

TD 1 p1 : Rapports Mathématiques

Exo 1:

$$\vec{A} = 2\vec{i} + 3\vec{j} - \vec{k}$$

$$\vec{B} = 3\vec{i} - 2\vec{j} + 2\vec{k}$$

$$\vec{C} = 4\vec{i} - 3\vec{j} + 3\vec{k}$$

a) les modules:

$$|\vec{A}| = \sqrt{4+9+1} = \sqrt{14}$$

$$|\vec{B}| = \sqrt{9+4+4} = \sqrt{17}$$

$$|\vec{C}| = \sqrt{16+9+9} = \sqrt{34}$$

les composantes et les modules des vecteurs:

$$\vec{V} = \vec{A} + \vec{B} + \vec{C} = (2+3+4)\vec{i} + (3-2-3)\vec{j} + (-1+2+3)\vec{k}$$

$$\vec{V} = 9\vec{i} - 2\vec{j} + 4\vec{k} \Rightarrow |\vec{V}| = \sqrt{101}$$

$$\vec{W} = \vec{A} + \vec{B} - 3\vec{C} = (2+3-12)\vec{i} + (3-2+9)\vec{j} + (-1+2-9)\vec{k}$$

$$\vec{W} = -7\vec{i} + 10\vec{j} - 8\vec{k} \Rightarrow |\vec{W}| = \sqrt{203}$$

3) Le vecteur unitaire porté par le vecteur $\vec{F} = \vec{A} + 2\vec{B}$

$$\vec{F} = \vec{A} + 2\vec{B} = (2+6)\vec{i} + (3+4)\vec{j} + (-1+4)\vec{k} = 8\vec{i} - \vec{j} + 3\vec{k}$$

$$\vec{U}_{\vec{F}} = \frac{\vec{F}}{|\vec{F}|} = \frac{8\vec{i} - \vec{j} + 3\vec{k}}{\sqrt{64+1+9} = \sqrt{74}}$$

$$\vec{U}_{\vec{F}} = \frac{8}{\sqrt{74}}\vec{i} - \frac{1}{\sqrt{74}}\vec{j} + \frac{3}{\sqrt{74}}\vec{k}$$

4) le produit scalaire de \vec{A} et \vec{B}

$$\vec{A} \cdot \vec{B} = |\vec{A}| \cdot |\vec{B}| \cos(\vec{A}, \vec{B})$$

$$\vec{A} \cdot \vec{B} = x_A \cdot x_B + y_A \cdot y_B + z_A \cdot z_B = (2 \times 3) + (3 \times (-2)) + (-1) \times 2 = 6 - 6 - 2 = -2$$

b) le produit vectoriel:

$$\vec{A} \wedge \vec{B} = \begin{vmatrix} \vec{i} & \vec{j} & \vec{k} \\ x_A & y_A & z_A \\ x_B & y_B & z_B \end{vmatrix}$$

$$= (y_A z_B - y_B z_A)\vec{i} - (x_A z_B - z_A x_B)\vec{j} + (x_A y_B - x_B y_A)\vec{k}$$

$$\vec{A} \wedge \vec{B} = \begin{vmatrix} \vec{i} & \vec{j} & \vec{k} \\ 2 & 3 & -1 \\ 3 & -2 & 2 \end{vmatrix}$$

$$= (+6 - 2)\vec{i} - (4 + 3)\vec{j} + (-4 - 9)\vec{k}$$

$$= 4\vec{i} - 7\vec{j} - 13\vec{k}$$

5) l'angle (\vec{A}, \vec{B})

$$\vec{A} \cdot \vec{B} = |\vec{A}| |\vec{B}| \cos(\vec{A}, \vec{B})$$

$$\cos(\vec{A}, \vec{B}) = \frac{\vec{A} \cdot \vec{B}}{|\vec{A}| |\vec{B}|} = \frac{-2}{\sqrt{14} \sqrt{17}}$$

$$(\vec{A}, \vec{B}) = \text{Arccos}\left(\frac{-2}{\sqrt{14} \sqrt{17}}\right) = 99,45^\circ$$