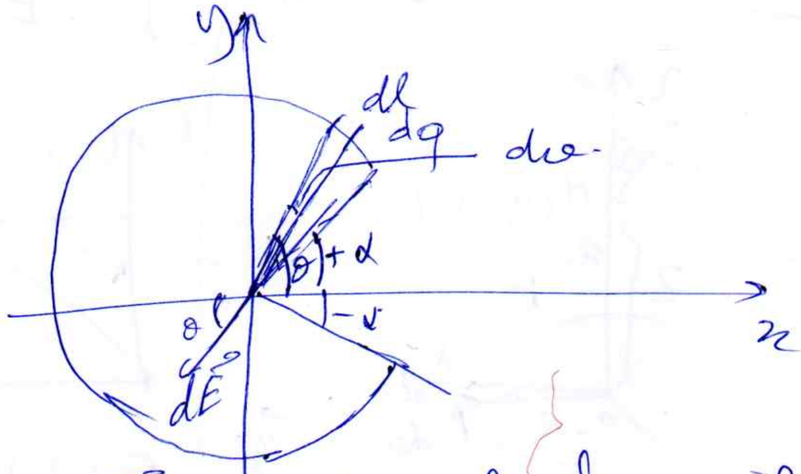
Exo4



$dq = \lambda dl$

$dl = R d\theta$

Le champ élémentaire $\vec{dE}$ produit par la charge élémentaire dq de longueur dl du fil circulaire au point O est

$\vec{dE} = \frac{k\,dq}{R^2}\vec{u_r} \Rightarrow \vec{dE} = \frac{k\lambda\,dl}{R^2}\vec{u_r}$

$\Rightarrow dE = \frac{k\lambda\,dl}{R^2} = \frac{k\lambda R\,d\theta}{R^2} = \frac{k\lambda\,d\theta}{R}$

$\vec{dE} = dE_x\vec{i} + dE_y\vec{j}$ et par raison de symétrie de la répartition des charges : $E_y = \int dE_y = 0$

$\Rightarrow dE_x = -dE\cos\theta = -\frac{k\lambda}{R}d\theta\cos\theta$

$\Rightarrow E_x = \int dE_x = -\int \frac{k\lambda}{R}\cos\theta\,d\theta = -\frac{k\lambda}{R}\int_{\alpha}^{2\pi-\alpha}\cos\theta\,d\theta$

$E_x = -\frac{k\lambda}{R}\left[\sin\theta\right]_{\alpha}^{2\pi-\alpha} = -\frac{k\lambda}{R}\left(\sin(2\pi-\alpha) - \sin\alpha\right]$

$\sin(2\pi-\alpha) = \sin(2\pi)\cos\alpha - \cos(2\pi)\sin\alpha = -\sin\alpha$

$\sin(a-b) = \sin a\cos b - \cos a\sin b$

Donc :

$E_x = -\frac{k\lambda}{R}\left[-2\sin\alpha\right]$

$= \frac{2k\lambda}{R}\sin\alpha$

$\vec{E} = E_x\vec{i} = \frac{2k\lambda}{R}\sin\alpha\,\vec{i}$