2**/ Montrer que cette déviation passe par un extremum D_m pour un angle d'incidence i_m à déterminer :**

Au point d'incidence selon Snell-Descartes on peut écrire la loi de réfraction comme suit :

$$sini = nsinr \dots\dots\dots..(2)$$

En ***dérivant*** la formule précédente on trouve :

$cosi\partial i = ncosr\partial r \;\; alors \;\; \frac{\partial r}{\partial i} = \frac{cosi}{ncosr} \dots\dots\dots\dots.(3)$

En dérivant la formule de la déviation

$D = \pi + 2i - 4r$ on trouve $\frac{\partial D}{\partial i} = \frac{\partial(\pi+2i-4r)}{\partial i} = 2 - 4\frac{\partial r}{\partial i} \dots (4)$

$$pour\ D = D_m\ \ on\ a\ \frac{\partial D}{\partial i} = 0\ alors\ (4)\ devient\ 2 - 4\frac{\partial r}{\partial i} = 0$$

$$donc\ \frac{\partial r}{\partial i} = \frac{1}{2} \dots\dots\dots(5)$$

Alors (3) sera $\frac{cosi}{ncosr} = 1/2$

Donc $\quad 2cosi = ncosr \quad alors$

$4cos^2 i = n^2 cos^2 r \quad et\ on\ a$

$cos^2 r + sin^2 r = 1 \dots\dots(*)\ on\ obtient\ cos^2 r = 1 - sinr^2$

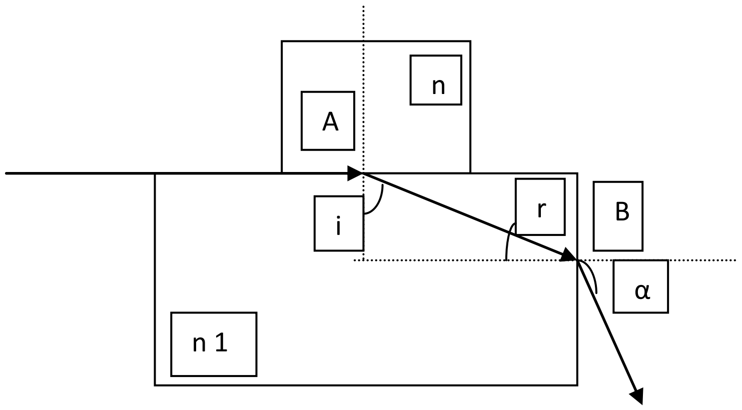
$$4(1 - sin^2 i) = n^2(1 - sin^2 i)\ \ ;$$

$4 - 4sin^2 i = n^2 - n^2 sin^2 i\ on\ aboutit$ à $4 - n^2 = 3sin^2 i\ \ donc$

$\sin i = \sqrt{\frac{4-n^2}{3}} \quad alors\ i_m = arcsin\sqrt{\frac{4-n^2}{3}}$

<u>ExerciceN°4</u>

Une incidence rasante a un angle d'incidence égale 90° par rapport à la normale.



Les lois de Déscartes pour les réfractions en A et B

Au point A $\quad n \sin\frac{\pi}{2} = n_1 \sin i \quad alors \quad \sin i = \frac{n}{n_1} \ldots\ldots\ldots .1$

Au point B $\quad n_1 \sin r = n_0 \sin\alpha \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots 2$

D'après le schéma on a $r + i = \frac{\pi}{2} \quad alors\ r = \frac{\pi}{2} - i$ alors (2) devient

$n_1 \sin\left(\frac{\pi}{2} - i\right) = n_0 \sin\alpha \quad alors \quad n_1 \cos i = n_0 \sin\alpha \quad le\ carré\ de\ la\ relation$

$$n_1^2 \cos^2 i = \sin^2\alpha\ de\ l'équation(*)\ on\ obtient\ \ n_1^2(1 - \sin^2 i) = \sin^2\alpha$$

$$de\ l'équation\ (1)\ \ n_1^2\left(1 - \frac{n^2}{n_1^2}\right) = \sin^2\alpha \quad on\ trouve \quad n^2 = n_1^2 - \sin^2\alpha$$

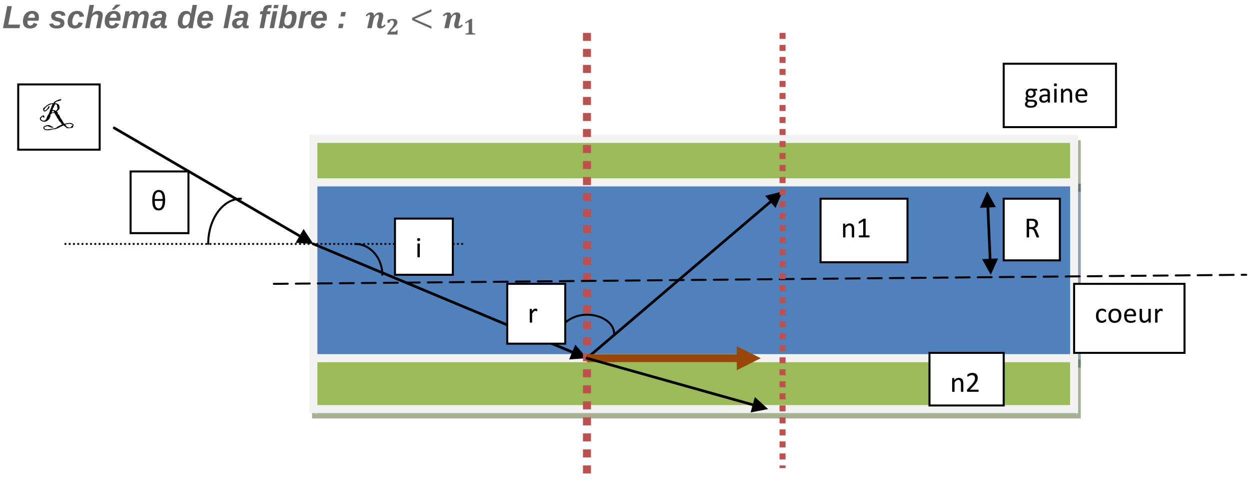
$$Application\ numérique: n_1 = 1.7321\ \ et\ \alpha = 60°\ \ alors\ \ n = 1.5$$

Exercice N° 5

La fibre optique

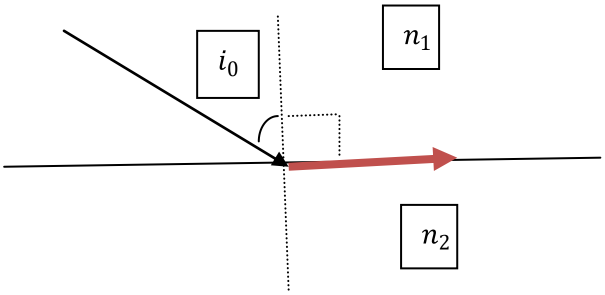
Une fibre optique est un fil dont l'âme, très fine, en verre ou en plastique, a la propriété de conduire la lumière et sert pour la fibroscopie, l'éclairage ou la transmission des données numériques.

Le schéma de la fibre : $n_2 < n_1$



Pour que la lumière soit transmise le long de la fibre optique, il faut que les rayons lumineux subissent une réflexion totale à l'interface cœur-gaine.

Le cas limite de la réflexion totale est la situation suivante :



Selon Snell Descartes la loi est la suivante :

$$n_1 sinr = n_2 sin\frac{\pi}{2} \;\; alors$$

$$sinr = \frac{n_2}{n_1} \quad Alors\ pour\ avoir\ une\ réflexion\ il\ faut\ que\ i \geq i_0$$

$$i_0 = \frac{\pi}{2} - r \quad alors \quad sini_0 = \sin\left(\frac{\pi}{2} - r\right) = cosr = \sqrt{1 - sin^2 r}$$

$$= \sqrt{1 - \frac{n_2^2}{n_1^2}} \quad alors \quad sini_0 = \sqrt{1 - \frac{n_2^2}{n_1^2}}$$

A la face d'entrée l'angle d'incidence θ est inférieur à un angle θ_0

Selon Snell Descartes à la face d'entrée :

$n_0 sin\theta_0 = n_1 sini_0 \quad alors \quad \theta_0 = \arcsin(\frac{n_1}{n_0} sini_0)$

Application numérique :

Pour $n_0 = 1$; $n_1 = 1.5$; $\frac{n_2}{n_1} = 0.8$

$i_0 = arcsin\sqrt{1 - \frac{n_2^2}{n_1^2}} = 36.86°$ $\quad \theta_0 = \arcsin\left(\frac{1.5}{1} sin36.86\right) = 64.13°$

ExerciceN°6

Pour avoir l'image d'un objet il faut avoir deux rayons lumineux sortants de l'objet , le choix est aléatoire , le premier rayon qui est le plus simple c'est celui qui ne subit aucune déviation ,sortant de l'extrémité de la tige(point S) et se coïncidant avec la normale, il atteint l'œil de l'examinateur. Le deuxième rayon sortant du point S subit une déviation (réfraction) à l'interface eau-air. L'intersection des deux rayons forme l'image S'.

Alors selon Snell Descartes au point K :

$$nsinr = n_0 sini = sini \quad alors \quad \frac{sini}{sinr} = n \ldots\ldots\ldots 1$$

les réfractions dans l'eau ont de faibles incidences (des angles faibles).

donc on peut conclure pour un petit angle ***sini=tani***

Alors l'équation 1 devient : *tani/tanr=n……….2*

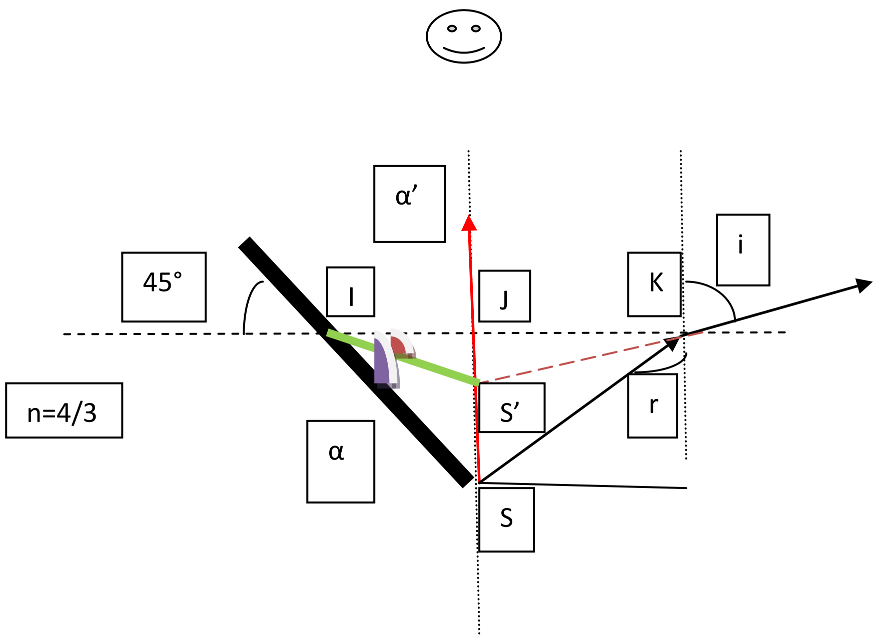
On a aussi du schéma

$$tani = \frac{JK}{JS'} \quad ; tanr = \frac{JK}{JS} \;\; alors \; \frac{tani}{tanr} = \frac{JS}{JS'} = n \ldots \ldots 3$$

$$tan\alpha = \frac{JS}{IJ}; \quad tan\alpha' = \frac{JS'}{IJ} \; alors \; \frac{tan\alpha}{tan\alpha'} = \frac{JS}{JS'} = n; \;\; tan\alpha' = \frac{tan\alpha}{n} = \frac{1}{\frac{4}{3}} = \frac{3}{4} \;\; alors \; \alpha' = 36.86°$$

Le rapprochement relatif de l'objet vers l'image

$$\frac{\Delta(SJ)}{SJ} = \frac{SJ - S'J}{SJ} = \frac{SJ}{SJ} - \frac{S'J}{SJ} = 1 - \frac{1}{n} = 0.25 = 25\%$$


α’
45°
I
J
K
i
n=4/3
S’
r
α
S