

# Chapitre 4

## PROPRIETES HYDRAULIQUES DES SOLS

### 1. GENERALITE - DEFINITIONS

#### 1.1 Nappes souterraines - Vocabulaires

Lorsque les sols sont saturés, que l'eau est libre de circuler et qu'un gradient hydraulique apparaît, on parle alors de nappe souterraine.

En particulier, on distingue :

- **Les terrains aquifères** dans lesquels l'eau circule avec des débits importants. Ils sont constitués de sols ou de roches perméables
- **Les terrains aquifuges** qui sont si peu perméables que les débits sont insignifiants. Ils se comportent donc comme des sols ou roches imperméables
- **Surface de la nappe**, surface de l'eau limitant la partie supérieure de la nappe
- **Nappe libre**, nappe où la pression interstitielle de l'eau au niveau de la surface est nulle
- **Nappe phréatique**, première nappe libre rencontrée depuis la surface. La surface de cette nappe s'appelle le **niveau phréatique**
- **Nappe artésienne**, nappe pour laquelle la pression de l'eau à la surface de la nappe est positive. Une telle nappe est généralement prisonnière entre deux couches de terrains aquifuges
- **Nappes artificielles**, ce sont des nappes créées par l'homme, telles celles qui existent à l'intérieur du corps d'un barrage en terre

#### 1.2. Hydraulique des sols

L'eau dans le sol peut se présenter sous trois formes différentes :

- **Eau de constitution** : c'est l'eau de cristallisation Exemple : gypse ( $\text{SO}_4\text{Ca}, 2\text{H}_2\text{O}$  , ou encore appelé plâtre – Voir cours de sur les Matériaux)
- **Eau adsorbée** : c'est l'eau de mouillage des grains solides. Elle est fixée à la surface de ceux-ci en formant un film mince,
- **Eau libre** : contrairement aux cas précédents, pour lesquels l'eau est solidaire des grains solides, l'eau libre remplit les interstices formés par les grains solides et peut y circuler.

L'hydraulique des sols de ce chapitre concerne exclusivement :

1. L'eau libre des sols,
2. Son écoulement en régime permanent,
3. Et en supposant que le sol est complètement saturé.

Par ailleurs, pour étudier l'écoulement de l'eau dans les sols, nous admettrons les hypothèses suivantes :

- a) L'eau interstitielle est incompressible ; il en est de même pour les grains solides,
- b) La masse d'eau interstitielle se conserve,

En effet si l'on considère un volume  $V$  de sol saturé, la quantité d'eau  $V_1$  qui rentre dans ce

volume en un instant donné est égale au volume  $V_2$  qui en sort, si bien qu'à tout instant le volume d'eau contenu dans le sol est le même.

C'est-à-dire :  $V_1 = V_2$



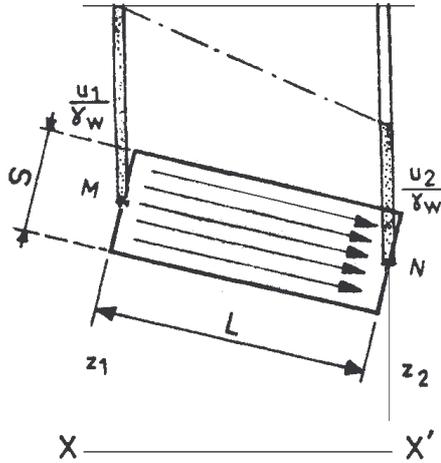
Si  $\vec{V} (v_x, v_y, v_z)$  est la vitesse d'écoulement de l'eau dans le sol, la condition de conservation de la masse d'eau interstitielle s'écrit :

$$\operatorname{div} \vec{V} = 0 \quad (\Leftrightarrow \frac{\partial v_x}{\partial x} + \frac{\partial v_y}{\partial y} + \frac{\partial v_z}{\partial z} = 0)$$

- c) Les contraintes totales  $\sigma$  et effectives  $\sigma'$  ainsi que la pression de l'eau ( $u$ ) restent liées par la relation de TERZAGHI :  $\sigma = \sigma' + u$  et  $\tau = \tau'$

### 1.3. Propriété de l'eau libre : écoulement linéaire à travers un sol

Considérons un cylindre de sol de section  $S$  (fig.5.1) et supposons qu'il se produise un écoulement de M vers N.



$u_M$  : pression interstitielle au point M

$v$  : vitesse de l'eau

$z_M$  : cote altimétrique du point M

$L$  : distance MN

$u_N$  : pression interstitielle au point N

$z_N$  : cote altimétrique du point N

Fig.5.1 écoulement dans un tube

#### 1.3.1. Vitesse de l'eau dans le sol

Soit  $Q$  le débit à travers  $S$ . la vitesse apparente  $v$  de l'eau est par définition :

$$v = \frac{Q}{S}$$

Cette définition bien que la plus utilisée, donne une vitesse fictive car en réalité l'eau ne circule que dans les pores de surface  $n.S$  ( $n$  étant la porosité du sol ) d'une part et d'autre part, les trajectoires sont vraisemblablement tortueuses. On définit la vitesse moyenne  $v'$  par le rapport :

$$v' = \frac{Q}{nS}$$

#### 1.3.2. Charge hydraulique

En hydrodynamique, on appelle charge hydraulique en un point M la quantité :

$$h_M = \frac{u_M}{\gamma_w} + z_M + \frac{v^2}{2g}$$

A noter :

1. La charge  $h_M$  s'exprime en m.
2. Dans les sols les vitesses d'écoulement sont si faibles (10 cm/s grand maxi) que l'on peut négliger la quantité  $\frac{v^2}{2g}$ . La charge hydraulique s'écrit alors :

$$h_M = \frac{u_M}{\gamma_w} + z_M$$

### 1.3.3. Gradient hydraulique

On définit le gradient hydraulique  $i$  entre deux points A et B par le rapport :

$$i = \frac{h_A - h_B}{L}$$

Si A est voisin de B ,

$$i = -\frac{dh}{dl}$$

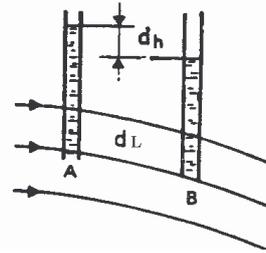


Fig. 5.2 : Définition du gradient hydraulique

#### A noter :

1. Cette relation définie dans un milieu unidirectionnelle se généralise aisément dans un milieu à deux ou trois dimensions. On a alors :

$$\vec{i} = \left( -\frac{\partial h}{\partial x}; -\frac{\partial h}{\partial y}; -\frac{\partial h}{\partial z} \right) = -\text{grad}h$$

2. Si  $\vec{i} = \vec{0}$  la charge hydraulique est la même en tout point du milieu ; l'eau interstitielle est dite en équilibre hydrostatique,
3.  $i$  est une quantité sans dimension,
4. En tout point M du sol, le vecteur  $\vec{i}$  et la ligne de courant sont tangents et sont orientés dans le même sens
5. En tout point M du sol, le vecteur vitesse est tangent à la ligne de courant et orienté dans le même sens

Cette perte de charge «  $i$  » traduit le frottement exercé par l'eau sur le squelette solide. La poussée d'écoulement qui en résulte est à l'origine de nombreux sinistres (glissement de terrain, formation de renard, ...).

#### Exercice d'application:

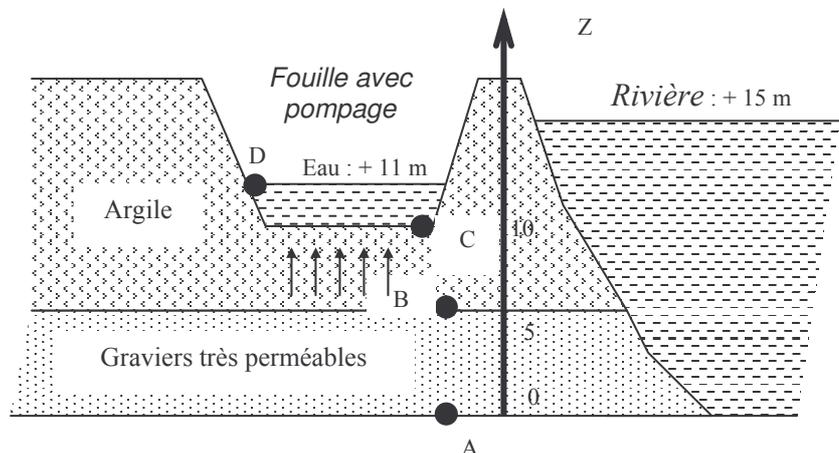
Calculer la perte de charge à travers l'argile dans l'écoulement permanent ascendant.

Côte de référence : 0 en A

$$h_B = 10 + 5 = 15 \text{ m}$$

$$h_C = 1 + 10 = 11 \text{ m}$$

$$i = \frac{h_c - h_b}{Z_c - Z_b} = 0,8$$



### 1.3.4. Loi de DARCY

La loi de DARCY est la loi fondamentale de l'hydraulique des sols.

La loi fondamentale de DARCY publiée en 1856 exprime la proportionnalité entre la vitesse d'écoulement et le gradient hydraulique. C'est une loi expérimentale :

$$\vec{V} = K \cdot \vec{i}$$

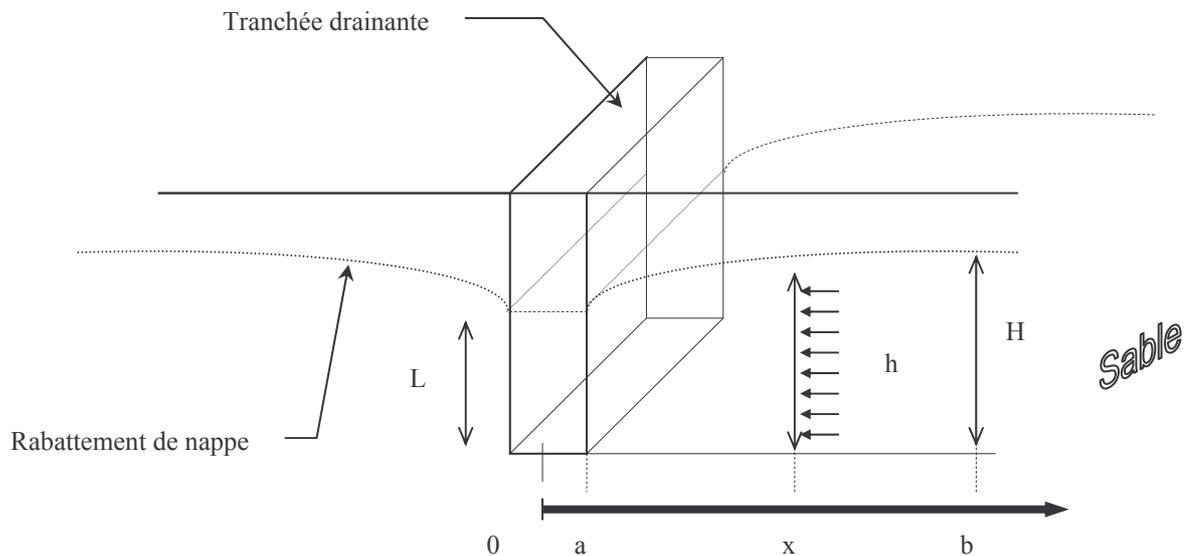
**A noter :**

1. La loi de DARCY se vérifie en générale très bien à condition de rester en régime laminaire, c'est-à-dire quand les vitesses restent faibles
2. Le coefficient de proportionnalité  $k$  est appelé coefficient de perméabilité du sol. Il s'exprime en cm/s
3. L'équation du débit à travers une section  $S$  de sol, s'écrit alors en fonction de  $i$  et  $K$  :

$$Q = K \cdot i \cdot S$$

#### Exercice 5.1 – Cas d'une tranchée drainante ; exercice résolu

On recherche le débit  $Q$  par mètre de longueur de tranchée pour descendre le niveau de la nappe à proximité de la tranchée à une cote  $L$  en régime permanent. On supposera l'écoulement horizontal ; le sol est un sable dont  $d_{10} = 0,06$  mm (voir formule de HAZEN pour le calcul de  $k$ , au paragraphe 2.2 du présent chapitre, « A noter » n° 3).



En supposant l'écoulement horizontal on a :  $V = Q/S = k \cdot i$   
 La section entrante à la cote  $x$  est  $h \cdot U$   
 Avec  $U$  unité perpendiculaire au plan de figure, donc :  $Q = 2 \cdot V \cdot h$

$$Q = 2 \cdot V \cdot h = 2 \cdot k \cdot i \cdot h \quad , \quad \text{avec} \quad i = \frac{dh}{dx} \quad \text{d'où} : Q = k \cdot 2 \cdot h \frac{dh}{dx}$$

$$, \quad \text{et} \quad Q = k \cdot \frac{h_1^2 - h_2^2}{x_1 - x_2}$$

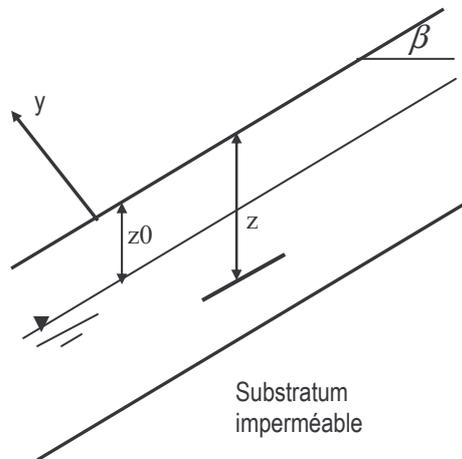
En particulier avec  $h_1$  au bord de la tranchée et  $h_2$  à une distance  $b$  où l'on mesure la pression hydraulique :

$$Q = k \cdot \frac{H^2 - l^2}{b - a} = 125 \cdot d_{10}^2 \cdot \frac{H^2 - l^2}{b - a}$$

### Exercice 5.2

On considère une pente infinie inclinée d'un angle  $\beta$  par rapport à l'horizontale. Le sol, de poids volumique  $\gamma$  est le siège d'un écoulement parallèle à la pente et dont la surface libre est à la profondeur  $z_0$ . On considère que le poids volumique est le même au-dessous et au-dessus de la nappe.

- Déterminer la contrainte totale s'exerçant au point M ( $z$ ) sur la facette parallèle à la surface.
- Déterminer la pression interstitielle en M, ainsi que la contrainte effective normale sur la facette parallèle à la surface.
- Calculer le gradient hydraulique de l'écoulement.



✓ Réponse

- $\sigma_y = \gamma z \cos^2 \beta$ ,  $\tau_{xz} = \gamma z \cos \beta \sin \beta$ ;
- $u(M) = (z - z_0) \cos^2 \beta \cdot \gamma_w$ ;  $\sigma'(M) = [\gamma(z - z_0) + \gamma z_0] \cos^2 \beta$
- $i = \sin \beta$

### 1.3.5. Surfaces équipotentielles

Nous avons vu que dans le cas d'une nappe d'eau *stagnante*, la charge hydraulique est alors la même en tout point.

Par contre, s'il y a un *écoulement* (fig.5.3), caractérisé par les lignes ou filets d'eau (a,b,c, ...), les points (A,B,C, ...) perpendiculaire à ces lignes d'écoulement et sur un même plan, ont la même charge hydraulique.

Ces surfaces portent le nom de **surfaces équipotentielles**.

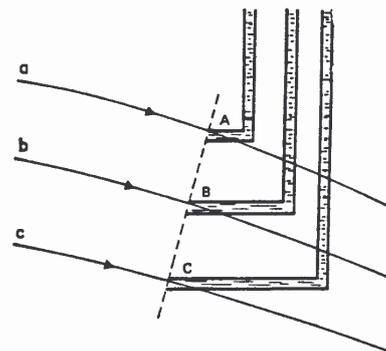


Fig. 5.3. Cas d'une nappe avec écoulement

## 2. PERMEABILITE DU SOL

### 2.1.Coefficient de perméabilité

Etudions l'écoulement de l'eau dans un tube horizontal comprenant un échantillon de sol AB (fig. 5.4).

L'expérience montre que le débit  $Q$  d'eau qui passe à travers cet échantillon peut être donné par une formule de la forme :

$$Q = K.S.\frac{h_1 - h_2}{L} = K.S.\frac{\Delta h}{L} \quad (1)$$

avec :

$S$  : section de l'échantillon,

$L$  : sa longueur,

$h_1, h_2$  : niveaux piézométriques respectivement en A et B,

$\Delta h$  : différence piézométrique ou perte de charge piézométrique à travers l'échantillon,

$K$  : coefficient de proportionnalité qui dépend de la nature du sol et qu'on désigne par **coefficient de perméabilité**.

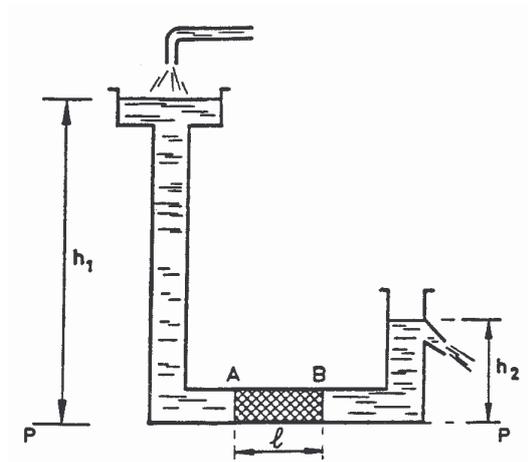


Fig. 5.4. : Ecoulement de l'eau à travers l'échantillon AB

Exemple :  $K_{\text{latérite compacté}} \in [10^{-7}; 10^{-5}]$   
 $K_{\text{latérite lâche}} \in [10^{-3}; 10^{-2}]$  ( $K$  en cm/s)

### 2.2. Détermination du coefficient de perméabilité K au laboratoire

Divers procédés sont utilisés pour déterminer la perméabilité d'un sol. Le plus simple est l'utilisation d'un **perméamètre**.

L'échantillon E est placé entre deux pierres poreuses P. Le récipient R est maintenu toujours plein. La mesure du volume d'eau  $Q$  qui traverse l'échantillon d'épaisseur pendant un temps  $T$  permet d'avoir la valeur de  $K$ .

En effet, on tire de l'équation (1) :

$$Q = \frac{V}{T} = K.S.\frac{\Delta h}{L} \quad \text{d'où :} \quad K = \frac{L}{S.\Delta h} \cdot \frac{V}{T}$$

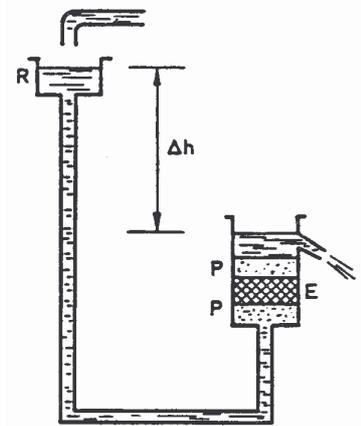


Fig. 5.5. : Perméamètre à charge constante

La valeur du coefficient de perméabilité  $K$  dépend de nombreux facteurs. On peut citer notamment :

- La granulométrie,
- La forme des grains,
- L'enchevêtrement des grains et la compacité du milieu.

Le tableau ci-après donne quelques caractéristiques correspondant à diverses valeurs de  $K$  :

$k$ (cm/s)	10	1	$10^{-1}$	$10^{-2}$	$10^{-3}$	$10^{-4}$	$10^{-5}$	$10^{-6}$	$10^{-7}$	$10^{-8}$	$10^{-9}$
Drainage	Bon					Mauvais		Pratiquement imperméable			
Type de sol	Gravillon		Sable		Silt et mélange Sable et argile				Argiles		
Travaux Génie Civil	Zones perméables				Zones imperméables						

**A noter :**

- $10^{-6}$  cm/s représente une vitesse de 30 cm/an,
- Il est utilisé pour des sols à très faible perméabilité ( $K < 10^{-5}$  cm/s - exemple cas des Argiles) un **perméamètre dit à charge variable** :

Le tube (1) (fig.5.6) est rempli d'eau.

A l'instant  $t = t_1$  la hauteur de l'eau dans le récipient est  $h_1$  ;

A l'instant  $t = t_2$  la hauteur devient  $h_2$

On démontre dans ce cas que la perméabilité de l'échantillon est donnée par la relation :

$$k = 2,3 \cdot \frac{d}{D} \cdot \frac{l}{(t_2 - t_1)} \cdot \log\left(\frac{h_1}{h_2}\right)$$

$d$  : est le diamètre de la section (1)

$D$  : est le diamètre de l'échantillon de sol.

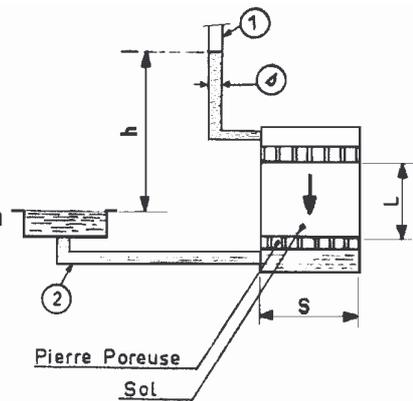


Fig. 5.6. : Perméamètre à charge variable

- La perméabilité des sables à granulométrie uniforme ( $\frac{d_{60}}{d_{10}} \leq 2$ ) peut être évaluée en utilisant la formule approchée de HAZEN :

$$k = 125 \cdot d_{10}^2$$

**NB** : K en m/s et d en mm

$d_{10}$  est le diamètre efficace c'est à dire le diamètre correspondant à 10% de passant.

**A noter** : En Pratique HAZEN est valable si l'on trouve  $K \in [10^{-5} ; 1]$  ( $[K] = [m/s]$ ), ou encore si  $\frac{d_{60}}{d_{10}} \leq 2$

### 2.3. Mesure in situ

Les mesures de perméabilité au laboratoire ont l'inconvénient d'opérer sur des échantillons trop petits pour fournir une représentation valable de la perméabilité d'un sol, par suite des hétérogénéités locales. Les perméabilités mesurées en laboratoire sont toujours plus faibles que celles mesurée in situ.

Il existe plusieurs méthode de mesure de perméabilité in situ, parmi lesquels les essais **Dupuit** et **Lefranc** qui seront examinés plus loin.

## 2.4. Perméabilité moyenne fictive horizontale et verticale des terrains lités

La plupart des sols sont lités (succession de roches altérées de différentes origines ). Il apparaît que la perméabilité est beaucoup plus forte dans le sens des lits que dans le sens perpendiculaire aux lits.

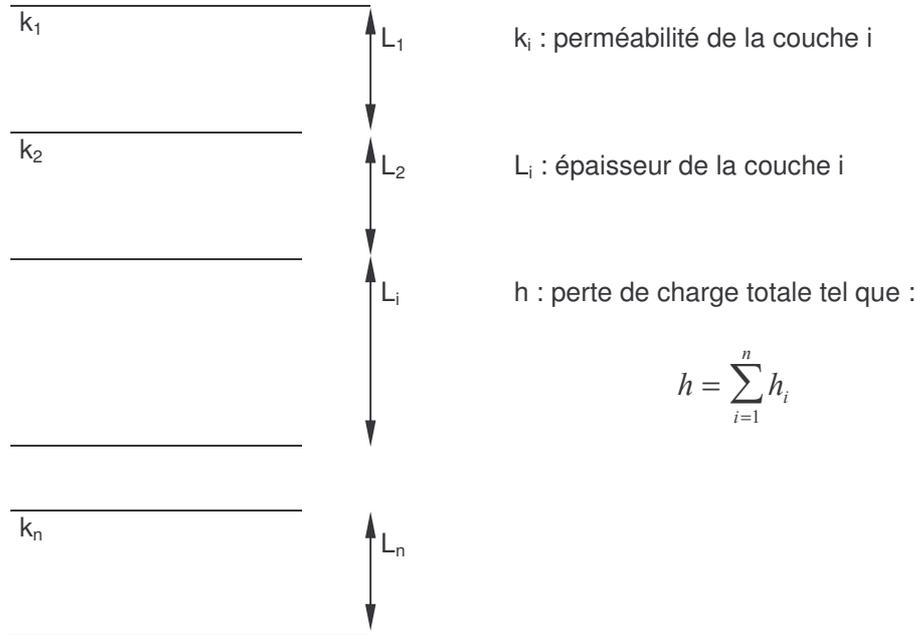


Fig. 5.7. Perméabilité verticale moyenne des sols lités

### 2.4.1 Coefficient de perméabilité moyen perpendiculaire aux plans de stratification ou perméabilité moyenne verticale

Ecrivons l'équation de conservation de la masse d'eau interstitielle :

$$v = \frac{H}{L} k_v = k_1 i_1 = k_2 i_2 = k_n i_n \Rightarrow i_i = \frac{H}{L} \frac{k_v}{k_i}$$

avec :

$$H = l_1 i_1 + l_2 i_2 + \dots + l_n i_n = \sum_{i=1}^n l_i \frac{H}{L} \frac{k_v}{k_i} = \frac{H}{h} k_v \sum_{i=1}^n \frac{L_i}{k_i}$$

d'où :

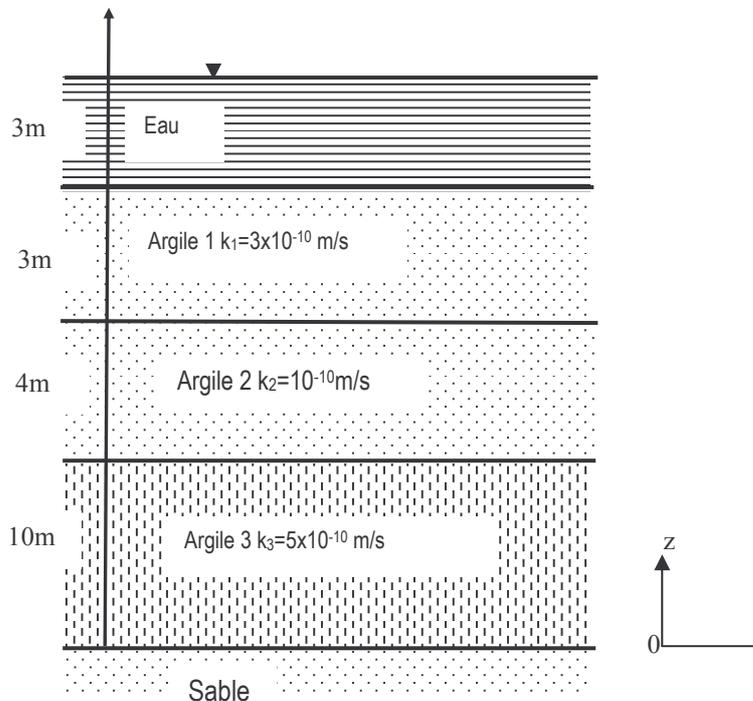
$$k_v = \frac{L}{\sum_{i=1}^n \frac{L_i}{k_i}}$$

### Exercice 5.3

On considère la coupe géotechnique ci-après d'un sol constituant le fond d'une fouille creusée par dragage. Il s'agit essentiellement de trois argiles surmontant une couche de sable de perméabilité très élevée

On supposera que les couches d'argile ont le même poids volumique, soit  $\gamma = 20\text{kN/m}^3$ . La pression interstitielle à la base de la couche 3 est  $U_D=270\text{kPa}$ .

En admettant que les couches d'argile sont le siège d'un écoulement permanent vertical :



- a) Calculer la perméabilité verticale équivalente de l'ensemble des trois couches d'argile.

$$K_{ep \text{ Vert.}} = \frac{\sum l_i}{\sum \frac{l_i}{K_i}} = \frac{17}{\frac{10}{5 \cdot 10^{-10}} + \frac{4}{10^{-10}} + \frac{3}{3 \cdot 10^{-10}}} = 2,42 \cdot 10^{-10} \text{ m/s}$$

- b) Calculer le débit traversant les trois couches.

Quelque soit la couche ou la somme de couche traversée on a la conservation du débit soit :

$$Q = cte = K \cdot S \cdot \Delta h / l \Leftrightarrow \left( \frac{Q}{S} \right)_i = K_i \cdot \frac{\Delta h_i}{l_i} = cte ;$$

En particulier pour les trois couches d'argile on détermine cette constante :

$$cte = K_{eq \text{ vert.}} \cdot \frac{h(0) - h(17)}{17} = \frac{17 \cdot 10^{-10}}{7} \cdot \frac{(27 - 20)}{17} = 10^{-10} \text{ (unité SI)}$$

- c) Tracer la courbe de variation de la charge hydraulique  $h$  en fonction de  $z$ .

### 2.4.2 Coefficient de perméabilité moyenne parallèlement au plan de stratification ou perméabilité moyenne horizontale

Le débit total est la somme des débits dans chaque couche pour une tranche d'épaisseur unité et pour un gradient hydraulique  $i$ .

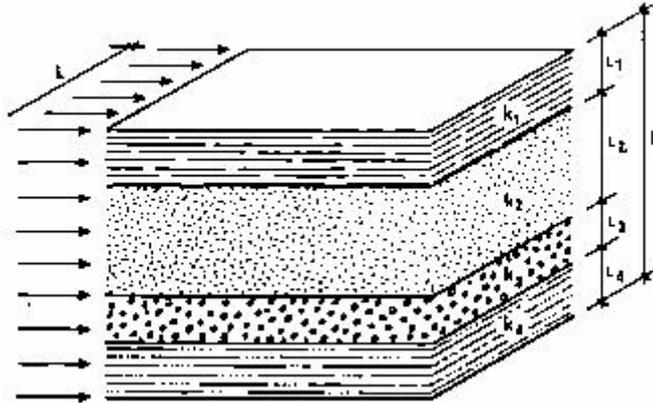


Fig. 5.8. Perméabilité horizontale moyenne des sols lités

Soient :

$Q$  : le débit total

$q_i$  : le débit traversant chaque couche élémentaire  $i$

$$Q = k_h \cdot i \cdot L = \sum_{i=1}^n q_i = \sum_{i=1}^n v_i \cdot L_i = \sum_{i=1}^n k_i \cdot i \cdot L_i = i \cdot \sum_{i=1}^n k_i \cdot L_i$$

d'où :

$$k_h = \frac{\sum_{i=1}^n k_i \cdot L_i}{L}$$

**A noter :**

1.  $K_h \geq K_v$
2. Pour un terrain naturel :  $K_h \approx 3 \cdot K_v$
3. Pour un terrain remanié :  $K_h \approx 10 \cdot K_v$

### 2.4.3 Coefficient de perméabilité équivalent

Nous sommes dans le cas d'un écoulement vertical et horizontal. On définit alors la grandeur suivante :

$$k_{\text{équivalent}} = \sqrt{K_h \cdot K_v}$$

**A noter :**

La direction d'écoulement dans les terrains sédimentaires est importante. En effet, les dépôts successifs étant horizontaux, l'eau circule plus facilement horizontalement que verticalement.

### 3. HYDRAULIQUE SOUTERRAINE SOUS DES OUVRAGES DE GENIE CIVIL

#### 3.1. Equation de LAPLACE

Considérons un sol soumis à un écoulement.

En combinant la condition de continuité et la loi de DARCY nous obtenons le système suivant :

$$\left\{ \begin{array}{l} \frac{\partial V_x}{\partial x} + \frac{\partial V_y}{\partial y} + \frac{\partial V_z}{\partial z} = 0 \quad (\text{condition de continuité}) \\ V_x = -K \cdot \frac{\partial h}{\partial x} \\ V_y = -K \cdot \frac{\partial h}{\partial y} \\ V_z = -K \cdot \frac{\partial h}{\partial z} \end{array} \right. \quad (\text{Loi de DARCY})$$

Soit :

$$\boxed{\frac{\partial^2 h}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 h}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 h}{\partial z^2} = 0} \quad (\Leftrightarrow \nabla^2 h = 0)$$

**A noter :**

Cette équation concerne la charge hydraulique exclusivement ; elle suffit à caractériser tout écoulement souterrain dans un sol.

#### 3.2. Cas des écoulements à deux dimensions en milieu homogène et isotrope

La plupart des problèmes d'hydraulique des sols peuvent être ramenés à deux dimensions :

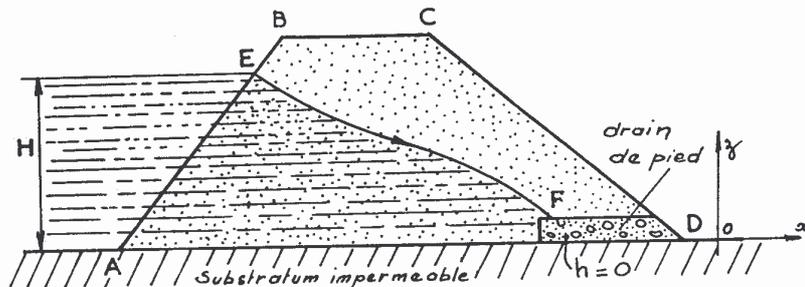


FIG. 5.9 : Écoulement plan sous un barrage  $\Leftrightarrow$  Écoulement bidimensionnel

Dans ce contexte l'équation de Laplace s'écrit :

$$\nabla^2 h = \frac{\partial^2 h}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 h}{\partial y^2} = 0$$

Plusieurs méthodes permettent de résoudre cette équation :

- la méthode numérique,
- la méthode analogique (analogie électrique),
- la méthode graphique.

**Nous nous limitons dans ce cours à la méthode graphique.**

### 3.2.1. Vocabulaire - Rappel

- On appelle **ligne de courant** le trajet de l'eau
- On appelle **lignes équipotentielle** les courbes qui passent par les points de même valeur du potentiel. Elles ont pour équation générale  

$$h = Cte$$
- On démontre que les lignes de courant et les équipotentielles forment un réseau de courbes orthogonales en tout point.
- On appelle **tube de courant** l'espace compris entre deux lignes de courant.

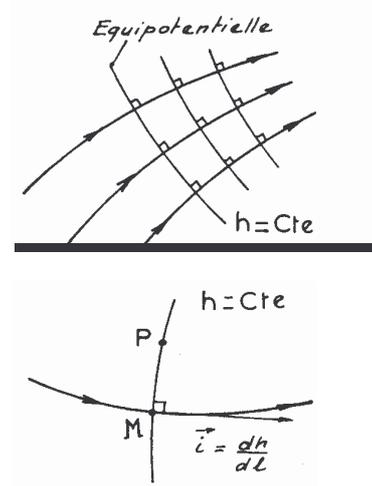


Fig. 5.10 : Ligne de courant et équipotentielle d'un Ecoulement bidimensionnel

### 3.2.2. Construction graphique d'un réseau d'écoulement bidimensionnel

Considérons le réseau d'écoulement sous le mur de palplanche de la fig. 5.11.

Pour que l'équation de LAPLACE livre des résultats valables il faut graphiquement que:

- Les lignes d'écoulement et les lignes équipotentielles se croisent à angle droit et forme des carrés
- La perte de charge ( $\Delta h'$ ) entre les lignes équipotentielles est constante, comme l'indique les tubes piézométriques 1 à 4 de la figure ci-dessous

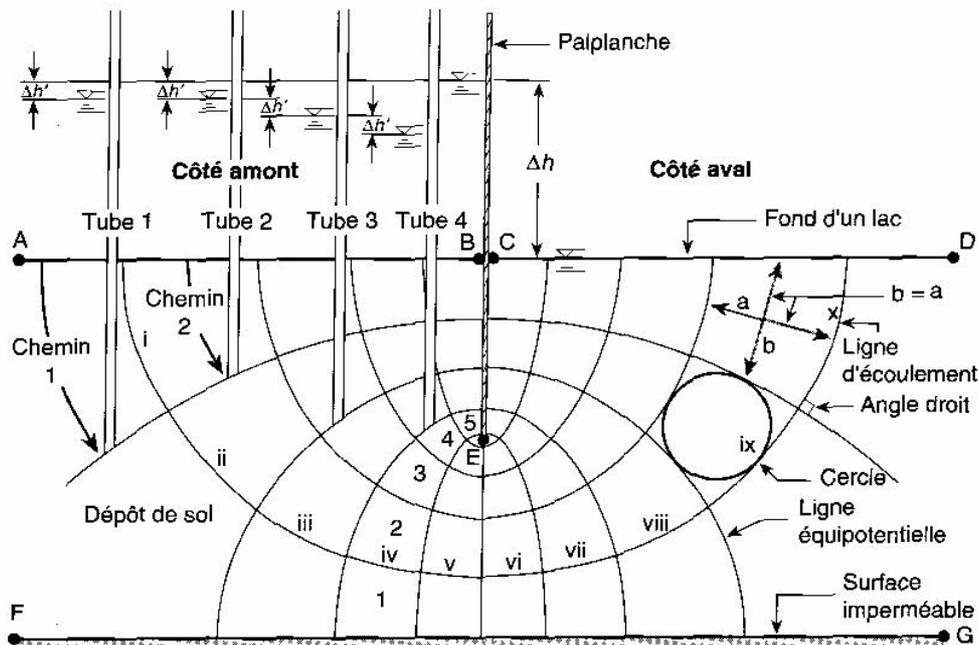
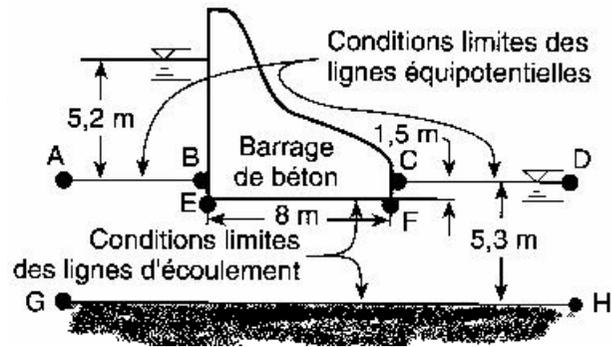


Fig. 5.12 : Réseau d'écoulement bidimensionnel sous un rideau de palplanche

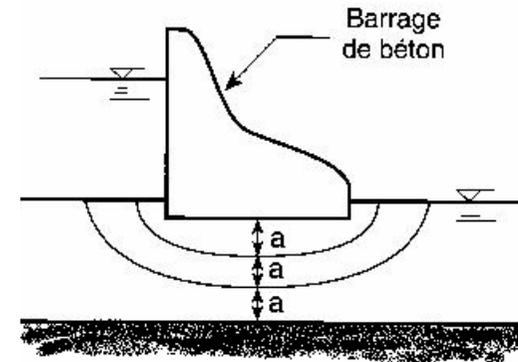
#### A noter :

Il est évident que les lignes courbes des écoulements bidimensionnels ne formeront pas des carrés parfaits. On peut néanmoins parler de formes carrées lorsque la longueur moyenne ( $b$ ) est égale à leur hauteur moyenne ( $a$ ), ou encore lorsqu'on peut y introduire un cercle.



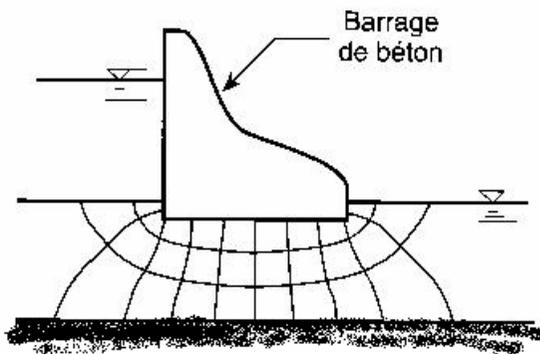
① On place à l'échelle la vue en coupe de l'ouvrage et du dépôt de sol à travers lequel l'eau s'écoulera. L'échelle choisie doit être assez grande pour que les détails du réseau soient précis, mais sans trop, car la construction du réseau exigerait alors beaucoup trop de temps.

② On établit les conditions aux limites d'écoulement du réseau. Ici, le contour BEFC et la ligne GH constituent les limites des lignes d'écoulement, tandis que les surfaces AB et CD encadrent les lignes équipotentielles.

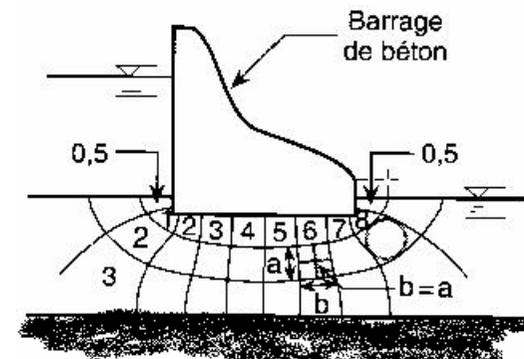


③ On trace un nombre de lignes d'écoulement suffisant pour former de trois à six tubes. Lorsque les conditions s'y prêtent, les zones où l'écoulement de l'eau dans le dépôt de sol est unidimensionnel ou presque facilitent la disposition des lignes d'écoulement. Sous la partie centrale du barrage de notre exemple se trouve une zone où l'écoulement est presque horizontal : on peut donc y disposer trois tubes situés à égale distance ( $a$ ).

Notes personnelles :



④ On trace des lignes équipotentiels qui croisent les lignes d'écoulement pour former des carrés approximatifs. Dans les zones où l'écoulement est presque unidimensionnel, on peut placer des lignes formant des carrés presque parfaits. Puis, on déplace au besoin les lignes d'écoulement déjà tracées pour donner au réseau un aspect général satisfaisant.



⑤ On vérifie l'exactitude de chaque carré en s'assurant que sa longueur moyenne ( $b$ ) est égale à sa hauteur moyenne ( $a$ ) et que les lignes se coupent à angle droit. Le carré dans lequel un cercle s'inscrit parfaitement ne requiert aucune modification. S'il est nécessaire d'apporter des corrections, on les fera en changeant la position des lignes équipotentiels. Quand le réseau répond à toutes les exigences, on note le nombre de tubes, d'unités de tube et de perte de charge. Le réseau bidimensionnel de notre exemple est composé de trois tubes ( $N_c = 3$ ) et de dix pertes de charge ( $N_h = 10$ ).

Notes personnelles :

### 3.2.3. Méthode de résolution graphique

Considérons le réseau d'écoulement sous le mur de palplanche de la fig. 5.12.

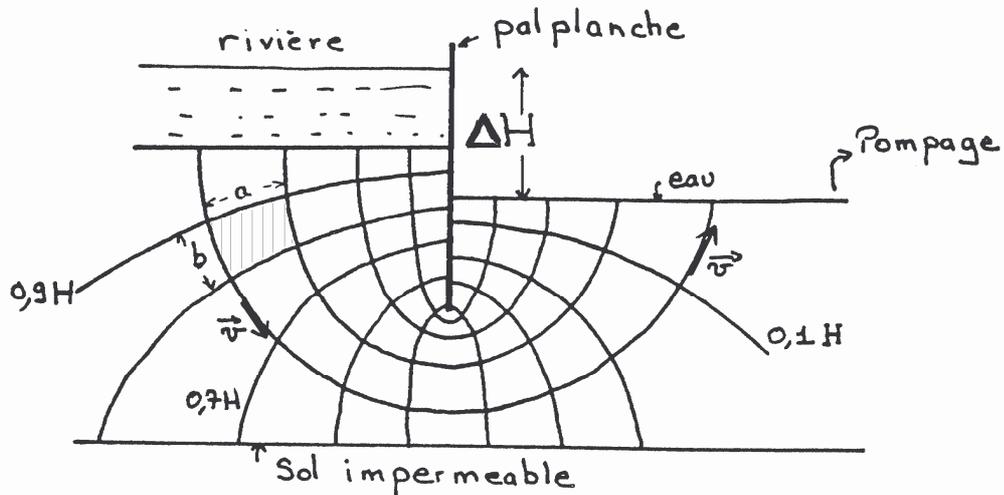


Fig. 5.12 :  $\Delta h$  entre deux courbe de charge hydraulique pris à 1/10 de la perte de charge totale

#### A noter :

1. Que le fond de fouille et le fond de la rivière sont des équipotentiels ( $h_i = \text{cte}$ )
2. Que le fond étanche et la palplanche elle-même sont des lignes de courant,
3. les lignes de courant partent perpendiculairement des fonds de fouilles, et les équipotentiels sont perpendiculaires au substratum et aux palplanches,
4. **Le réseau des équipotentiels sera préférentiellement toujours établi pour des variations de  $\Delta h$  identiques donc la perte de charge entre 2 courbes est 1/10 de la perte de charge totale.**

#### Avant propos :

Considérons un quadrilatère curviligne de largeur  $a$  et de longueur  $b$ .

Le débit d'eau  $\Delta q$  à travers ce quadrilatère et sur une épaisseur unité est :

$$\Delta q = V.a.1 \quad \text{or} \quad V = k.i = k \frac{\Delta h}{b}$$

, et en définitive :

$$\Delta q = k.\Delta h.\frac{a}{b} \quad \left( \begin{array}{l} \text{par unité de largeur de palplanche} \\ \text{, et } b = \text{longueur dans le sens de} \\ \text{l'écoulement} \end{array} \right)$$

Considérons un autre quadrilatère de longueur  $c$  et de largeur  $d$ , on a de même :

$$\Delta q = k.\Delta h.\frac{c}{d} \quad \text{On a donc bien :} \quad \frac{a}{b} = \frac{c}{d} = \text{Cte}$$

*Calcul du débit total :*

Soient :

- $\Delta H$  : est la différence de charge entre les équipotentiels extrêmes ;
- $N_h$  : le nombre d'intervalles équipotentiels
- $N_c$  : le nombre de tubes de courant
- $Q$  : le débit total par unité de largeur de l'ouvrage
- $\Delta h$  : la différence de charge entre deux équipotentiels voisines,

On a :  $\Delta h = \frac{\Delta H}{N_h}$  ;  $\Delta q = k \cdot \Delta h = k \frac{\Delta H}{N_h}$  ;  $Q = N_c \cdot \Delta q$  finalement,

$$Q = k \frac{N_c}{N_h} \Delta H$$

*Calcul de la pression interstitielle :*

Si  $h$  est la charge hydraulique en un point M d'altitude  $z$  la pression interstitielle en ce point est donnée par la relation :

$$u = \gamma_w \cdot (h - z)$$

### Exercice 5.6

Tracez les réseaux d'écoulement pour les deux cas suivants :

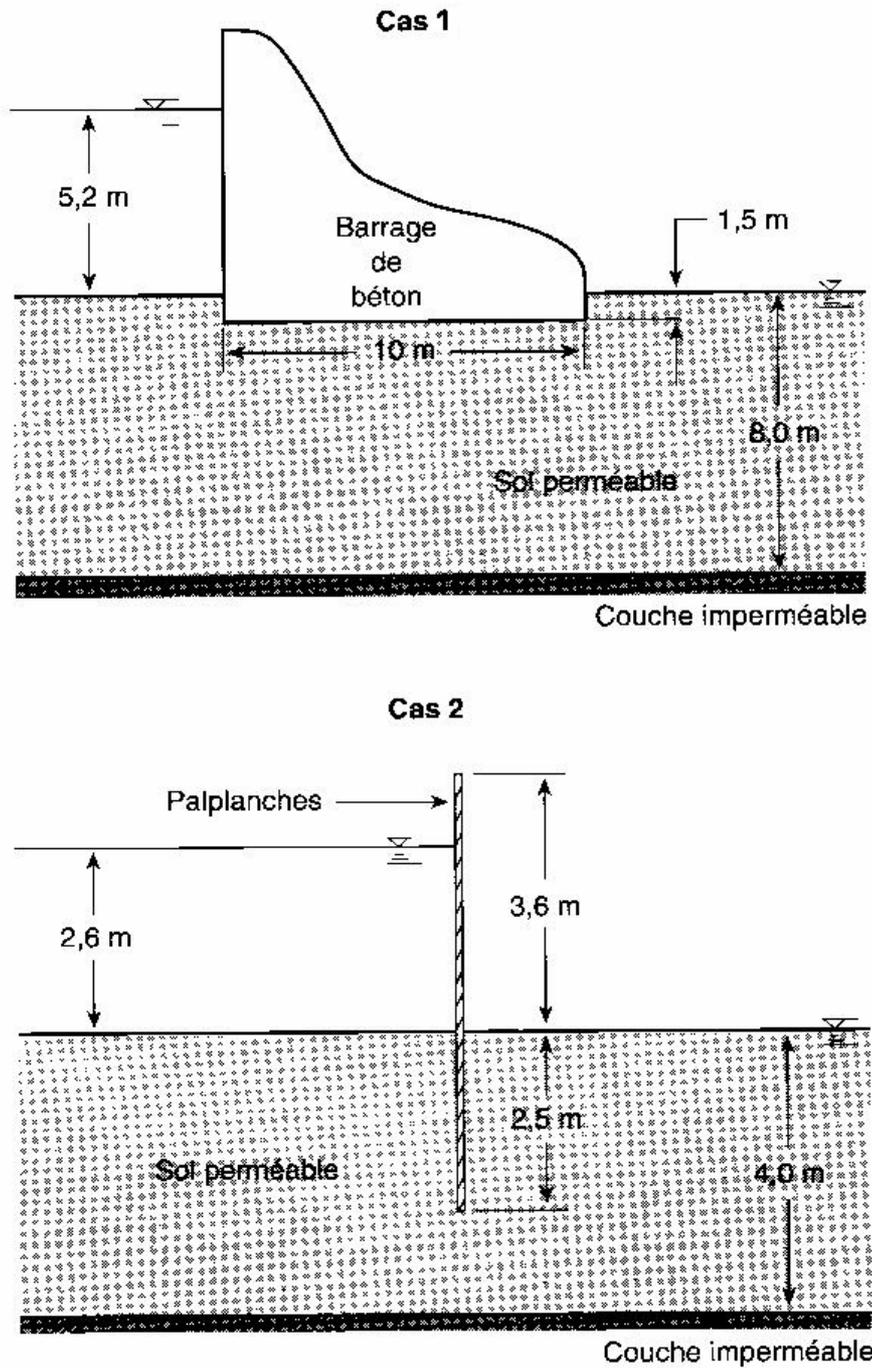


Fig. : 5.13 a) et 5.13 b)

### Exercice résolu 5.7

La figure 5.14 ci-après représente un réseau d'écoulement bidimensionnel dessiné à l'échelle.

Déterminer le débit d'infiltration sous les palplanches, à partir des données suivantes :

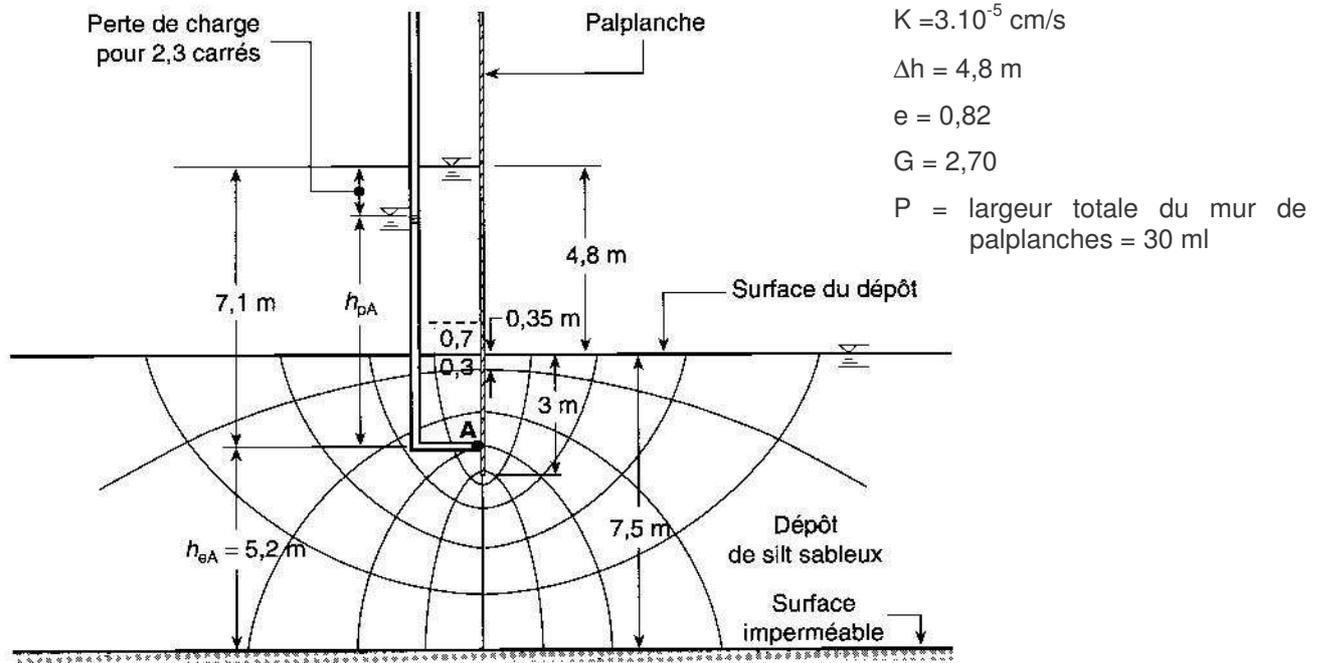


Fig. . 5.14 : Réseau d'écoulement bidimensionnel

Réponse :

1. On calcule le débit d'infiltration à l'aide de l'équation suivante :

$$Q = k \frac{N_c}{N_h} \Delta H . L$$

où :  $N_c = 5$  ;  $N_h = 8 + 0,3 \times 2 = 8,6$  ;  $L = \text{longueur de palplanche} = 30 \text{ m}$

et :

$$Q = 2,51.10^{-5} \text{ m}^3/\text{s}$$

### 3.3. Cas des écoulements de révolution à trois dimensions

Ces écoulements sont rencontrés à l'occasion des pompages ; Les applications principales des pompages sont :

- L'alimentation en eau,
- Le rabattement des nappes,
- La détermination in situ du coefficient moyen de perméabilité d'un sol.

#### 3.3.1 Essai de pompage en régime permanent : formule de Dupuit

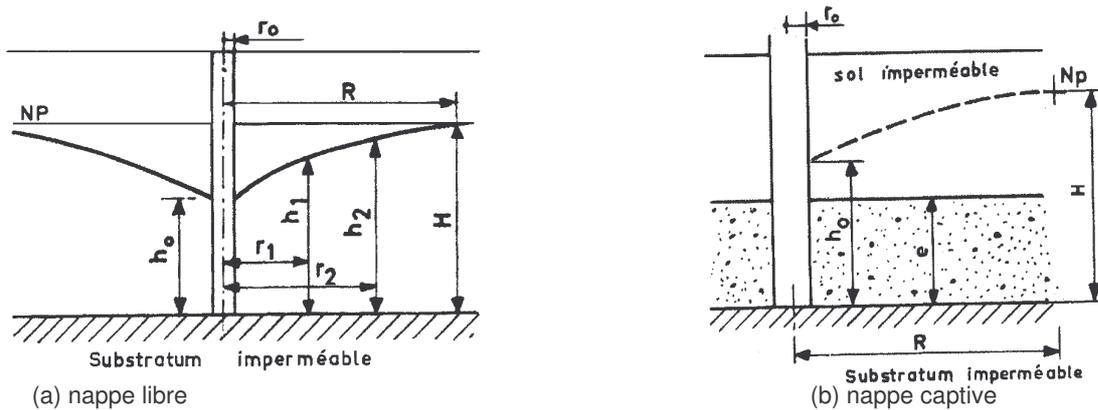


Fig.5.15 : . Essai de pompage

La surface libre de la nappe présente une dépression en forme d'entonnoir centré sur le puits et qui s'étend jusqu'à la limite du massif. Lorsqu'un régime permanent s'établit, le débit pompé est donné par la relation :

$$Q = \pi k \cdot \frac{H^2 - h^2}{\ln\left(\frac{R}{r}\right)} = 1,365 \cdot k \cdot \frac{H^2 - h^2}{\log\left(\frac{R}{r}\right)} \quad \text{pour une nappe libre}$$

$$Q = 2\pi k e \cdot \frac{H - h}{\ln\left(\frac{R}{r}\right)} = 2,73 \cdot k \cdot e \cdot \frac{H - h}{\log\left(\frac{R}{r}\right)} \quad \text{pour une nappe captive}$$

#### 3.3.2. Rayon d'action et mesure du coefficient de perméabilité $k$ in situ

On appelle rayon d'action  $R$  la distance à laquelle le pompage cesse de se faire sentir. La détermination du rayon d'action n'est pas facile. On admet toute fois que

$$100 \cdot r < R < 300 \cdot r$$

On peut aussi recourir à la formule empirique proposée par SICHARD:

$$R = 3000 \cdot (H - h) \cdot \sqrt{k} \quad \text{avec : } k \text{ en m/s, } (H - h) \text{ et } R \text{ s'exprimant en m}$$

Pour mesurer  $k$  de façon pratique, on détermine la forme exacte de la courbe (dépression) au moyen de piézomètres disposés autour du puits (huit au moins) et l'on ajuste les résultats expérimentaux avec la formule :

$$k = \frac{Q}{\pi} \cdot \frac{\ln\left(\frac{r_2}{r_1}\right)}{(h_2^2 - h_1^2)}$$

pour une nappe libre

$$k = \frac{Q}{2\pi e} \cdot \frac{\ln\left(\frac{r_2}{r_1}\right)}{(h_2 - h_1)}$$

pour une nappe captive

### 3.3.3 Essai LEFRANC

L'essai de pompage représente un investissement important. Par contre, on peut profiter de la réalisation des sondages pour évaluer la perméabilité des sols meubles à l'aide d'un essai simple : l'essai LEFRANC (fig.5.16). Une cavité est ménagée à la partie inférieure du tubage. Il s'agit en général d'une cavité cylindrique de longueur  $L$  et de diamètre  $D$ .

En régime permanent on a :

$$Q = C.k.h \quad C = \frac{2\pi.L}{\ln\left(\frac{2.L}{D}\right)} \text{ si } L > 2.D$$

Si  $L < 2D$  la formule ci-dessus n'est plus valable et l'on peut assimiler la cavité à une sphère et écrire la formule approchée :

$$C = 2.\pi.D.\sqrt{\frac{L}{D} + \frac{1}{4}}$$

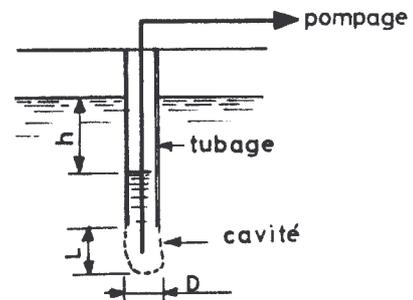


Fig.5.16 Essai LEFRANC

Pour  $L = D$  cette formule donne :  $Q = 2,24.\pi.D$

Il est également possible de réaliser l'essai à niveau variable ce qui est pratique pour des sols peu perméables. Le coefficient de perméabilité est alors donné par la relation

$$k = \frac{S}{C} \cdot \frac{\ln\left(\frac{h_0}{h_1}\right)}{(t_1 - t_0)}$$

Avec :  $S$  est la section du forage

$h_0$  et  $h_1$  sont les niveaux de l'eau dans le sondage entre les temps  $t_0$  et  $t_1$  (par rapport au niveau phréatique).

## 4. FORMATION DE SABLES BOULANT ET DES RENARDS

### 4.1. Sable bouillant

Considérons deux récipients  $R_1$  et  $R_2$  reliés entre eux par un tube en caoutchouc (fig. 5.17). Le premier  $R_1$  est maintenu constamment plein d'eau et le second  $R_2$  est rempli de sable. Examinons l'écoulement de l'eau dans ce dispositif.

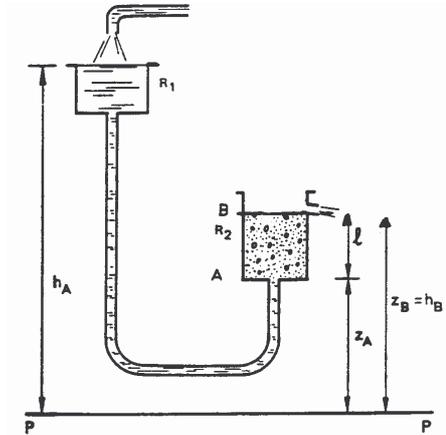


Fig.5.17. Phénomène de boullance

Ramenons l'étude à un plan de référence horizontal PP. On a :

- Niveau piézométrique  $h_A$  en A : c'est le niveau de l'eau dans le récipient  $R_1$ .
- Niveau piézométrique  $h_B$  en B : c'est le niveau de l'eau dans le récipient  $R_2$ .
- 

En désignant par  $Z_A$  et  $Z_B$  les côtes respectives de A et de B, on a comme niveau piézométrique :

$$\text{En A :} \quad h_A = Z_A + \frac{P_A}{\gamma_w}$$

$$\text{En B :} \quad h_B = Z_B + \frac{P_B}{\gamma_w}$$

Le gradient hydraulique  $i$  dans le récipient  $R_2$  de longueur  $l$  est donc :

$$i = \frac{h_A - h_B}{l} = \frac{Z_A - Z_B}{l} + \frac{P_A - P_B}{l \cdot \gamma_w} = -1 + \frac{P_A - P_B}{l \cdot \gamma_w}$$

d'où :

$$P_A - P_B = l \cdot \gamma_w \cdot (1 + i)$$

Supposons que l'on augmente le gradient  $i$  en soulevant progressivement le récipient  $R_1$ . Il arrive un moment où la différence de pression ( $P_A - P_B$ ) devient égale au poids du sable dans le récipient  $R_2$ .

$$P_A - P_B = l \cdot \gamma$$

où  $\gamma$  est le poids volumique du sable saturé d'eau.

A partir de cet instant, le sable s'émulsionne dans l'eau qui entraîne dans son écoulement ascendant comme si tout l'ensemble avait une consistance liquide.

Cet état particulier est celui des sables bouillants. Il se produit lorsque le gradient hydraulique prend une valeur critique  $i_c$  dite gradient de boullance qu'on peut évaluer à partir des relations précédentes :

$$P_A - P_B = l \cdot \gamma_e \cdot (1 + i_c) = l \cdot \gamma$$

d'où :

$$i_c = \frac{\gamma - \gamma_w}{\gamma_w} = \frac{\gamma'}{\gamma_w} = \frac{G - 1}{1 + e}$$

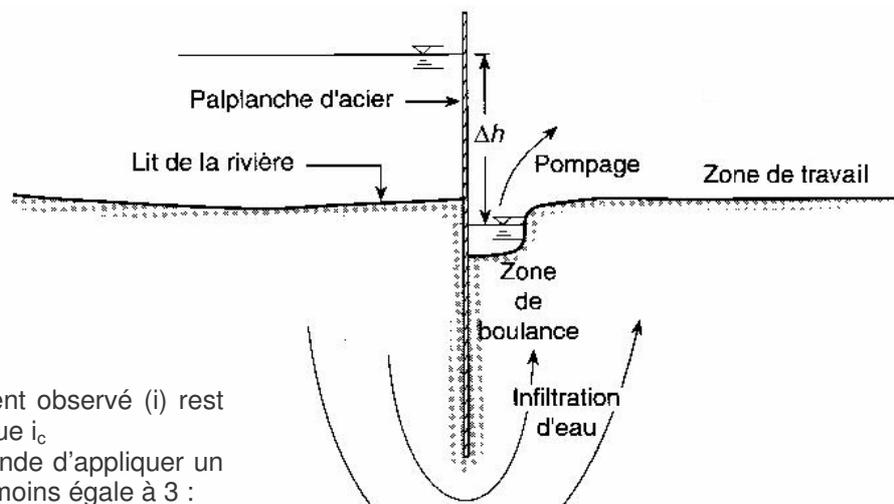
Rappel :  $G = \frac{\gamma_s}{\gamma_w}$

où  $\frac{\gamma'}{\gamma}$  est la densité déjaugée du sable parfaitement saturé. Or, pour le sable  $\gamma' \neq \gamma_w$  ; il en résulte que  $i_c \neq 1$ .

Ce même phénomène peut se produire dans la nature. Imaginons un courant d'eau ascendant à travers une couche de sable fin. Si le courant est lent, autrement dit si le gradient hydraulique correspondant est faible, il n'y a pas entraînement d'éléments solides. Si le gradient hydraulique augmente pour une quelconque raison et atteint sa valeur critique, on voit que le courant d'eau soulève les grains de sable et le milieu perd toute consistance au chargement comme si il était liquéfié. On peut observer un tel phénomène le long des plages de sable soumises à de fortes marées. Il porte, d'ailleurs, le nom de sable mouvant et est à l'origine de divers accidents d'enlèvement et de perte de portance des fondations. C'est le cas des sources côtières et de l'infiltration de l'eau à l'intérieur d'une enceinte étanche (rideau de palplanches, ...)

### 4.2. Renards

L'infiltration d'eau sous un ouvrage (barrage, construction, rideau de palplanches, ..) peut provoquer un phénomène similaire au sable bouillant quand le gradient hydraulique observée atteint une certaine valeur critique. Au départ, on assiste à une augmentation de la vitesse d'écoulement avec un entraînement progressif des éléments fins du sol et, très rapidement, un entraînement générale des divers matériaux constituant le milieu. Il se forme alors une voie de circulation d'eau privilégiée à travers laquelle la venue d'eau prend rapidement une allure catastrophique et qu'on désigne par Renard. Celui-ci est donc caractérisé par la rapidité de sa formation qui peut être à l'origine de désordres importants pour tous les ouvrages situés à proximité (rupture de barrages, fissuration de bâtiments, renversement d'un rideau de palplanches, ...).



**A Noter :**

Il faut donc que le gradient observé ( $i$ ) rest inférieur au gradient critique  $i_c$ . En pratique, on recommande d'appliquer un facteur de sécurité  $F_s$  au moins égale à 3 :

$$F_s = \frac{i_c}{i} \geq 3$$

Fig. : 5.18: Bouillonnement d'eau de palplanche et bouillonnement du sol

### 4.3. Dispositions constructives pour prévenir les Renards

On peut envisager diverses mesures pour réduire les risque de formation d'un renard. Notamment :

- Diminuer la valeur du gradient hydraulique (donner aux palplanches, cf. fig. : 5.19, une fiche suffisante dans le sol ; prévoir un tapis imperméable du côté amont d'un barrage en terre, ...)
- Charger le sol où émerge l'infiltration derrière l'ouvrage avec un matériau pouvant jouer le rôle de filtre et en choisissant judicieusement sa granulométrie. On empêche ainsi l'entraînement des éléments fins de sol. Les deux conditions à remplir sont donc :

$$\underbrace{4,5.d_{15}(\text{terrain})}_{\text{condition de perméabilité}} \leq d_{15}(\text{filtre}) \leq \underbrace{4,5.d_{85}(\text{terrain})}_{\text{condition de filtre}}$$

- Enfoncer des piézomètres de décharge comportant des crépines à leur pointe dans le sol où il y a risque d'apparition d'un renard.

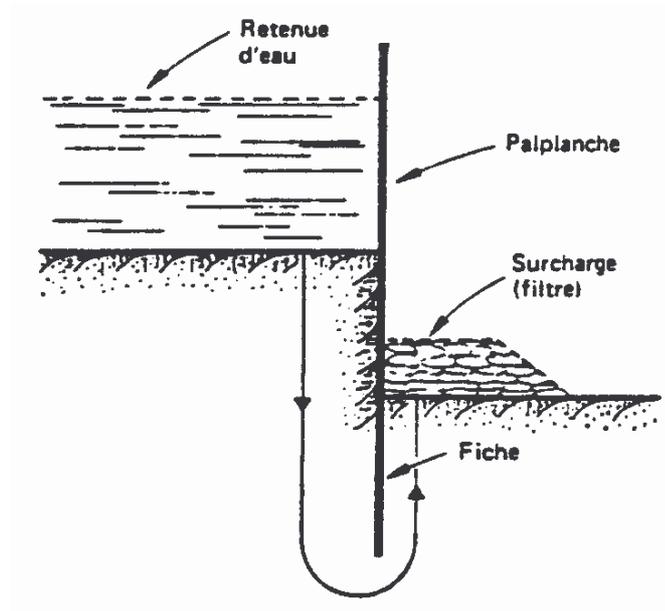


Fig.5.19 Exemple de dispositif anti-renard  
Cas d'un rideau de palplanches.

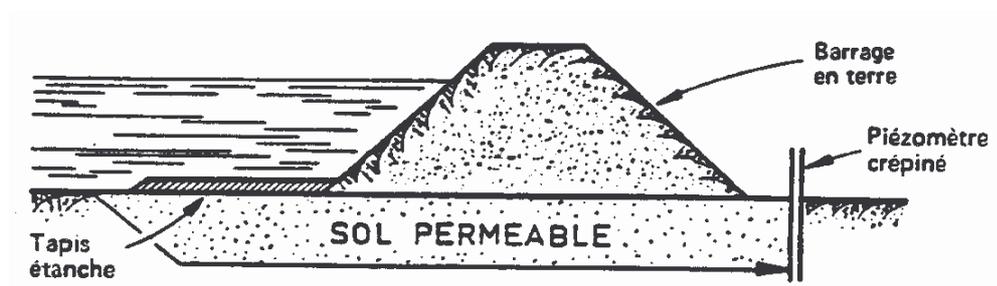


Fig.5.20 Exemple de dispositif anti-renard  
Cas d'un barrage en terre.\*

### Exercice 5.8

Reprenons la fouille à proximité d'une rivière.  
Déterminer l'épaisseur minimale d'argile à conserver pour maintenir l'équilibre, compte tenu d'un coefficient de sécurité  $F_s = 3$ .

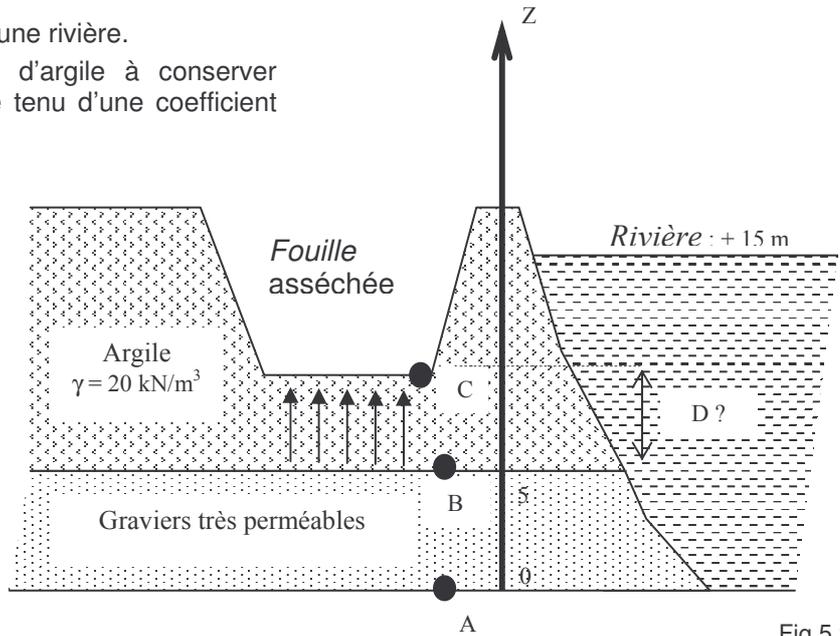


Fig.5.21

### Exercice résolu 5.9

La figure ci-après représente un réseau d'écoulement bidimensionnel dessiné à l'échelle.

Déterminer le facteur de sécurité relatif à l'état de boulance et la charge hydraulique totale au point A, à partir des données suivantes :

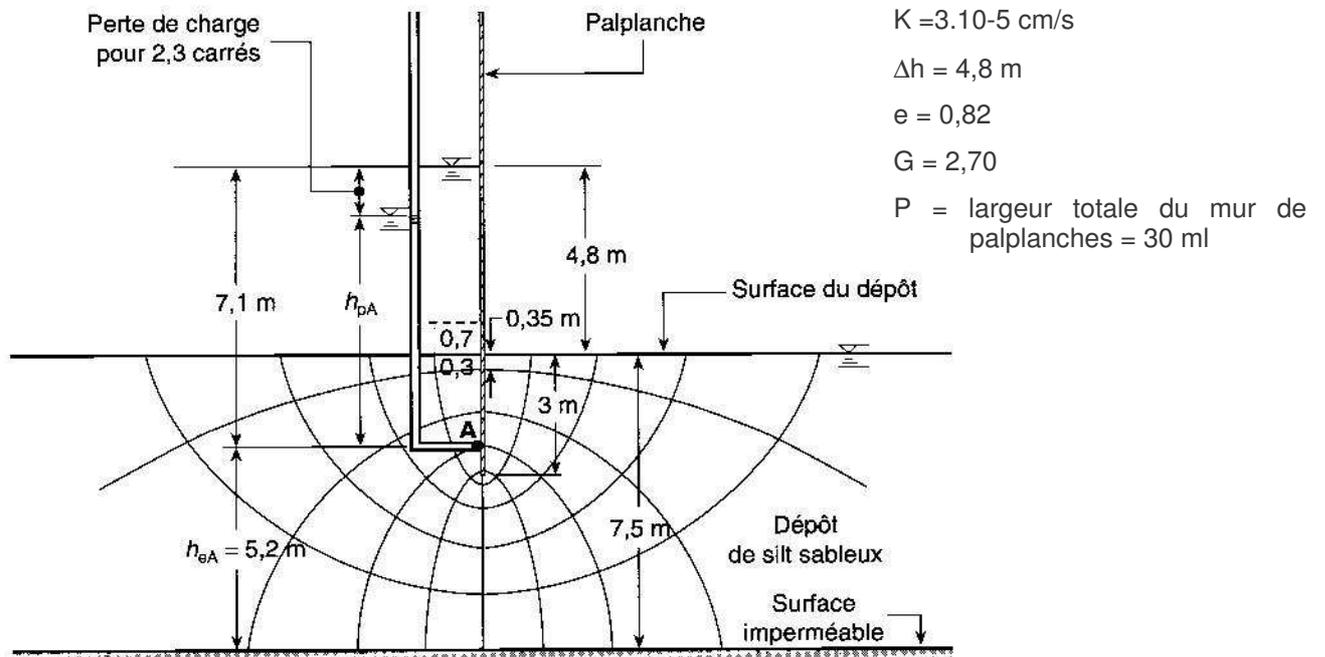


Fig. 5.22 . : Réseau d'écoulement bidimensionnel

Réponse :

1. Pour déterminer le facteur de sécurité  $F_s$ , on doit d'abord calculer le gradient hydraulique critique  $I_c$  et le gradient hydraulique observé  $I$ .

$$I_c = \frac{G - 1}{1 + e} = \frac{2,70 - 1}{1 + 0,82} = 0,93$$

$$I = \frac{\Delta h'}{b} \quad \text{où } \Delta h' = \text{perte de charge associée à la fraction du carré où les risques de}$$

$$\text{boulance sont les plus élevés} = \frac{4,8 \text{ m}}{8,6 \text{ carrés}} \times 0,3 \text{ carré} = 0,17 \text{ m}$$

$b$  = la longueur la plus courte associée à la perte de charge  $\Delta h'$  et mesurée à la règle le long des palplanches = 0,35 m

$$I = \frac{0,17 \text{ m}}{0,35 \text{ m}} = 0,48$$

$$\text{D'où :} \quad F_s = \frac{I_c}{I} = \frac{0,93}{0,48} = 1,94$$

On peut conclure que le sol n'est pas dans un état de boulangerie, puisque le facteur de sécurité est supérieur à 1. Cependant, comme ce facteur est inférieur à 3, la valeur recommandée, il faudra enfoncer les palplanches plus profondément afin d'augmenter la sécurité dans la zone asséchée et autour des palplanches.

2. On calcule la charge hydraulique totale ( $h$ ) en additionnant la charge d'élévation ( $h_e$ ) et la charge de pression ( $h_p$ ) :

$$h_{eA} = 5,2 \text{ m} \quad h_{pA} = 7,1 \text{ m} - \left( \frac{4,8 \text{ m}}{8,6 \text{ carrés}} \right) \times 2,3 \text{ carrés} = 5,8 \text{ m} \quad \text{d'où :}$$

$$h = 5,2 \text{ m} + 5,8 \text{ m} = 11,0 \text{ m}$$