électronique (variable Y):

X \ Y	7	11	12	16	<ul style="list-style-type: none"> • Calculer les effectifs marginaux, les fréquences marginales. • Donner les distributions marginales de X et de Y sous forme d'effectifs • Donner sous forme d'effectifs la distribution conditionnelle de Y pour $X = x_5$ • Donner sous forme d'effectifs la distribution conditionnelle de X pour $Y = y_2$ • Calculer les moyennes marginales et les écart-types marginaux de X et Y. • Calculer la covariance de X et Y
5	9	5	0	0	
8	7	20	4	1	
10	1	6	16	4	
12	2	8	4	7	
15	0	2	3	1	

Exercice 2 :

A un concours, chaque candidat passe une épreuve orale la note X (sur 20) et une écrite la note Y (sur 20).

X \ Y	[0,4[[4,8[[8,12[[12,16[[16,20[<ul style="list-style-type: none"> • Donner la distribution marginale des effectifs de X. • Calculer la moyenne et l'écart-type marginale de X. • Donner la distribution marginale des effectifs de Y. • Calculer la moyenne et l'écart-type marginale de Y. • Calculer la fréquence conditionnelle de $X \in [12-16[$ si $Y \in [4-8[$, puis celle de $Y \in [8-12[$ si $X \in [16-20[$.
[0,4[1	1	0	0	0	
[4,8[1	3	5	11	0	
[8,12[2	10	10	28	0	
[12,16[0	1	3	9	11	
[16,20[0	0	2	4	2	

Exercice 3 :

La ration journalière de protéines administrées et l'augmentation du poids d'un échantillon de 10 veaux :

ration de protéines, X (g)	10	11	14	15	20	25	46	50	59	70
augmentation du poids, Y (kg)	10	10	12	12	13	13	19	15	16	20

- Représenter ces données par un nuage de points.
- Déterminer la droite de Mayer, ensuite l'équation de la droite des moindres carrés (régression de Y en X)
- Calculer le coefficient de corrélation entre X et Y. Déduire le pourcentage de ressemblance.
- Estimer en utilisant les équations des deux droites l'augmentation du poids d'un veau qui reçoit 50 g de protéines. Calculer l'erreur d'estimation dans les deux cas. Estimer le cas ou le veau reçoit 90 g.

Exercice 4 :

Le tableau donne la consommation du courant (Y) d'un dipôle en fonction du voltage (X) à ses bornes

Voltage, X (V)	1	2	3	4	5	6
Courant, Y (mA)	70	90	115	140	170	220

- Représenter ces données par un nuage de points. Un ajustement linéaire est-il justifié ? Argumenter.
- Si la relation entre Y et X est exponentielles, déterminer la fonction $f(x)$ tel que $y = f(x) = b \cdot e^{ax}$
- Estimer le courant si le voltage est 7 volt.

Exercice 5 :

Le code confidentiel d'une carte bancaire est composé de 8 caractères : 3 lettres suivies de 5 chiffres (ces caractères ne sont pas nécessairement distincts). On suppose qu'il est impossible d'utiliser les chiffres 0, 1, 2, 3 et 4 qui sont réservés à des codes spéciaux.

- 1) Combien y a-t-il de codes possible pour la cartes bancaires
- 2) Combien y a-t-il de code qui se termine par 999? Quelle est la probabilité pour que le code soit l'un d'eux
- 3) Commence par A et se termine par 89?
- 4) Caractères et chiffre distincts ?

Exercice 6 :

Une association, comprenant 12 hommes et 8 femmes, désire former un comité de 5 personnes, dans lequel doivent se trouver au moins 2 hommes et 2 femmes. De combien de façons peut-on former ce comité si :

- 1) chaque membre de l'association accepte de faire partie du comité ?
- 2) deux des hommes refusent d'en faire partie ?

Exercice 7

Dans une classe de 80 élèves : 30 apprennent l'anglais, 40 l'espagnol et 20 les deux langues. On choisit au hasard un élève dans la classe. Soient les deux événements A : l'élève choisi apprend l'anglais et B : l'élève choisi apprend l'espagnol. Calculer la probabilité pour que l'élève choisi apprend :

l'anglais, l'espagnol, l'anglais et l'espagnol, l'anglais ou l'espagnol, n'apprend pas l'anglais, n'apprend pas l'espagnol, n'apprend pas ni l'anglais ni l'espagnol, n'apprend pas l'anglais et l'espagnol, l'anglais sachant qu'il n'apprend pas l'espagnol, l'espagnol sachant qu'il n'apprend pas l'anglais,

Exercice 8

Un téléviseur, fabriqué en grande série, peut être défectueux à cause de deux défauts désignés par A et B. Le pourcentage des téléviseurs présentant le défaut A est de 10%. Celui des téléviseurs présentant le défaut B est de 8%. Le pourcentage des téléviseurs présentant les deux défauts simultanément est de 4%. Un client achète un des téléviseurs produits. Calculer :

- 1) la probabilité pour que ce téléviseur ne présente aucun défaut.
- 2) la probabilité pour qu'il présente le défaut A seulement.

Exercice 9

Soient trois urnes A, B, C telles que : l'urne A contienne 3 boules rouges et 5 boules blanches, l'urne B contienne 2 boules rouges et 1 boule blanche, l'urne C contienne 2 boules rouges et 3 boules blanches. Une urne est choisie aléatoirement, puis une boule en est tirée Si la boule est rouge, quelle est la probabilité pour quelle provienne de l'urne A

Exercice 10

Un certain type de missiles peut atteindre une cible avec une probabilité de $\frac{3}{10}$.

- 1) Quelle est la probabilité que la cible soit atteinte si on lance : a) 2 missiles ? b) 6 missiles ?
- 2) Combien doit-on lancer de missiles pour que la probabilité d'atteindre la cible soit au moins de $\frac{99}{100}$?