UNIVERSITÉ MOSTEFA BEN BOULAID- BATNA 2
FACULTÉ DE MATHÉMATIQUES ET INFORMATIQUE
DÉPARTEMENT DU SOCLE COMMUN MI

NOM: ....
PRENOM:...........................
GROUPE:............................

Devoir maison - Analyse II

Exercice 1 :
Parmi les affirmations suivantes lesquelles sont vraies, lesquelles sont fausses, et pourquoi ?

1. Toute fonction intégrable sur $[a, b]$ est continue.
   Vraie | Fausse | Justification : ....
2. Toute primitive de $\sin^8(x)$ est une fonction impaire.
   Vraie | Fausse | Justification : ....
3. $\displaystyle\int_0^{\pi} x \sin x \mathrm{d}x = \pi$.
   Vraie | Fausse | Justification : ....
4. $\displaystyle\int_{\frac{\pi}{4}}^{\frac{\pi}{2}} \sin(2t)\mathrm{d}t = \int_{\frac{1}{\pi}}^{\frac{2}{\pi}} \frac{\sin(\frac{1}{u})}{u^2}\mathrm{d}u$.
   Vraie | Fausse | Justification : ....

Exercice 2 : On note f la fonction qui à $t \in \mathbb{R}$, associe $f(t) = \dfrac{t^2+1}{(t+3)(t^2-4)}$.

— f a une primitive définie sur $\mathbb{R}$.
....
....
....
....
....
....

— La décomposition en éléments simples de f a la forme suivante :

$$f(t) = \frac{A}{t+3} + \frac{B}{t+2} + \frac{C}{t-2}$$

.
....
....
....
....
....
....
....
....
....
....
....
....
....
....
....

— Une primitive de $f(t)$ est $\ln(|(t+3)(t+2)^5(2-t)|)$.
....
....
....
....

— $\displaystyle\int_0^1 f(t)\mathrm{d}t = \int_0^{\frac{\pi}{2}} \frac{(1+\cos^2(u))\sin(u)}{(3+\cos(u))(\cos^2(u)-4)}\mathrm{d}u.$

Exercice 3 : On pose $I = \displaystyle\int_1^2 \frac{1}{2+\sqrt{t(4-t)}}\mathrm{d}t.$

1. Montrer que $I = \displaystyle\int_{\pi/2}^{2\pi/3} \frac{\sin(u)}{1+\sin(u)}\mathrm{d}u.$

....
....
....

2. Montrer que $I = \displaystyle\int_1^{\sqrt{3}} \frac{4v}{(1+v)^2(1+v^2)}\mathrm{d}v$.

....
....
....
....
....
....
....
....
....
....
....
....
....
....
....
....
....
....
....
....
....
....

3. En déduire que $I = \dfrac{\pi}{6} - 2 + \sqrt{3}$.

....
....
....
....
....
....
....
....
....
....
....
....
....
....
....
....
....
....
....
....
....
....

Exercice 4 : Calculer $\int \frac{\mathrm{d}x}{\sqrt[3]{1+x^3}}$.