

Exo 3

$$\vec{v} = 2\vec{i} + 2t\vec{j}$$

1) Le module de la vitesse:

$$|\vec{v}| = \sqrt{4 + 4t^2} = \sqrt{4(1+t^2)} = 2\sqrt{1+t^2} \text{ m/s}$$

2) Vecteur accélération:

$$\vec{a} = \frac{d\vec{v}}{dt} = 2\vec{j}$$

$$|\vec{a}| = 2 \text{ m/s}^2$$

3) Le vecteur position:

$$\vec{v} = \frac{d\vec{OM}}{dt}$$

$$\Rightarrow \vec{OM} = \int \vec{v} \cdot dt$$

$$\begin{cases} x = \int v_x \cdot dt \\ y = \int v_y \cdot dt \end{cases}$$

$$x = \int 2 dt = 2t + c_1$$

$$y = \int 2t dt = t^2 + c_2$$

$c_1, c_2 = ?$

on a: $\vec{a} \text{ à } t=0: M(0,3) \left. \begin{array}{l} x_0 = 0 \\ y_0 = 3 \end{array} \right\}$

$t=0 \downarrow 0 = 0 + c_1 \Rightarrow c_1 = 0$

$$y = t^2 + c_2$$

$t=0 \downarrow 3 = 0 + c_2 \Rightarrow c_2 = 3$

Donc: $\begin{cases} x = 2t \\ y = t^2 + 3 \end{cases}$

$$\vec{OM} = (2t)\vec{i} + (t^2 + 3)\vec{j}$$

4) l'équation de la trajectoire

$$x = 2t \Rightarrow t = \frac{x}{2}$$

$$y = t^2 + 3 \Rightarrow y = \left(\frac{x}{2}\right)^2 + 3$$

$y = \frac{x^2}{4} + 3$

5) Vecteur accélération

$$a_T = \frac{d|\vec{v}|}{dt}, \quad a_N = \frac{v^2}{R}$$

↓
accé... tangentielle

accé... normale

$$\text{ou } \vec{a} = a_T \vec{t} + a_N \vec{n}$$

$$a_N = \sqrt{a^2 - a_T^2}$$

$$a_T = \frac{2(2t)}{2\sqrt{1+t^2}} = \frac{2t}{\sqrt{1+t^2}}$$

$$a_N = \sqrt{a^2 - a_T^2} = \sqrt{4 - \frac{4t^2}{(1+t^2)}}$$

$$= \sqrt{\frac{4+4t^2 - 4t^2}{(1+t^2)}} = \frac{2}{\sqrt{1+t^2}} \text{ m/s}^2$$