

Exercice 6 :

Le vecteur position d'un corps M de masse $m = 3 \text{ Kg}$ est :

$$\overline{OM} = t(t - 3) \vec{i} - 2t^2 \vec{j} + (2t - 1) \vec{k}$$

1. La force \vec{F} agissant sur ce corps :

D'après le principe fondamental de la dynamique :

$$\sum \vec{F}_{ext} = m\vec{a} \Rightarrow \vec{F} = m\vec{a}$$

$$\text{On a : } \begin{cases} \vec{a} = \frac{d\vec{v}}{dt} \\ \text{et} \\ \vec{v} = \frac{d\overline{OM}}{dt} \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} \vec{v} = (2t - 3) \vec{i} - 4t \vec{j} + 2 \vec{k} \\ \vec{a} = 2t \vec{i} - 4 \vec{j} \end{cases}$$

$$\Rightarrow \vec{F} = 3(2t \vec{i} - 4 \vec{j}) = 6t \vec{i} - 12 \vec{j} \quad (N)$$

2. Le moment $\vec{M}(\vec{F})$ par rapport à l'origine :

$$\vec{M}(\vec{F})_{/O} = \overline{OM} \wedge \vec{F} = \begin{vmatrix} \vec{i} & \vec{j} & \vec{k} \\ t^2 - 3t & -2t^2 & 2t - 1 \\ 6t & -12 & 0 \end{vmatrix}$$

$$\begin{aligned} \vec{M}(\vec{F})_{/O} &= ((-2t^2)0 - (-12)(2t - 1))\vec{i} - ((t^2 - 3t)(0) - 6t(2t - 1))\vec{j} \\ &\quad + ((t^2 - 3t)(-12) - 6t(-2t^2))\vec{k} \\ &\Rightarrow \vec{M}(\vec{F})_{/O} = (24t + 12)\vec{i} + (12t - 6)\vec{j} + 36t\vec{k} \quad (N.m) \end{aligned}$$

3. La quantité de mouvement :

$$\Rightarrow \vec{p} = m\vec{v} = 3((2t - 3)\vec{i} - 4t\vec{j} + 2\vec{k})$$

$$\Rightarrow \vec{p} = m\vec{v} = (6t - 9)\vec{i} - 12t\vec{j} + 6\vec{k}$$

4. Le moment cinétique par rapport à l'origine :

$$\vec{L}_{/O} = \overline{OM} \wedge \vec{p} = \overline{OM} \wedge m\vec{v} = \begin{vmatrix} \vec{i} & \vec{j} & \vec{k} \\ t^2 - 3t & -2t^2 & 2t - 1 \\ 6t - 9 & -12t & 6 \end{vmatrix}$$

$$\begin{aligned} \Rightarrow \vec{L}_{/O} &= ((-2t^2)(6) - (-12t)(2t - 1))\vec{i} - ((t^2 - 3t)(6) - (6t - 9)(2t - 1))\vec{j} \\ &\quad + ((t^2 - 3t)(-12t) - (6t - 9)(-2t^2))\vec{k} \\ \Rightarrow \vec{L}_{/O} &= (12t^2 - 12t)\vec{i} - (-6t^2 + 6t - 9)\vec{j} + 24t^2\vec{k} \quad (kg.m^2/s) \end{aligned}$$

Handwritten mark

?