$1^{ère}$ année Master ERM

Transferts Thermiques Approfondis et Phénomènes de Transport

Série de TD N°1

Exercice 01 :

Un réfrigérateur opère à une température interne de -20°C lorsque la température externe est de 25°C, les coefficients de transfert de chaleur par convection interne et externe sont respectivement 12 W/m²K et 8 W/m²K. La paroi du réfrigérateur est composée d'une couche interne en plastique (λ_1 = 1 W/mK et e_1 = 3 mm) et une couche externe en acier inoxydable (λ_2 = 16 W/mK et e_2 = 1 mm). Une couche d'isolant (λ_{isol} = 0.07 W/mK) est comprise entre les deux couches. Trouver l'épaisseur de la couche isolante qui permet de réduire les pertes thermique à travers la paroi du réfrigérateur à 15 W/m².

Exercice 02 :

De l'eau s'écoule dans une conduite en fonte de conductivité thermique λ = 50 W/mK, de 104 mm de diamètre externe et de 2 mm d'épaisseur.

1- Calculer les pertes de chaleur par mètre de longueur, si la température de l'eau est 15 °C, celle de l'air est -10 °C, le coefficient d'échange de chaleur par convection de l'eau est de 30 W/m²K, et celui de l'air est de 20 W/m²K.

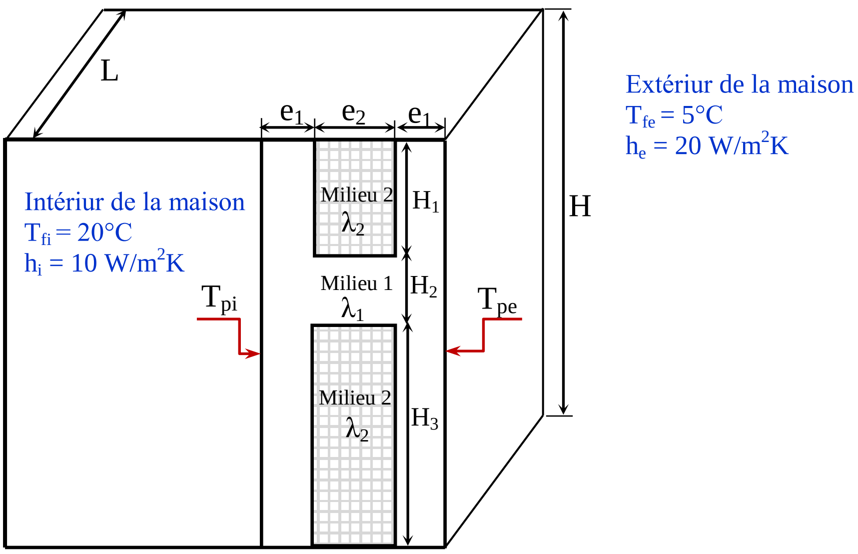
2- Calculer les pertes si la conduite est couverte d'une matière isolante de diamètre externe de 300 mm et ayant une conductivité thermique λ_{isol} = 0.05 W/mK.

Exercice 03 :

Le mur d'une maison, de largeur L = 5 m et de hauteur H = 3 m, est constitué d'agglomérés creux. L'intérieur de la maison est maintenu à une température de 20 °C tandis qu'à l'extérieur la température est de 5 °C. Les coefficients de transfert convectif sont : à l'intérieur h_i = 10 W/m^{2}K et à l'extérieur h_e = 20 W/m^{2}K.

1- Calculer les pertes de chaleur à travers le mur de cette maison.

2- Calculer les températures T_{pi} et T_{pe} des parois des murs interne et externe de la maison.



λ_1 = 0.5 W/mK
λ_2 = 2 W/mK
e_1= 10 cm
e_2= 20 cm
H_1= 70 cm
H_2= 50 cm
H_3= 180 cm

Dr. G. Mebarki

1ère année Master ERM

Transferts Thermiques Approfondis et Phénomènes de Transport

Solution de la série de TD N°1

Exercice 01 :

La paroi du réfrigérateur peut être schématisée comme suit :

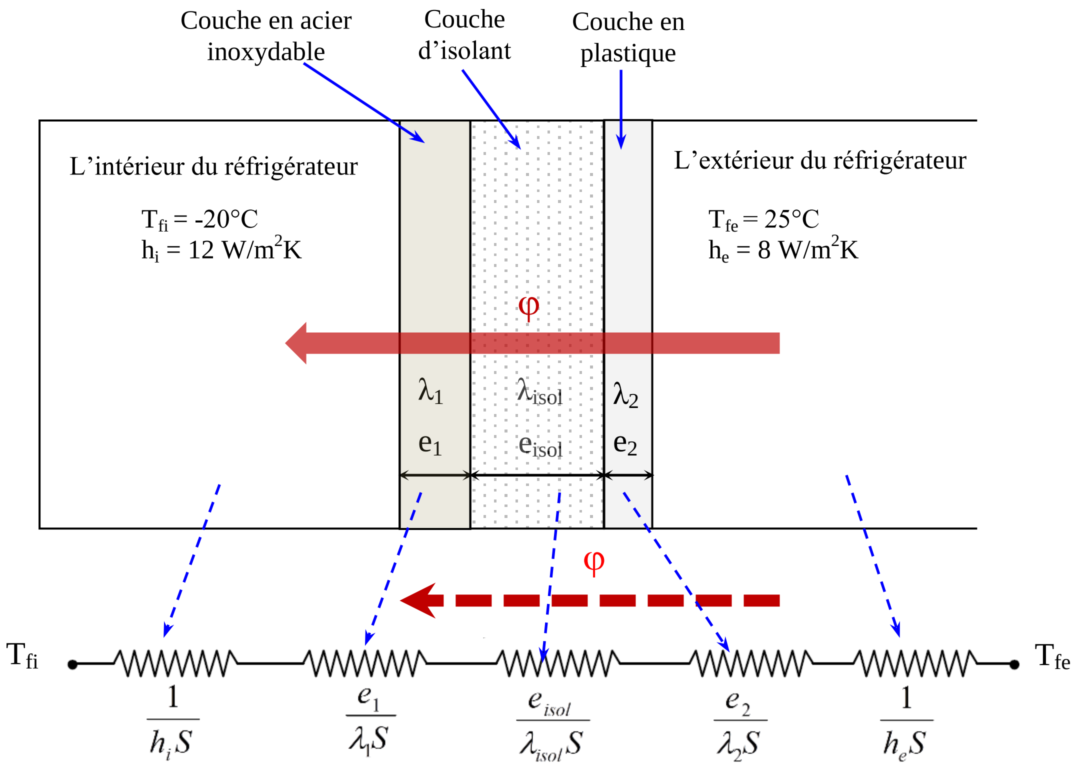


Figure 1 : Schéma de la paroi du réfrigérateur et du circuit électrique analogue.

Puisque la température à l'intérieur du réfrigérateur est inférieure à celle de l'extérieure, alors le flux de chaleur est orienté vers l'intérieur du réfrigérateur. Ce flux de chaleur représente les pertes thermiques à travers la paroi du réfrigérateur, il est exprimé par :

$$\varphi = \frac{T_{fe} - T_{fi}}{R_{Th\_totale}} \quad \text{avec} \quad R_{Th\_totale} = \sum_{1}^{5} R_i = \frac{1}{h_i S} + \frac{e_1}{\lambda_1 S} + \frac{e_{isol}}{\lambda_{isol} S} + \frac{e_2}{\lambda_2 S} + \frac{1}{h_e S}$$

$$\varphi = \frac{T_{fe} - T_{fi}}{\frac{1}{h_i S} + \frac{e_1}{\lambda_1 S} + \frac{e_{isol}}{\lambda_{isol} S} + \frac{e_2}{\lambda_2 S} + \frac{1}{h_e S}} \qquad [\mathrm{W}]$$

La densité de flux de chaleur s'exprime par:

$$\phi = \frac{\varphi}{S} = \frac{T_{f1} - T_{f2}}{\frac{1}{h_i} + \frac{e_1}{\lambda_1} + \frac{e_{isol}}{\lambda_{isol}} + \frac{e_2}{\lambda_2} + \frac{1}{h_e}} \qquad \left[\frac{\mathrm{W}}{\mathrm{m}^2}\right]$$

L'épaisseur de la couche isolante qui permet de réduire les pertes thermique à travers la paroi du réfrigérateur à ϕ = 15 W/m² s'exprime donc par :

$$e_{isol} = \lambda_{isol}\left[\frac{T_{f1}-T_{f2}}{\phi} - \left(\frac{1}{h_i}+\frac{e_1}{\lambda_1}+\frac{e_2}{\lambda_2}+\frac{1}{h_e}\right)\right] \quad [m]$$

A.N :

$$e_{isol} = 0.07\times\left[\frac{25-(-20)}{15} - \left(\frac{1}{12}+\frac{3.10^{-3}}{1}+\frac{1.10^{-3}}{16}+\frac{1}{8}\right)\right] = 0.1952 \quad [m]$$

$$e_{isol} = 19.52 \quad [cm]$$

Exercice 02 :

1- Le problème peut être schématisé comme suit :

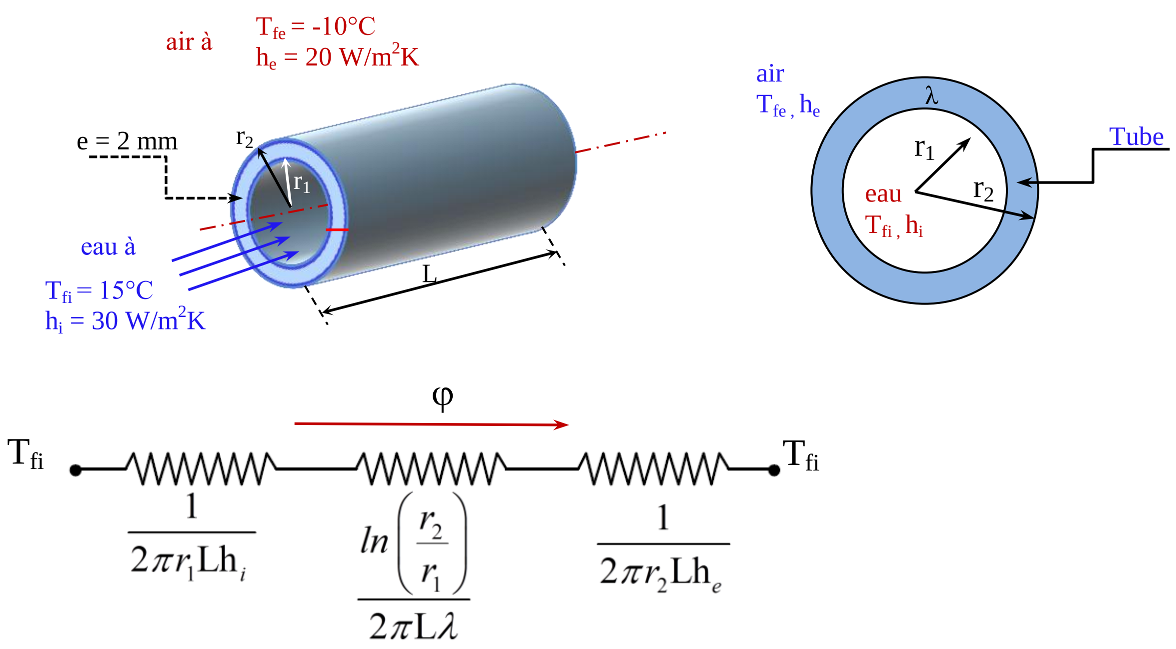


Figure 2 : Schéma de la conduite et du circuit électrique analogue.

Puisque la température de l'eau à l'intérieur du tube est supérieure à celle de l'air à l'extérieure, alors le flux de chaleur est orienté vers l'extérieure du tube. Ce flux de chaleur représente les pertes thermiques à travers la paroi du tube et il est exprimé par :

$$\varphi = \frac{T_{fi}-T_{fe}}{R_{Th\_totale}}$$

$$\varphi = \frac{T_{fi}-T_{fe}}{\frac{1}{h_i(2\pi r_1 L)}+\frac{ln\left(\frac{r_2}{r_1}\right)}{2\pi L\lambda}+\frac{1}{h_e(2\pi r_2 L)}} \quad [W]$$

Les pertes de chaleur par mètre de longueur deviennent alors:

$$\frac{\varphi}{L}=\frac{T_{fi}-T_{fe}}{\dfrac{1}{h_i(2\pi r_1)}+\dfrac{ln\left(\dfrac{r_2}{r_1}\right)}{2\pi\lambda}+\dfrac{1}{h_e(2\pi r_2)}}\quad\left[\frac{W}{m}\right]$$

A.N :

$$\frac{\varphi}{L}=\frac{15-(-10)}{\dfrac{1}{30\left(2\pi\times50\times10^{-3}\right)}+\dfrac{ln\left(\dfrac{52}{50}\right)}{2\pi\times50}+\dfrac{1}{20\left(2\pi\times52\times10^{-3}\right)}}=96.4\quad\left[\frac{W}{m}\right]$$

2- Si la conduite est couverte d'une matière isolante de diamètre externe de 300 mm et de conductivité thermique λ_{isol} = 0.05 W/mK, alors les pertes de chaleur par mètre de longueur deviennent :

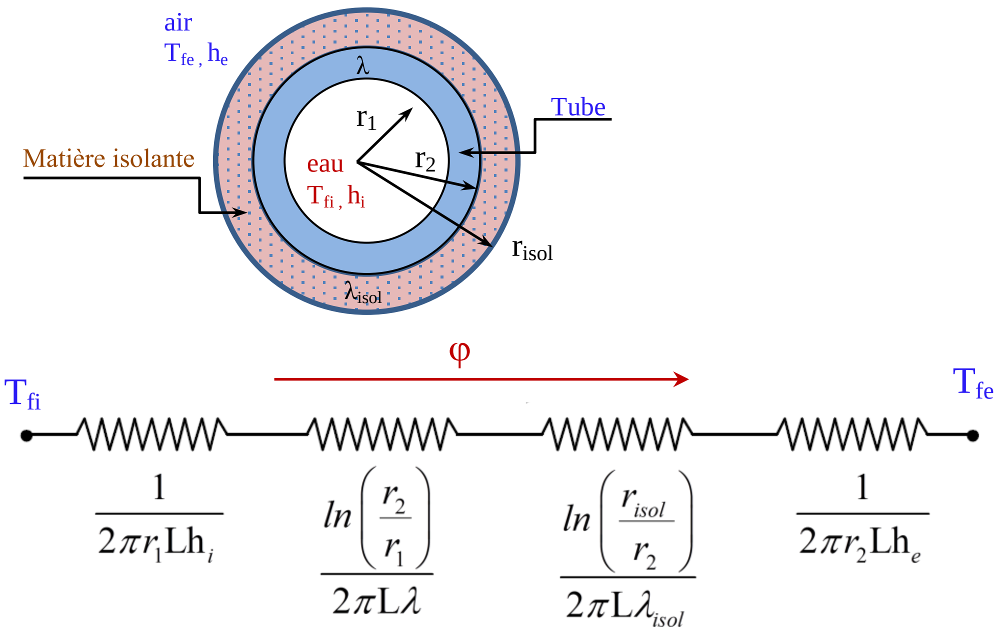


Figure 3 : Schéma de la conduite avec matière isolante et circuit électrique équivalent.

$$\frac{\varphi}{L}=\frac{T_{fi}-T_{fe}}{\dfrac{1}{h_i(2\pi r_1)}+\dfrac{ln\left(\dfrac{r_2}{r_1}\right)}{2\pi\lambda}+\dfrac{ln\left(\dfrac{r_{isol}}{r_2}\right)}{2\pi\lambda_{isol}}+\dfrac{1}{h_e(2\pi r_2)}}\quad\left[\frac{W}{m}\right]$$

A.N :

$$\frac{\varphi}{L}=\frac{15-(-10)}{\dfrac{1}{30\left(2\pi\times50\times10^{-3}\right)}+\dfrac{ln\left(\dfrac{52}{50}\right)}{2\pi\times50}+\dfrac{ln\left(\dfrac{150}{52}\right)}{2\pi\times0.05}+\dfrac{1}{20\left(2\pi\times52\times10^{-3}\right)}}=6.9\quad\left[\frac{W}{m}\right]$$

La matière isolante a permis donc de réduire les pertes de chaleur de 96.4 à 6.9 W/m.

Exercice 03 :

1- Les pertes de chaleur à travers le mur de la maison sont représenté par le flux de chaleur qui se calcule à partir du circuit électrique équivalent (ou analogue) par:

$$\varphi = \frac{T_{fi} - T_{fe}}{R_{Th\_équivalente}} \quad [\mathrm{W}]$$

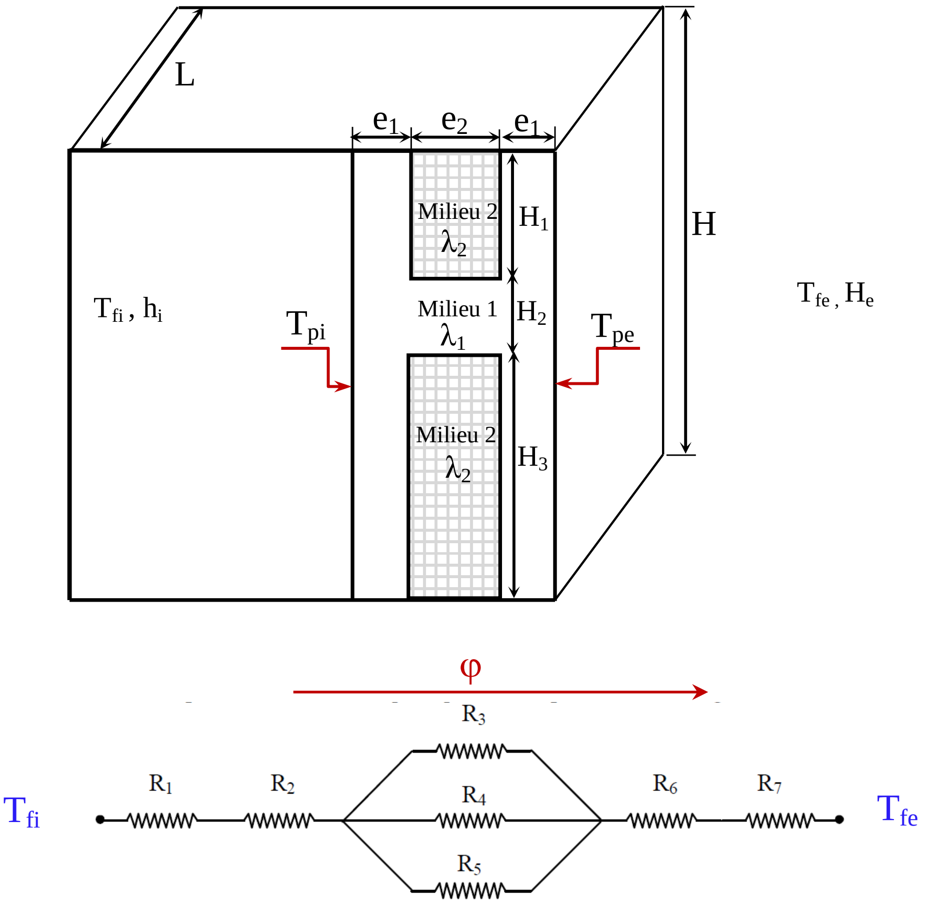


Figure 4 : Schéma du mur composite de la maison et du circuit électrique équivalent.

En utilisant les lois d'association des résistances en série et en parallèle, on obtient :

$$R_{Th\_équivalente} = R_1 + R_2 + \frac{1}{\frac{1}{R_3} + \frac{1}{R_4} + \frac{1}{R_5}} + R_6 + R_7 \quad \left[\frac{\mathrm{K}}{\mathrm{W}}\right]$$

Avec :

$$R_1 = \frac{1}{h_i S} = \frac{1}{h_1(L.H)} \ ; \ R_2 = \frac{e_1}{\lambda_1 S} = \frac{e_1}{\lambda_1(L.H)} \ ; \ R_3 = \frac{e_2}{\lambda_2 S_1} = \frac{e_2}{\lambda_2(L.H_1)} \ ; \ R_4 = \frac{e_2}{\lambda_1 S_2} = \frac{e_2}{\lambda_1(L.H_2)} \ ;$$

$$R_5 = \frac{e_2}{\lambda_2 S_3} = \frac{e_2}{\lambda_2(L.H_3)} \ ; \ R_6 = \frac{e_1}{\lambda_1 S} = \frac{e_1}{\lambda_1(L.H)} \ ; \ R_7 = \frac{1}{h_e S} = \frac{1}{h_2(L.H)}$$

D'où on obtient finalement les pertes thermiques à travers le mur de la maison sous la forme :

$$R_{Th\_équivalente} = \frac{1}{h_1(L.H)} + \frac{e_1}{\lambda_1(L.H)} + \frac{1}{\frac{1}{\frac{e_2}{\lambda_2(L.H_1)}} + \frac{1}{\frac{e_2}{\lambda_1(L.H_2)}} + \frac{1}{\frac{e_2}{\lambda_2(L.H_3)}}} + \frac{e_1}{\lambda_1(L.H)} + \frac{1}{h_2(L.H)} \quad \left[\frac{\mathrm{K}}{\mathrm{W}}\right]$$

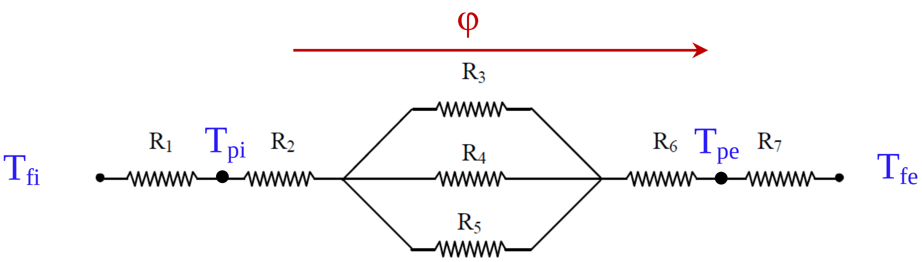
A.N :

$$R_{Th\_équivalente} = \frac{1}{10\times(5\times3)} + \frac{0.1}{0.5\times(5\times3)} + \frac{1}{\frac{1}{\frac{0.2}{2\times(5\times0.7)}} + \frac{1}{\frac{0.2}{0.5\times(5\times0.5)}} + \frac{1}{\frac{0.2}{2\times(5\times1.8)}}} + \frac{0.1}{0.5\times(5\times3)} + \frac{1}{20\times(5\times3)} \quad \left[\frac{\mathrm{K}}{\mathrm{W}}\right]$$

$$R_{Th\_équivalente} = 0.044 \left[\frac{\mathrm{K}}{\mathrm{W}}\right]$$

$$\varphi = \frac{20-5}{0.044} \quad \Rightarrow \quad \varphi = 341 \ [\mathrm{W}]$$

2- Pour déterminer les températures des parois internes et externes du mur, on utilise le schéma électrique équivalent:



A partir de ce schéma électrique, les pertes de chaleurs à travers le mur peuvent être exprimées par :

$$\varphi = \frac{T_{fi} - T_{pi}}{R_1} \quad \text{et} \quad \varphi = \frac{T_{pe} - T_{fe}}{R_7}$$

$$T_{pi} = T_{fi} - \varphi.R_1 = T_{fi} - \varphi.\frac{1}{h_i\,(L.H)}$$

$$T_{pe} = T_{fe} + \varphi.R_7 = T_{ei} + \varphi.\frac{1}{h_e\,(L.H)}$$

A.N :

$$T_{pi} = 20 - 341.\frac{1}{10(5\times3)} \quad \Rightarrow \quad T_{pi} = 17.73\ °\mathrm{C}$$

$$T_{pe} = 5 + 341.\frac{1}{20(5\times3)} \quad \Rightarrow \quad T_{pe} = 6.14\ °\mathrm{C}$$