

Niveau : M1 Génie Chimique

Durée : 01H30

Exercice 1 :

On considère le cycle suivant décrit par une mole de gaz parfait de coefficient γ :

Une compression isotherme, quasi statique (suffisamment lente), de la pression $P_A=0.5$ bar à la pression $P_B=2$ bar, à la température $T = 1000$ K ;

Une détente isochore, de la pression P_B à la pression $P_C = P_A$, amenant le gaz à la température T' ;

Une évolution isobare, ramenant le gaz à la température T .

1- Tracer le cycle thermodynamique sur un diagramme pression-volume.

2- Calculer les travaux et transferts thermique reçus par le gaz, ainsi que les variations d'énergie interne et d'enthalpie pour diverses évolutions. Commenter le signe du travail total reçu.

Données : $C_p = 29,1$ J / mol. K, $C_v = 20,8$ J / mol. K, $R = 8,32$ J.K⁻¹.mol⁻¹

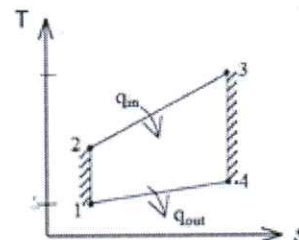
Exercice 2 :

Une centrale fonctionnant suivant le cycle de Brayton entre deux pressions 1 et 9 bar, les températures au début de la compression et de la détente isentropiques sont 27 °C et 600 °C respectivement.

1- Calculer le rendement de la centrale.

2- Calculer la puissance produite par la centrale si la centrale a un débit de 54 kg/s.

On prendre $C_p = 1$ kJ / kg. K



« Les jours se suivent et ne se ressemblent pas »

Pr H.Madani

Dr H.Grine

EXON°1 : 1^{er} Principe de la Thermodynamique

1 - La représentation du Cycle :

2 - Pour un gaz parfait $\begin{cases} du = C_v dT \\ dH = C_p dT \end{cases}$

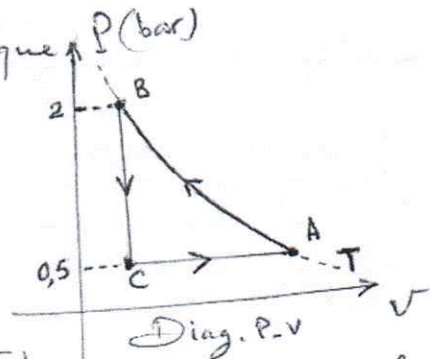
calculant V_A : $V_A = \frac{RT_A}{P_A}$

$$V_A = \frac{8,32 \times 1000}{0,5 \times 10^5} \Rightarrow V_A = 0,166 \text{ m}^3 = 166 \text{ l} ; \text{ avec } n = 1 \text{ mole}$$

AB isotherme $\Rightarrow P_A V_A = P_B V_B \Rightarrow V_B = \frac{P_A V_A}{P_B} = \frac{0,5 \times 166 \times 10^5}{2 \times 10^5} \Rightarrow V_B = 41,6 \text{ l}$

au pt: C on a $V_C = V_B = 41,6 \text{ l}$
 $P_C = P_A = 0,5 \text{ bar}$ $\Rightarrow T_C = \frac{P_C V_C}{R} = \frac{0,5 \times 10^5 \times 41,6 \times 10^{-3}}{8,32}$

$$\Rightarrow T_C = T' = 250 \text{ K}$$



- Evolution A → B (isotherme)

$$T = C^te \rightarrow \Delta U_{AB} = \Delta H_{AB} = 0 \text{ et } w_{AB} = - \int_{V_A}^{V_B} P dv = - \int_{V_A}^{V_B} RT \frac{dv}{v} = + RT \ln \frac{V_A}{V_B}$$

A.N : $w_{AB} = 8,32 \times 1000 \times \ln \frac{166}{41,6} = 11,514 \text{ J} = 11,5 \text{ kJ}$

1^{er} principe $\rightarrow Q_{AB} = -w_{AB} \Rightarrow Q_{AB} = -11,5 \text{ kJ}$

- Evolution B → C (isochore) $\rightarrow v = C^te \rightarrow w_{BC} = 0 \rightarrow \Delta U_{BC} = Q_{BC} = C_v (T_C - T_B)$

$$\Delta U_{BC} = \Delta Q_{BC} = 20,8 \times (250 - 1000) = -15,6 \text{ kJ}$$

$$\Delta H = C_p (T_C - T_B) = 29,1 \times (250 - 1000) = -21,8 \text{ kJ}$$

- Evolution CA (isobare) $\rightarrow \delta w_{CA} = -p dv \Rightarrow w_{CA} = -P_A (V_A - V_C)$

$$w_{CA} = -0,5 \times 10^5 \times (166 - 41,6) \times 10^{-3} = -6,2 \text{ kJ}$$

$$\Delta U_{CA} = C_v (T_A - T_C) = 20,8 \times (1000 - 250) = 15,6 \text{ kJ}$$

1^{er} Principe th. $\rightarrow Q_{CA} + w_{CA} = \Delta U_{CA} \rightarrow Q_{CA} = \Delta U_{CA} - w_{CA} = 15,6 + 6,2 = 21,8 \text{ kJ}$
 / ou bien : $Q_{CA} = \Delta H_{CA} = C_p (T_A - T_C) = 29,1 \times (1000 - 250) = 21,81$

• Bilan pour le Cycle : (U et H fonctions d'état $\rightarrow \Delta U_{cycle} = 0$ et $\Delta H_{cycle} = 0$)

Le travail reçu par le gaz lors du cycle est : $w_{cycle} = \sum w_i$

$$w_{cycle} = w_{AB} + w_{BC} + w_{CA} = 11,5 + 0 - 6,2 \Rightarrow w_{cycle} = 5,3 \text{ kJ}$$

le travail positif indique que le système reçoit effectivement du travail \rightarrow C'est un cycle récepteur non moteur

Solution EXON^o 3 : Cycle de Brayton.

$$T_1 = 300 \text{ K}, T_3 = 873 \text{ K}$$

$$P_4 = P_1 = 1 \text{ bar}, P_2 = P_3 = 9 \text{ bar}$$

$$\dot{m} = 54 \text{ kg/s}$$

Evolution 3-4 :

Detente isentropique :

$$\frac{T_4}{T_3} = \left(\frac{P_4}{P_3} \right)^{\frac{\gamma-1}{\gamma}} \Rightarrow T_4 = T_3 \times \left(\frac{P_4}{P_3} \right)^{\frac{\gamma-1}{\gamma}}$$

$$\text{A.N.} \Rightarrow T_4 = 873 \times \left(\frac{1}{9} \right)^{\frac{1,4-1}{1,4}} \Rightarrow \boxed{T_4 = 466 \text{ K}}$$

Evolution 1-2

Compression isentropique :

$$\frac{T_1}{T_2} = \left(\frac{P_1}{P_2} \right)^{\frac{\gamma-1}{\gamma}} \Rightarrow T_2 = T_1 \times \left[\left(\frac{P_1}{P_2} \right)^{\frac{\gamma-1}{\gamma}} \right]^{-1}$$

$$\text{A.N.} : T_2 = 300 \times \left[\left(\frac{1}{9} \right)^{\frac{0,4}{1,4}} \right]^{-1} \Rightarrow \boxed{T_2 = 562 \text{ K}}$$

$$q_{\text{in}} = C_p \Delta T_{23} = C_p (T_3 - T_2) = 1 \times (873 - 562) = 311 \text{ kJ/kg}$$

$$q_{\text{out}} = C_p \Delta T_{41} = C_p (T_4 - T_1) = 1 \times (466 - 300) = 166 \text{ kJ/kg}$$

$$\text{le travail net est : } w_{\text{net}} = q_{\text{in}} - q_{\text{out}} = 311 - 166 = 145 \text{ kJ/kg}$$

$$\text{Donc le rendement est : } \eta_{\text{Th,Br}} = \frac{w_{\text{net}}}{q_{\text{in}}} = \frac{145}{311} = 0,466 \text{ (ou } 46,6\%)$$

e/ La puissance produite par la central est :

$$\dot{w}_{\text{net}} = \dot{m} w_{\text{net}} = 54 \left[\frac{\text{kg}}{\text{s}} \right] \times 145 \left[\frac{\text{kJ}}{\text{kg}} \right]$$

$$\Rightarrow \dot{w}_{\text{net}} = 7830 \text{ kW}$$

$$\text{ou } \dot{w}_{\text{net}} = 7,83 \text{ MW}$$