UNIVERSITÉ MOSTAFA BENBOULAID BATNA 2 **Année Universitaire** : 2023/2024
FACULTÉ DE TECHNOLOGIE, DEPARTEMENT D'ELECTRONIQUE **Matière** : Théorie du signal

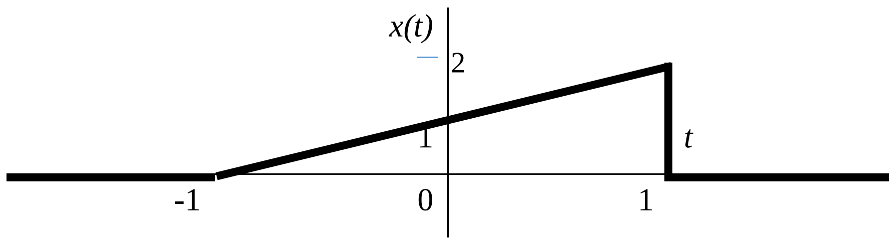
T.D. : Série N°3+4 (Transformé de Fourier+ Transformé de Laplace + Filtrage)

Soit la table suivante pour tous les exercices

Signal	$\delta(t)$	Echelon *u(t)=1*	t	$\frac{t^2}{2}$	e^{-at}	$t\,e^{-at}$	$\sin(\omega_0 t)$	$\cos(\omega_0 t)$	$e^{-at}\sin(\omega_0 t)$
T-Laplace	1	$\frac{1}{s}$	$\frac{1}{s^2}$	$\frac{1}{s^3}$	$\frac{1}{s+a}$	$\frac{1}{(s+a)^2}$	$\frac{\omega_0}{s^2+\omega_0^2}$	$\frac{s}{s^2+\omega_0^2}$	$\frac{\omega_0}{(s+a)^2+\omega_0^2}$
T-Fourier	1	$\frac{1}{(j\omega)}$	$\frac{1}{(j\omega)^2}$	$\frac{1}{(j\omega)^3}$	$\frac{1}{(j\omega)+a}$	$\frac{1}{\left((j\omega)+a\right)^2}$	$\frac{\omega_0}{(j\omega)^2+\omega_0^2}$	$\frac{(j\omega)}{(j\omega)^2+\omega_0^2}$	$\frac{\omega_0}{\left((j\omega)+a\right)^2+\omega_0^2}$

Exercice 01 :

Soit le signal suivant généré par une source de tension :



1. Calculer la densité spectrale de ce signal pour la fréquence nulle $X(0)$
2. Calculer la transformée de Fourier $X(f) = TF\{x(t)\}$ de ce signal
3. Si$\left(\frac{dx(t)}{dt} = rect_2(t) - 2\,\delta(t-1)\right)$,utiliser les propriétés de la TF et déduire $R_2(f) = TF\{rect_2(t)\}$
4. En utilisant les propriétés de la transformée de Fourrier, déduire et tracer $R(f) = TF\{rect(t)\}$
5. Calculer l'énergie W_{rect} du signal $rect(t)$ dans le domaine temporel et le domaine fréquentiel, que remarqué vous ? (On note :$\int_{-\infty}^{+\infty} \frac{\sin(a)}{a}\,da = \pi$)

Exercice 02

Déterminer l'expression temporelle de $x_1(t) = TF^{-1}\{X_1(f)\}$ et $x_2(t) = TF^{-1}\{X_2(f)\}$ qui correspondent au transformée de Fourier $X_1(f)$ et $X_2(f)$ respectivement :

$$X_1(f) = 1 + \delta(f) + \delta(f-6) - e^{-j10\pi f} \qquad et \qquad X_2(f) = \pi e^{-2\pi|f|}$$

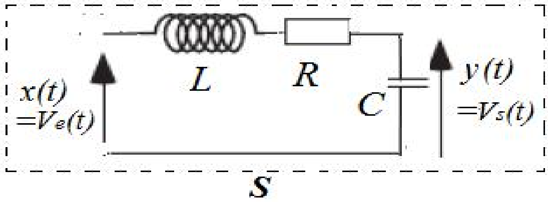
Exercice 03 :

Soit un système *S (l'entrée x(t) et sortie y(t))* défini par sa fonction de transfert *G(s)* suivante :

$$G(s) = \frac{12\,s}{s^2 + 7s + 12}$$

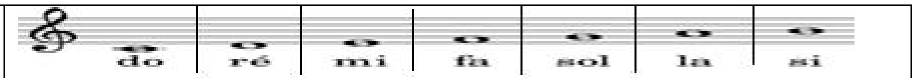
1. Donner l'équation différentielle qui représente le système *S*
2. Calculer la réponse indicielle $y_i(t)$ (si *x(t)* est un échelon) de S $avec$ $(x(0) = 0)$
3. Calculer la réponse $y_h(t)$ si $x(t) = \sin(4t)$) de S $avec$ $(x(0) = 0)$
4. Tracer le diagramme de Bode (d'amplitude) du système *S*

Exercice 4 : Soit le système électrique S ci-contre avec $(R = 50\ \Omega, C = 100\ \mu F\ et\ L = 40m\ H)$



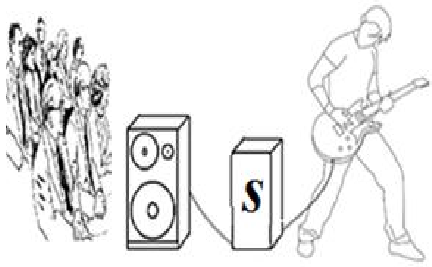
1. Dans le domaine temporel, Ecrire sous forme d'équation différentielle *y(t)* en fonction de *x(t)*.
2. Dans le domaine fréquentiel, calculer la fonction du transfert $G(s) = \frac{Y(s)}{X(s)}$ de S, déduire la TF
3. En utilisant la table des transformées de Laplace calculer la réponse indicielle (si *x(t)* est une échelon et $avec\ \ y(0) = 0\ \ et\ \ \dot{y}(0) = 0$).

Si *x(t)* est issu d'une guitare électrique qui délivre les notes musicales ci-dessous.



Notes	f_1	f_2	f_3	f_4	f_5	f_6	f_7
Fréquences (hertz)	32,70	36,71	41,20	43.6	49,00	55,00	62.0

4. La sortie y(t) est branchée à des hauts parleurs.



5. Dans un tableau pour chaque fréquence f_i des notes musicales, calculer le gain en décibel de $G(j\omega_i)|_{dB}$, la phase $\varphi(j\omega_i)$ et déterminer le retard $rd(j\omega_i)$ (c-à-dire le temps qui s'écoule entre l'application de l'entrée $x(t)$ et la sortie $y(t)$ de S.
6. Après avoir tracé le diagramme de Bode déterminer le type du filtre S. Comparer le résultat avec ceux de la question précédente, que remarquez-vous ?.
7. Quelles sont les notes écoutées par le public (Le système est-il adéquat au guitariste (justifier).

Un fournisseur propose au guitariste quatre systèmes dont les fonctions de transferts sont :

$$S_1(f) = \frac{1}{\left(1 + j\frac{f}{20}\right)}, \qquad S_2(f) = \frac{\left(j\frac{f}{80}\right)}{\left(1 + j\frac{f}{80}\right)}$$

$$S_3(f) = \frac{\left(j\frac{f}{80}\right)}{\left(1 + j\frac{f}{20}\right)\left(1 + j\frac{f}{80}\right)}, \qquad S_4(f) = \left(\frac{\left(1 + j\frac{f}{30}\right)\left(1 + j\frac{f}{55}\right)}{\left(1 + j\frac{f}{20}\right)\left(1 + j\frac{f}{80}\right)}\right)$$

8. Déterminer le (les) quel (s) de ces quarte systèmes est (sont) le plus (s) adéquat (s) au guitariste