Université de Batna 2
Faculté de Technologie
Département de Génie Industriel

Dimanche 21 Mars 2021

Contrôle de Transfert de Matière

Niveau : L3 Génie des Procédés — Durée : 01H30

Questions de cours :

1. Donnez la différence entre le transfert de matière par diffusion moléculaire et le transfert de matière par convection.
2. La loi de Fick est présentée par l'équation suivante :

$$\overrightarrow{n_A} = (\overrightarrow{n_A} + \overrightarrow{n_B}).w_A - D_{AB}\overrightarrow{grad}\ (\rho_A)$$

   a. Démontrez cette équation d'après la formule de la vitesse massique moyenne et donnez la signification de chaque terme,

$$\overrightarrow{J_A} = \rho_A(\overrightarrow{v_A} - \vec{v})$$

   b. Discutez les cas suivants :
      - $n_A = - n_B$
      - $n_B = 0$
      - $n_A \neq n_B$

Exercice 01 :

Calculez le coefficient de diffusion de Pentane dans l'azote à 31,4°C et 770 mmHg.

Données :

$$D_{AB} = \frac{0{,}001858\, T^{3/2}\left[\frac{1}{M_A} + \frac{1}{M_B}\right]^{1/2}}{P.\sigma_{AB}^2 \Omega_D}$$

Composé	σ_i (°A)	ε_i/k (K)
Pentane	5,784	341,1
Azote	3,798	71,4

Exercice 02 :

Soient deux ballons reliés par un tube bouché au niveau de son milieu par un robinet (Figure 01). Le ballon A contient le gaz A et le ballon B contient le gaz B. Si à un moment donné, on enlève le bouchon qui sépare les deux gaz A et B, il aura un mélange entre A et B qui avec le temps, deviendra uniforme.

1. Expliquez ce phénomène.
2. Donnez les suppositions correspondantes.
3. En partant de l'équation de continuité suivante :

$$\frac{\partial C_A}{\partial t} + \frac{\partial N_{Ax}}{\partial x} + \frac{\partial N_{Ay}}{\partial y} + \frac{\partial N_{Az}}{\partial z} = R_A$$

- Vérifiez que l'équation de continuité peut être simplifiée par l'expression suivante :

$$\frac{\partial N_{Az}}{\partial z} = 0$$

4. Rappelez les conditions aux limites, et Montrez que l'équation de la distribution de la concentration en fonction de la direction z peut être écrite par :

$$\frac{C_A - C_{A1}}{C_{A1} - C_{A2}} z + \frac{z - z_1}{z_1 - z_2}$$

5. Tracez le profil de la concentration pour le cas de la diffusion équimolaire correspondant.

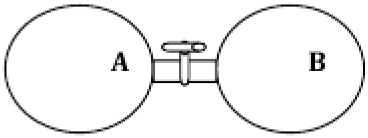

Figure 01. Schéma descriptif

« Les jours se suivent et ne se ressemblent pas »

Pr H.Madani

Corrigé type

Questions de Cours (07 pts) :

1. La différence entre TDM par rapport à la TDM par convection :
   - La TDM par diffusion provient d'une différence de concentration entre deux régions (0,5)
   - Le TDM par convection résulte du mouvement de fluide (0,5)

2. La démonstration :

$\overrightarrow{J_A}= \rho_A(\overrightarrow{V_A}-\overrightarrow{V}) =\rho_A(\overrightarrow{V_A} - \frac{\rho_A\overrightarrow{V_A}+\rho_B\overrightarrow{V_B}}{\rho_A+\rho_B})$ (0,5)

$\overrightarrow{J_A}= \rho_A\overrightarrow{V_A} - \frac{\rho_A}{\rho_A+\rho_B}(\rho_A\overrightarrow{V_A} + \rho_B\overrightarrow{V_B})$ avec $\omega_A = \frac{\rho_A}{\rho_A+\rho_B}$ (0,5)

et $\rho_A\overrightarrow{V_A} = \overrightarrow{n_A}$, $\rho_B\overrightarrow{V_B} = \overrightarrow{n_B}$ (0,5)

Donc, on aura :

$\overrightarrow{J_A}=\rho_A\overrightarrow{V_A} - \omega_A(\overrightarrow{n_A} + \overrightarrow{n_B})$ (0,5)

D'autre part, on a :

$\overrightarrow{J_A}=-D_{AB}\overrightarrow{grad}(\rho_A)$ (0,5)

$-D_{AB}\overrightarrow{grad}(\rho_A) = \overrightarrow{n_A} - \omega_A(\overrightarrow{n_A} + \overrightarrow{n_B})$ (0,5)

Enfin, on obtient :

$\overrightarrow{n_A} = \omega_A(\overrightarrow{n_A} + \overrightarrow{n_B})-D_{AB}\overrightarrow{grad}(\rho_A)$ (*) (0,5)

$\omega_A(\overrightarrow{n_A} + \overrightarrow{n_B})$: Flux massique résultant du mouvement de fluide (TDM par convection),(0,5)

$-D_{AB}\overrightarrow{grad}(\rho_A)$: Flux massique diffusionnel.(0,5)

Cas particuliers :

- $n_A = - n_B$, l'équation (*) devient :

  $\overrightarrow{n_A} = -D_{AB}\overrightarrow{grad}(\rho_A)$ (0,5)

- $n_B = 0$, l'équation (*) devient :

  $\overrightarrow{n_A} = \omega_A(\overrightarrow{n_A})-D_{AB}\overrightarrow{grad}(\rho_A)$ (0,5)

- $n_A \neq n_B$

  $\overrightarrow{n_A} = \omega_A(\overrightarrow{n_A} + \overrightarrow{n_B})-D_{AB}\overrightarrow{grad}(\rho_A)$ (0,5)

Exercice 01 (06 pts):

On applique la relation suivante :

$$D_{AB} = \frac{0{,}001858\ T^{3/2}\left[\frac{1}{M_A}+\frac{1}{M_B}\right]^{1/2}}{P.\sigma_{AB}^2\ \Omega_D} \quad \text{en cm}^2/\text{s}$$

M_A et M_B en g/mole,
P en atm,
σ_{AB} en °A
Ω_D est un paramètre sans dimension tiré du tableau.
M_A = 28 g/mole (0,5)
M_B = 72 g/mole (0,5)

$$\sigma_{AB} = \frac{\sigma_A+\sigma_B}{2} = \frac{5{,}784+3{,}798}{2} = 4{,}791\ °A \text{ (1,00)}$$

$$\frac{\varepsilon}{K} = \sqrt{\frac{\varepsilon_A}{K}.\frac{\varepsilon_B}{K}} = \sqrt{(341{,}1)(71.4)} = 156{,}06\ K \text{ (1,00)}$$

$$\frac{K.T}{\varepsilon} = \frac{304{,}4}{156{,}06} = 1{,}95 \text{ (1,00)}$$

Sur le tableau, on trouve la valeur de Ω_D est de : 1,085. (1,00)

$$D_{AB} = \frac{0{,}001858 * 304{,}4^{3/2}\left[\frac{1}{72}+\frac{1}{28}\right]^{1/2}}{\frac{770}{760} * 4{,}791^2 * 1{,}085} = 0{,}086\ cm2/s \text{ (1,00)}$$

Exercice 02 (07 pts):

1. Si le même nombre de A et de B se dirige l'un vers l'autre, c'est-à-dire en sens opposés, on conclut qu'il s'agit du phénomène de la contre diffusion équimolaire. (0,5)
2. *Suppositions :*
   a. Contre diffusions équimolaire, (0,25)
   b. Pas de réaction chimique entre A et B, (0,25)
   c. Une seule direction de diffusion (z), (0,25)
   d. Etat stable. (0,25)
3. *Simplifications :*
   a. $N_A = -N_B$ (0,25)
   b. $R_A = 0$, (0,25)
   c. $N_{Ax} = N_{Ay} = 0$ (Pas de flux dans les directions x et y) (0,25)
   d. $\frac{\partial C_A}{\partial t} = 0$. (0,25)

   L'équation de continuité est donnée par l'expression suivante :

$$\frac{\partial C_A}{\partial t} + \frac{\partial N_{Ax}}{\partial x} + \frac{\partial N_{Ay}}{\partial y} + \frac{\partial N_{Az}}{\partial z} = R_A \qquad \text{(0,25)}$$

   La forme simplifiée sera :

$$\frac{\partial N_{Az}}{\partial z} = 0 \quad (0{,}25)$$

D'où :

N_{Az} = constante (0,25)

4. D'après la loi de Fick : $N_{Az} = -D_{AB}\nabla C_A + y_A(N_{Az} + N_{Bz})$ (0,25)

$$N_{Az} = -D_{AB}\frac{dC_A}{dz} + y_A(N_{Az} + N_{Bz}) \ (0{,}25)$$

Car la diffusion à lieu dans une seule direction, on a :

$$N_{Az} = -N_{Bz} \rightarrow N_{Az} + N_{Bz} = 0 \ (0{,}25)$$

D'où on a :

$$N_{Az} = -D_{AB}\frac{dC_A}{dz} \quad (0{,}25)$$

C'est le flux molaire de l'élément A en fonction de la concentration, on remplace N_{Az} par sa valeur dans :

$$\frac{dN_{Az}}{dz} = 0 \ (0{,}25)$$

On obtient :

$$\frac{d}{dz}\left[-D_{AB}\frac{dC_A}{dz}\right] = 0 \ (0{,}25)$$

C'est une équation différentielle du second degré.

Après une première intégration :

$$\left[-D_{AB}\frac{dC_A}{dz}\right] = L \rightarrow \frac{dC_A}{dz} = -\frac{L}{D_{AB}} = K_1 \ (0{,}25)$$

Et une deuxième intégration, on obtient :

$$C_A = K_1 z + K_2 \ (0{,}25)$$

Cette expression montre que la concentration varie linéairement avec z. on évalue les constantes d'intégration K_1 et K_2 en connaissant les conditions aux limites :

$$\begin{cases} \text{à } z = z_1, on\ a\ C_A = C_{A1} \\ \text{à } z = z_2, on\ a\ C_A = C_{A2} \end{cases} (0{,}5)$$

On obtient :

$$C_A = \frac{C_{A1} - C_{A2}}{z_1 - z_2} z + \frac{C_{A2}z_1 - C_{A1}z_2}{z_1 - z_2} \ (0{,}25)$$

En réarrangeant, il en découle :

$$\frac{C_A - C_{A1}}{C_{A1} - C_{A2}} z + \frac{z - z_1}{z_1 - z_2} \text{ (0,5)}$$

5. La distribution de la concentration en fonction de z (0,5):

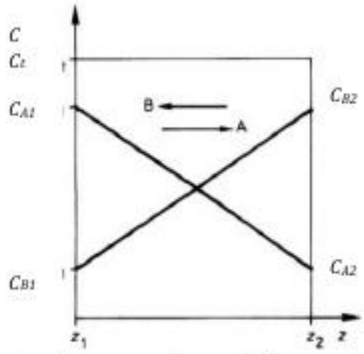

Figure . Profil de la concentration pour le cas de la contre diffusion équimolaire des gaz A et B.