Cours 17

Mme Medouer Nawel

Test de L'ANOVA

Test de L'ANOVA

Qu'est-ce que le test ANOVA ?

*Le test ANOVA (ou Analyse de variance) est utilisé pour **comparer la moyenne de plusieurs groupes**. Le terme ANOVA est un peu trompeur. Bien que le nom de la technique fasse référence aux variances, l'objectif principal de l'ANOVA est d'étudier les différences de moyennes.*

Quels sont les avantages de l’ANOVA à un facteur?

L’ANOVA à un facteur peut vous aider à savoir s’il existe ou non des différences significatives entre les groupes de vos variables indépendantes

Les conditions de validité de test de l'ANOVA ?

Les conditions de validité de test de l'ANOVA :

- L'indépendance des échantillons

-Normalité de la distribution des mesures

- L'homogénéité des variances (Variances égales)

1. Comment effectuer un test de Anova ?
Un seul facteur:

1. Choix des hypothèses :

H_o:*moyennes égales*

H_1: *Aux moins une moyenne différente*

2. Calcul de la statistique de test observée :

$$T_O = \frac{CM_{fa}}{CM_r}$$

1. Comment effectuer un test de Anova ? Un seul facteur:

- CM_{fa}: La variance interclasse ou carré moyen factoriel, définie par:

$$CM_{fa} = \frac{SCE_{fa}}{k-1}$$

- CM_r: La variance intra-classe ou carré moyen résiduel, définie par:

$$CM_r = \frac{SCE_r}{N-k}$$

1. Comment effectuer un test de l'Anova(Un seul facteur) ?

Tels que:

- SCE_t: *La somme des carrés totale, définie par:*

$$SCE_t = \sum_{i=1}^{k}\sum_{j=1}^{N_i} {x_{ij}}^2 - \frac{x_{..}^2}{N}$$

- SCE_{fa}: *La somme des carrés factorielle, définie par:*

$$SCE_{fa} = \sum_{i=1}^{k} \frac{x_{i.}^2}{N} - \frac{x_{..}^2}{N}$$

1. Comment effectuer un test de l'Anova ? Un seul facteur:

- SCE_r: *La somme des carrés résiduelle, définie par l'équation :*

Appelée équation de l'analyse de la variance:

$$\boxed{SCE_r = SCE_t - SCE_{fa}}$$

Ensuite:

3) Identification du seuil critique:

Le seuil critique se lit dans la table 5 (loi de Fisher)

En colonne la valeur de $\boldsymbol{v_1 = (k-1)}$ *et en ligne* $\boldsymbol{v_2 = N-k}$

4) Décision :

Si $\boldsymbol{T_0 \leq F_{v_1,v_2,1-\alpha}}$ *On accepte H0*

Si $\boldsymbol{T_0 > F_{v_1,v_2,1-\alpha}}$ *On rejette H0*

Exemple

On veut savoir si l'addition de substance adjuvantes à un vaccin modifie la production d'anticorps. Pour cela, on mesure les quantités d'anticorps produite par des sujets après administration de quantités égales du vaccin, additionné ou non d'une substance adjuvante. On obtient les taux:

Sous les hypothèses adéquates, l'efficacité du vaccin dépend-elle de

1) *De la présence de substances adjuvantes?*
2) *De la nature?*

Sans substance	*Avec de l'alumine*	*Avec des phosphates*
1. 3 .3.0.1	*2 . 4. 5. 4. 3. 6*	*1.4.2.3.3*

Solution

1) Test de comparaison des moyennes (Anova 1 facteur) :

- Substance : Facteur (variable indépendante qualitative) avec 3 niveaux ou échantillons.
- Quantité d'anticorps : Variable dépendante expliquée quantitative

1) Choix des hypothèses :

$H0$: Les moyennes égales

$H1$: Au moins l'une des trois est différente.

2) Calcul de la statistique de test observée :

Tableau de calcul à la main

	Sans substance	Avec l'alumine	avec des phosphate	Totaux
x_{ij}	1. 3 .3.0.1	2 . 4. 5. 4. 3. 6	1.4.2.3.3	K= 3
N_i	5	6	5	N=16
$x_{i.} = \sum_{j=1}^{N_i} x_{ij}$	8	24	13	45 $\rightarrow SCE_t$ $\searrow SCE_{fa}$
${x_{i.}}^2$	64	576	169	
$\frac{{x_{i.}}^2}{N_i}$	128	96	33.8	142.6 $\rightarrow SCE_{fa}$
$\sum_{j=1}^{N_i} {x_{ij}}^2$	20	106	39	165 $\rightarrow SCE_t$

Solution

$$k = 3\ (Nombre\ d'échantillons) \qquad\qquad N = 16$$

$$SCE_t = \sum_{i=1}^{k}\sum_{j=1}^{N_i} {x_{ij}}^2 - \frac{x_{..}^2}{N} = 165 - \frac{45^2}{16} = 38.4375$$

$$SCE_{fa} = \sum_{i=1}^{k} \frac{x_{i.}^2}{N} - \frac{x_{..}^2}{N} = 142.6 - \frac{45^2}{16} = 16.0375$$

Alors: $SCE_r = SCE_t - SCE_{fa}$=*22.4*

$$T_O = \frac{CM_{fa}}{CM_r} = \frac{\frac{SCE_{fa}}{k-1}}{\frac{SCE_r}{N-k}} = 4.65$$

La suite:

3) Identification du seuil critique:

Le seuil critique se lit dans la table 5 (loi de Fisher)

En ligne la valeur de $\boldsymbol{v_1 = (k-1) = 2}$ *et en colonne* $\boldsymbol{v_2 = N - k = 13}$

La valeur ne figure pas dans la table, on prend le centre des deux adjacentes droite et gauche

$$\boldsymbol{F_{2;14;0.95} = \frac{3.98 + 3.68}{2} = 3.785}$$

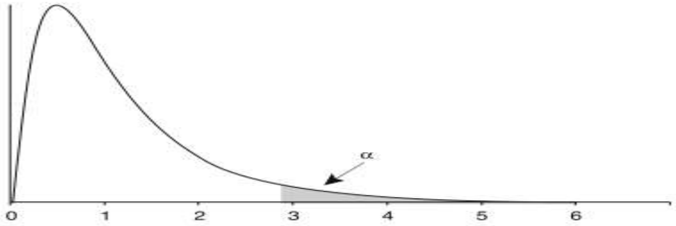
4) Décision :

$\boldsymbol{T_0 > F_{v_1,v_2,1-\alpha}}$ *On rejette $H0$, alors au moins une moyenne est différente, c'est-à-dire la présence ou non de la substance influe sur l'efficacité du vaccin.*

Table 5

Table 5 Statistique - La théorie et ses applications

Loi de Fisher



$\Pr(F_{\nu_1,\nu_2} > c) = \mathbf{0,05}$

	ν_2											
ν_1	**1**	**2**	**3**	**4**	**5**	**6**	**7**	**8**	**9**	**10**	**12**	**15**
1	161	18,5	10,1	7,71	6,61	5,99	5,59	5,32	5,12	4,96	4,75	4,54
2	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	3,68
3	216	19,2	9,28	6,59	5,41	4,76	4,35	4,07	3,86	3,71	3,49	3,29
4	225	19,2	9,12	6,39	5,19	4,53	4,12	3,84	3,63	3,48	3,26	3,06
5	230	19,3	9,01	6,26	5,05	4,39	3,97	3,69	3,48	3,33	3,11	2,90
6	234	19,3	8,94	6,16	4,95	4,28	3,87	3,58	3,37	3,22	3,00	2,79
7	237	19,4	8,89	6,09	4,88	4,21	3,79	3,50	3,29	3,14	2,91	2,71
8	239	19,4	8,85	6,04	4,82	4,15	3,73	3,44	3,23	3,07	2,85	2,64
9	241	19,4	8,81	6,00	4,77	4,10	3,68	3,39	3,18	3,02	2,80	2,59
10	242	19,4	8,79	5,96	4,74	4,06	3,64	3,35	3,14	2,98	2,75	2,54
11	243	19,4	8,76	5,94	4,70	4,03	3,60	3,31	3,10	2,94	2,72	2,51
12	244	19,4	8,74	5,91	4,68	4,00	3,57	3,28	3,07	2,91	2,69	2,48
13	245	19,4	8,73	5,89	4,66	3,98	3,55	3,26	3,05	2,89	2,66	2,45
14	245	19,4	8,71	5,87	4,64	3,96	3,53	3,24	3,03	2,86	2,64	2,42
15	246	19,4	8,70	5,86	4,62	3,94	3,51	3,22	3,01	2,85	2,62	2,40
16	246	19,4	8,69	5,84	4,60	3,92	3,49	3,20	2,99	2,83	2,60	2,38
17	247	19,4	8,68	5,83	4,59	3,91	3,48	3,19	2,97	2,81	2,58	2,37
18	247	19,4	8,67	5,82	4,58	3,90	3,47	3,17	2,96	2,80	2,57	2,35
19	248	19,4	8,67	5,81	4,57	3,88	3,46	3,16	2,95	2,79	2,56	2,34
20	248	19,4	8,66	5,80	4,56	3,87	3,44	3,15	2,94	2,77	2,54	2,33
21	248	19,4	8,65	5,79	4,55	3,86	3,43	3,14	2,93	2,76	2,53	2,32
22	249	19,5	8,65	5,79	4,54	3,86	3,43	3,13	2,92	2,75	2,52	2,31
23	249	19,5	8,64	5,78	4,53	3,85	3,42	3,12	2,91	2,75	2,51	2,30
24	249	19,5	8,64	5,77	4,53	3,84	3,41	3,12	2,90	2,74	2,51	2,29
25	249	19,5	8,63	5,77	4,52	3,83	3,40	3,11	2,89	2,73	2,50	2,28
26	249	19,5	8,63	5,76	4,52	3,83	3,40	3,10	2,89	2,72	2,49	2,27
27	250	19,5	8,63	5,76	4,51	3,82	3,39	3,10	2,88	2,72	2,48	2,27
28	250	19,5	8,62	5,75	4,50	3,82	3,39	3,09	2,87	2,71	2,48	2,26
29	250	19,5	8,62	5,75	4,50	3,81	3,38	3,08	2,87	2,70	2,47	2,25

1) Test de comparaison de deux moyennes (Anova 1 facteur) :

- Substance ajoutée : Facteur (variable indépendante qualitative) avec 2 niveaux ou échantillons.

{avec de l'alumine ; avec des phosphates}

- Quantité d'anticorps : Variable dépendante expliquée quantitative

1) Choix des hypothèses :

$H0$: Les moyennes égales

$H1$: Les moyennes différentes.

2) Calcul de la statistique de test observée :

Tableau de calcul à la main

	Avec l'alumine	avec des phosphate	Totaux
x_{ij}	2 . 4. 5. 4. 3. 6	1.4.2.3.3	K= 2
N_i	6	5	N=11
$x_{i.} = \sum_{j=1}^{N_i} x_{ij}$	24	13	37 $\rightarrow SCE_t$ $\rightarrow SCE_{fa}$
${x_{i.}}^2$	576	169	
$\frac{{x_{i.}}^2}{N_i}$	96	33.8	129.8 $\rightarrow SCE_{fa}$
$\sum_{j=1}^{N_i} {x_{ij}}^2$	106	39	145 $\rightarrow SCE_t$

Solution

$$k = 2\ (Nombre\ d'échantillons) \qquad\qquad N = 11$$

$$SCE_t = \sum_{i=1}^{k}\sum_{j=1}^{N_i} {x_{ij}}^2 - \frac{x_{..}^2}{N} = 145 - \frac{37^2}{11} = 20.545$$

$$SCE_{fa} = \sum_{i=1}^{k} \frac{x_{i.}^2}{N} - \frac{x_{..}^2}{N} = 129.8 - \frac{37^2}{11} = 5.345$$

Alors: $SCE_r = SCE_t - SCE_{fa}$ *=15.2*

$$T_O = \frac{CM_{fa}}{CM_r} = \frac{\frac{SCE_{fa}}{k-1}}{\frac{SCE_r}{N-k}} = 3.165$$

La suite:

3) Identification du seuil critique:

Le seuil critique se lit dans la table 5 (loi de Fisher)

En ligne la valeur de $\boldsymbol{v_1 = (k-1) = 1}$ *et en colonne* $\boldsymbol{v_2 = N - k = 9}$

$\boldsymbol{F_{1;9;0.95} = 5.12}$

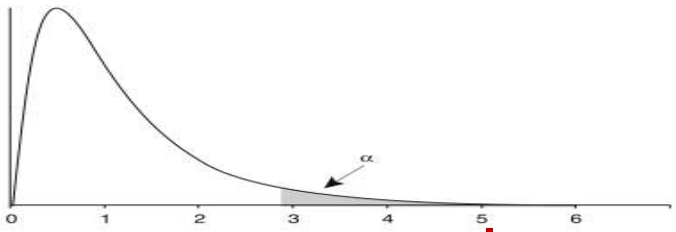
4) Décision :

$\boldsymbol{T_0 < F_{1;9;0.95}}$ $le\ non - rejet\ de$ *H0, alors les moyennes sont égales, c'est-à-dire la nature de la substance n'influe pas sur l'efficacité du vaccin.*

Table 5

Table 5 Statistique - La théorie et ses applications

Loi de Fisher



$\Pr(F_{\nu_1,\nu_2} > c) = \mathbf{0,05}$

ν_1 \ ν_2	**1**	**2**	**3**	**4**	**5**	**6**	**7**	**8**	**9**	**10**	**12**	**15**
1	161	18,5	10,1	7,71	6,61	5,99	5,59	5,32	5,12	4,96	4,75	4,54
2	199	19,0	9,55	6,94	5,79	5,14	4,74	4,46	4,26	4,10	3,89	3,68
3	216	19,2	9,28	6,59	5,41	4,76	4,35	4,07	3,86	3,71	3,49	3,29
4	225	19,2	9,12	6,39	5,19	4,53	4,12	3,84	3,63	3,48	3,26	3,06
5	230	19,3	9,01	6,26	5,05	4,39	3,97	3,69	3,48	3,33	3,11	2,90
6	234	19,3	8,94	6,16	4,95	4,28	3,87	3,58	3,37	3,22	3,00	2,79
7	237	19,4	8,89	6,09	4,88	4,21	3,79	3,50	3,29	3,14	2,91	2,71
8	239	19,4	8,85	6,04	4,82	4,15	3,73	3,44	3,23	3,07	2,85	2,64
9	241	19,4	8,81	6,00	4,77	4,10	3,68	3,39	3,18	3,02	2,80	2,59
10	242	19,4	8,79	5,96	4,74	4,06	3,64	3,35	3,14	2,98	2,75	2,54
11	243	19,4	8,76	5,94	4,70	4,03	3,60	3,31	3,10	2,94	2,72	2,51
12	244	19,4	8,74	5,91	4,68	4,00	3,57	3,28	3,07	2,91	2,69	2,48
13	245	19,4	8,73	5,89	4,66	3,98	3,55	3,26	3,05	2,89	2,66	2,45
14	245	19,4	8,71	5,87	4,64	3,96	3,53	3,24	3,03	2,86	2,64	2,42
15	246	19,4	8,70	5,86	4,62	3,94	3,51	3,22	3,01	2,85	2,62	2,40
16	246	19,4	8,69	5,84	4,60	3,92	3,49	3,20	2,99	2,83	2,60	2,38
17	247	19,4	8,68	5,83	4,59	3,91	3,48	3,19	2,97	2,81	2,58	2,37
18	247	19,4	8,67	5,82	4,58	3,90	3,47	3,17	2,96	2,80	2,57	2,35
19	248	19,4	8,67	5,81	4,57	3,88	3,46	3,16	2,95	2,79	2,56	2,34
20	248	19,4	8,66	5,80	4,56	3,87	3,44	3,15	2,94	2,77	2,54	2,33
21	248	19,4	8,65	5,79	4,55	3,86	3,43	3,14	2,93	2,76	2,53	2,32
22	249	19,5	8,65	5,79	4,54	3,86	3,43	3,13	2,92	2,75	2,52	2,31
23	249	19,5	8,64	5,78	4,53	3,85	3,42	3,12	2,91	2,75	2,51	2,30
24	249	19,5	8,64	5,77	4,53	3,84	3,41	3,12	2,90	2,74	2,51	2,29
25	249	19,5	8,63	5,77	4,52	3,83	3,40	3,11	2,89	2,73	2,50	2,28
26	249	19,5	8,63	5,76	4,52	3,83	3,40	3,10	2,89	2,72	2,49	2,27
27	250	19,5	8,63	5,76	4,51	3,82	3,39	3,10	2,88	2,72	2,48	2,27
28	250	19,5	8,62	5,75	4,50	3,82	3,39	3,09	2,87	2,71	2,48	2,26
29	250	19,5	8,62	5,75	4,50	3,81	3,38	3,08	2,87	2,70	2,47	2,25

Remarques:

1) *Le test d'ANOVA est un test unilatéral*
2) *Si la condition de l'homogénéité des variances (Variances égales) n'est pas satisfaite par énoncée, vous débutez toujours par un test de comparaison des variances.*

Remarques:

3) Le niveau de signification est :

- *Différence significatif* : *ça veut–dire*: $\alpha = 0.05$
- *Différence hautement significatif : ça veut-dire* $\alpha = 0.01$

Présentation du test de comparaison des variance:

On se propose de comparer les variances σ_1^2d'une population P1 et σ_2^2d'une population P2 en utilisant les variances, S_1^2 d'un échantillon aléatoire de la 1ère population et S_2^2 d'un échantillon aléatoire de la 2ème population.

Les échantillons sont indépendants.

Comment effectuer un test de comparaison des variances?

Plusieurs tests utilisés:

*1) Test de Bartlett: s'applique à plusieurs échantillons de tailles inégales. Deux conditions de validité de test : n*ormalité de la distribution et l'indépendance des échantillons

2) Test de Levene: utilisé par SPSS

*3) Méthode approximative: L'intérêt de réaliser ce test est qu'il est plus rapide à réaliser que les deux premiers tests. Deux conditions de validité de test : n*ormalité de la distribution et l'indépendance des échantillons. Cette méthode approximative consiste à comparer les deux variances extrêmes S_{min}^2 *et* S_{max}^2.

4) La quatrième méthode consiste à comparer les deux variances deux à deux.

Comment effectuer un test de comparaison des variance?

1. Choix des hypothèses :

$H_o: \sigma_1^2 = \sigma_2^2$

$H_1: \sigma_1^2 \neq \sigma_2^2$ *ou* $\sigma_1^2 < \sigma_2^2$ *ou* $\sigma_1^2 > \sigma_2^2$

2. Calcul de la statistique de test observée :

$$T_O = \frac{S_1^2}{S_2^2}$$

Règle : Attention ! Il faut toujours mettre la variance la plus grande au numérateur.

Comment effectuer un test de comparaison des variance?

3) Identification de seuil critique: pour $\alpha = 0.05$

<u>*Test unilatéral*</u>

Le seuil se lit dans la table de Fisher(table 5(A)), tels que:

$\boldsymbol{v_1}$*:Le degrés de liberté du numérateur*

$\boldsymbol{v_2}$ *Le degrés de liberté du dénominateur*

On décide que:

Si $\boldsymbol{T_0} \leq \boldsymbol{F_{v_1,v_2}}$ *On accepte* $H0$

Si $\boldsymbol{T_0} > \boldsymbol{F_{v_1,v_2}}$ *On rejette* $H0$

Table 5(A)

TABLE V-A

TABLE DE LA DISTRIBUTION DE F - TEST UNILATÉRAL ($\alpha = 0{,}05$)

Si F est une variable aléatoire qui suit la loi de Snedecor à :
- ν_1 degrés de liberté, (ddl du numérateur) et
- ν_2 degrés de liberté, (ddl du dénominateur)

La table donne le nombre f_α tel que Prob $(F \geq f_\alpha) = \alpha = 0{,}05$

Exemple : $F_{0,05} = 3{,}36$ pour $\nu_1 = 4$ et $\nu_2 = 11$

ν_2 \ ν_1	1	2	3	4	5	6	8	10	15	20	30	∞
1	161	199	216	225	230	234	239	242	246	248	250	254
2	18,51	19,00	19,16	19,25	19,30	19,33	19,37	19,40	19,43	19,45	19,46	19,50
3	10,13	9,55	9,28	9,12	9,01	8,94	8,85	8,79	8,70	8,66	8,62	8,53
4	7,71	6,94	6,59	6,39	6,26	6,16	6,04	5,96	5,86	5,80	5,75	5,63
5	6,61	5,79	5,41	5,19	5,05	4,95	4,82	4,74	4,62	4,56	4,50	4,37
6	5,99	5,14	4,76	4,53	4,39	4,28	4,15	4,06	3,94	3,87	3,81	3,67
7	5,59	4,74	4,35	4,12	3,97	3,87	3,73	3,64	3,51	3,44	3,38	3,23
8	5,32	4,46	4,07	3,84	3,69	3,58	3,44	3,35	3,22	3,15	3,08	2,93
9	5,12	4,26	3,86	3,63	3,48	3,37	3,23	3,14	3,01	2,94	2,86	2,71
10	4,96	4,10	3,71	3,48	3,33	3,22	3,07	2,98	2,85	2,77	2,70	2,54
11	4,84	3,98	3,59	3,36	3,20	3,09	2,95	2,85	2,72	2,65	2,57	2,40
12	4,75	3,89	3,49	3,26	3,11	3,00	2,85	2,75	2,62	2,54	2,47	2,30
13	4,67	3,81	3,41	3,18	3,03	2,92	2,77	2,67	2,53	2,46	2,38	2,21
14	4,60	3,74	3,34	3,11	2,96	2,85	2,70	2,60	2,46	2,39	2,31	2,13
15	4,54	3,68	3,29	3,06	2,90	2,79	2,64	2,54	2,40	2,33	2,25	2,07
16	4,49	3,63	3,24	3,01	2,85	2,74	2,59	2,49	2,35	2,28	2,19	2,01
17	4,45	3,59	3,20	2,96	2,81	2,70	2,55	2,45	2,31	2,23	2,15	1,96
18	4,41	3,55	3,16	2,93	2,77	2,66	2,51	2,41	2,27	2,19	2,11	1,92
19	4,38	3,52	3,13	2,90	2,74	2,63	2,48	2,38	2,23	2,16	2,07	1,88
20	4,35	3,49	3,10	2,87	2,71	2,60	2,45	2,35	2,20	2,12	2,04	1,84
21	4,32	3,47	3,07	2,84	2,68	2,57	2,42	2,32	2,18	2,10	2,01	1,81
22	4,30	3,44	3,05	2,82	2,66	2,55	2,40	2,30	2,15	2,07	1,98	1,78
23	4,28	3,42	3,03	2,80	2,64	2,53	2,37	2,27	2,13	2,05	1,96	1,76
24	4,26	3,40	3,01	2,78	2,62	2,51	2,36	2,25	2,11	2,03	1,94	1,73
25	4,24	3,39	2,99	2,76	2,60	2,49	2,34	2,24	2,09	2,01	1,92	1,71
26	4,23	3,37	2,98	2,74	2,59	2,47	2,32	2,22	2,07	1,99	1,90	1,69
27	4,21	3,35	2,96	2,73	2,57	2,46	2,31	2,20	2,06	1,97	1,88	1,67
28	4,20	3,34	2,95	2,71	2,56	2,45	2,29	2,19	2,04	1,96	1,87	1,65
29	4,18	3,33	2,93	2,70	2,55	2,43	2,28	2,18	2,03	1,94	1,85	1,64
30	4,17	3,32	2,92	2,69	2,53	2,42	2,27	2,16	2,01	1,93	1,84	1,62
40	4,08	3,23	2,84	2,61	2,45	2,34	2,18	2,08	1,92	1,84	1,74	1,51
50	4,03	3,18	2,79	2,56	2,40	2,29	2,13	2,03	1,87	1,78	1,69	1,44
60	4,00	3,15	2,76	2,53	2,37	2,25	2,10	1,99	1,84	1,75	1,65	1,39

Comment effectuer un test de comparaison des variance?

3) Identification de seuil critique: pour $\alpha = 0.05$

Test bilatéral

Le seuil se lit dans la table de Fisher (table 5(B)), tels que:

$\boldsymbol{v_1}$ *:Le degrés de liberté du numérateur*

$\boldsymbol{v_2}$ *Le degrés de liberté du dénominateur*

et on décide que:

Si $\boldsymbol{T_0} \leq \boldsymbol{F_{v_1,v_2}}$ *On accepte H0*

Si $\boldsymbol{T_0} > \boldsymbol{F_{v_1,v_2}}$ *On rejette H0*

Table 5(B)

TABLE V-B

TABLE DE LA DISTRIBUTION DE F - TEST BILATÉRAL ($\alpha = 0{,}05$)

Si F est une variable aléatoire qui suit la loi de Snedecor à :
- ν_1 degrés de liberté, (ddl du numérateur) et
- ν_2 degrés de liberté, (ddl du dénominateur)

La table donne le nombre f_α tel que Prob($F \geq f_\alpha$) = α = 0,05

Exemple : $F_{0,05} = 4{,}28$ pour $\nu_1 = 4$ et $\nu_2 = 11$

ν_1 / ν_2	1	2	3	4	5	6	8	10	15	20	30	∞
1	648	799	864	900	922	937	957	969	985	993	1001	1018
2	38,5	39,0	39,2	39,2	39,3	39,3	39,4	39,4	39,4	39,4	39,5	39,5
3	17,4	16,04	15,44	15,10	14,88	14,73	14,54	14,42	14,25	14,17	14,08	13,90
4	12,22	10,65	9,98	9,60	9,36	9,20	8,98	8,84	8,66	8,56	8,46	8,26
5	10,01	8,43	7,76	7,39	7,15	6,98	6,76	6,62	6,43	6,33	6,23	6,02
6	8,81	7,26	6,60	6,23	5,99	5,82	5,60	5,46	5,27	5,17	5,07	4,85
7	8,07	6,54	5,89	5,52	5,29	5,12	4,90	4,76	4,57	4,47	4,36	4,14
8	7,57	6,06	5,42	5,05	4,82	4,65	4,43	4,30	4,10	4,00	3,89	3,67
9	7,21	5,71	5,08	4,72	4,48	4,32	4,10	3,96	3,77	3,67	3,56	3,33
10	6,94	5,46	4,83	4,47	4,24	4,07	3,85	3,72	3,52	3,42	3,31	3,08
11	6,72	5,26	4,63	4,28	4,04	3,88	3,66	3,53	3,33	3,23	3,12	2,88
12	6,55	5,10	4,47	4,12	3,89	3,73	3,51	3,37	3,18	3,07	2,96	2,72
13	6,41	4,97	4,35	4,00	3,77	3,60	3,39	3,25	3,05	2,95	2,84	2,60
14	6,30	4,86	4,24	3,89	3,66	3,50	3,29	3,15	2,95	2,84	2,73	2,49
15	6,20	4,77	4,15	3,80	3,58	3,41	3,20	3,06	2,86	2,76	2,64	2,40
16	6,12	4,69	4,08	3,73	3,50	3,34	3,12	2,99	2,79	2,68	2,57	2,32
17	6,04	4,62	4,01	3,66	3,44	3,28	3,06	2,92	2,72	2,62	2,50	2,25
18	5,98	4,56	3,95	3,61	3,38	3,22	3,01	2,87	2,67	2,56	2,44	2,19
19	5,92	4,51	3,90	3,56	3,33	3,17	2,96	2,82	2,62	2,51	2,39	2,13
20	5,87	4,46	3,86	3,51	3,29	3,13	2,91	2,77	2,57	2,46	2,35	2,09
21	5,83	4,42	3,82	3,48	3,25	3,09	2,87	2,73	2,53	2,42	2,31	2,04
22	5,79	4,38	3,78	3,44	3,22	3,05	2,84	2,70	2,50	2,39	2,27	2,00
23	5,75	4,35	3,75	3,41	3,18	3,02	2,81	2,67	2,47	2,36	2,24	1,97
24	5,72	4,32	3,72	3,38	3,15	2,99	2,78	2,64	2,44	2,33	2,21	1,94
25	5,69	4,29	3,69	3,35	3,13	2,97	2,75	2,61	2,41	2,30	2,18	1,91
26	5,66	4,27	3,67	3,33	3,10	2,94	2,73	2,59	2,39	2,28	2,16	1,88
27	5,63	4,24	3,65	3,31	3,08	2,92	2,71	2,57	2,36	2,25	2,13	1,85
28	5,61	4,22	3,63	3,29	3,06	2,90	2,69	2,55	2,34	2,23	2,11	1,83
29	5,59	4,20	3,61	3,27	3,04	2,88	2,67	2,53	2,32	2,21	2,09	1,81
30	5,57	4,18	3,59	3,25	3,03	2,87	2,65	2,51	2,31	2,20	2,07	1,79

C’est quoi une loi de Fisher-Snedecor?

Soient deux lois de khi-2, $\chi^2_{v_1}$ et $\chi^2_{v_2}$ à v_1 et v_2 degrés de liberté, respectivement, indépendantes. Notée $\boldsymbol{F}_{\boldsymbol{v_1},\boldsymbol{v_2}}$ définie comme le quotient:

$$\frac{\chi^2_{v_1}/_{v_1}}{\chi^2_{v_2}/_{v_2}} \sim \boldsymbol{F}_{\boldsymbol{v_1},\boldsymbol{v_2}}$$

Remarque:

$$\boldsymbol{F}_{\boldsymbol{v_1},\boldsymbol{v_2}} = \frac{1}{\boldsymbol{F}_{\boldsymbol{v_2},\boldsymbol{v_1}}}$$

Exemple:

On veut comparer la précision de deux méthodes de dosages du menthol dans l'essence de menthe poivrée.
Pour cela, on dose le menthol dans 16 flacons par ces deux méthodes. Les variances des résultats obtenus sont respectivement 0.013 (méthode 1) et 0.024 (méthode 2).

1) *Peut-on dire au risque de 5% , que ces deux méthodes n'ont pas ma même précision(les hypothèses de validité du test son satisfaites)*
2) *Peut-on dire au risque de 5% , que la 1ère méthode est plus précise que la 2ème méthode? (les hypothèses de validité du test son satisfaites)*

Solution:

1. Choix des hypothèses :

$H_o: \sigma_1^2 = \sigma_2^2$

$H_1: \sigma_1^2 \neq \sigma_2^2$

2. Calcul de la statistique de test observée :

$$T_O = \frac{S_2^2}{S_1^2} = 1.85$$

Règle : Attention ! Il faut toujours mettre la variance la plus grande au numérateur.

3) Identification de seuil critique: pour $\alpha = 0.05$

$\underline{Test\ bilatéral}$

$Le\ seuil\ se\ lit\ dans\ la\ table\ de\ Fisher(table\ 5(B)\ )$, tels que:

$\boldsymbol{v_1 = 16 - 1 = 15}$:Le degrés de liberté du numérateur

$\boldsymbol{v_2 = 16 - 1 = 15}$ Le degrés de liberté du dénominateur

$\boldsymbol{F_{v_1,v_2}}$=2.86, et on décide que:

$\boldsymbol{T_0 \leq F_{v_1,v_2}}$ On accepte $H0$

Conclusion: On peut pas dire que les précisions des deux méthodes soient différentes.

Table 5(B)

TABLE V-B

TABLE DE LA DISTRIBUTION DE F - TEST BILATÉRAL ($\alpha = 0,05$)

Si F est une variable aléatoire qui suit la loi de Snedecor à :
- v_1 degrés de liberté, (ddl du numérateur) et
- v_2 degrés de liberté, (ddl du dénominateur)

La table donne le nombre f_α tel que Prob($F \geq f_\alpha$) = α = 0,05

Exemple : $F_{0,05}$ = 4,28 pour v_1 = 4 et v_2 = 11

v_2 \ v_1	1	2	3	4	5	6	8	10	15	20	30	∞
1	648	799	864	900	922	937	957	969	985	993	1001	1018
2	38,5	39,0	39,2	39,2	39,3	39,3	39,4	39,4	39,4	39,4	39,5	39,5
3	17,4	16,04	15,44	15,10	14,88	14,73	14,54	14,42	14,25	14,17	14,08	13,90
4	12,22	10,65	9,98	9,60	9,36	9,20	8,98	8,84	8,66	8,56	8,46	8,26
5	10,01	8,43	7,76	7,39	7,15	6,98	6,76	6,62	6,43	6,33	6,23	6,02
6	8,81	7,26	6,60	6,23	5,99	5,82	5,60	5,46	5,27	5,17	5,07	4,85
7	8,07	6,54	5,89	5,52	5,29	5,12	4,90	4,76	4,57	4,47	4,36	4,14
8	7,57	6,06	5,42	5,05	4,82	4,65	4,43	4,30	4,10	4,00	3,89	3,67
9	7,21	5,71	5,08	4,72	4,48	4,32	4,10	3,96	3,77	3,67	3,56	3,33
10	6,94	5,46	4,83	4,47	4,24	4,07	3,85	3,72	3,52	3,42	3,31	3,08
11	6,72	5,26	4,63	4,28	4,04	3,88	3,66	3,53	3,33	3,23	3,12	2,88
12	6,55	5,10	4,47	4,12	3,89	3,73	3,51	3,37	3,18	3,07	2,96	2,72
13	6,41	4,97	4,35	4,00	3,77	3,60	3,39	3,25	3,05	2,95	2,84	2,60
14	6,30	4,86	4,24	3,89	3,66	3,50	3,29	3,15	2,95	2,84	2,73	2,49
15	6,20	4,77	4,15	3,80	3,58	3,41	3,20	3,06	2,86	2,76	2,64	2,40
16	6,12	4,69	4,08	3,73	3,50	3,34	3,12	2,99	2,79	2,68	2,57	2,32
17	6,04	4,62	4,01	3,66	3,44	3,28	3,06	2,92	2,72	2,62	2,50	2,25
18	5,98	4,56	3,95	3,61	3,38	3,22	3,01	2,87	2,67	2,56	2,44	2,19
19	5,92	4,51	3,90	3,56	3,33	3,17	2,96	2,82	2,62	2,51	2,39	2,13
20	5,87	4,46	3,86	3,51	3,29	3,13	2,91	2,77	2,57	2,46	2,35	2,09
21	5,83	4,42	3,82	3,48	3,25	3,09	2,87	2,73	2,53	2,42	2,31	2,04
22	5,79	4,38	3,78	3,44	3,22	3,05	2,84	2,70	2,50	2,39	2,27	2,00
23	5,75	4,35	3,75	3,41	3,18	3,02	2,81	2,67	2,47	2,36	2,24	1,97
24	5,72	4,32	3,72	3,38	3,15	2,99	2,78	2,64	2,44	2,33	2,21	1,94
25	5,69	4,29	3,69	3,35	3,13	2,97	2,75	2,61	2,41	2,30	2,18	1,91
26	5,66	4,27	3,67	3,33	3,10	2,94	2,73	2,59	2,39	2,28	2,16	1,88
27	5,63	4,24	3,65	3,31	3,08	2,92	2,71	2,57	2,36	2,25	2,13	1,85
28	5,61	4,22	3,63	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	2,11	1,83
29	5,59	4,20	3,61	3,27	3,04	2,88	2,67	2,53	2,32	2,21	2,09	1,81
30	5,57	4,18	3,59	3,25	3,03	2,87	2,65	2,51	2,31	2,20	2,07	1,79

$2^{ème}$ *question:*

1. Choix des hypothèses :

$H_o: \sigma_1^2 = \sigma_2^2$

$H_1: \sigma_1^2 > \sigma_2^2$

2. Calcul de la statistique de test observée :

$$T_O = \frac{S_2^2}{S_1^2} = 1.85$$

Règle : Attention ! Il faut toujours mettre la variance la plus grande au numérateur.

3) *Identification de seuil critique: pour* $\alpha = 0.05$

$\underline{Test\ unilatéral}$

$Le\ seuil\ se\ lit\ dans\ la\ table\ de\ Fisher(table\ 5(A)\ )$*, tels que:*

$\boldsymbol{v_1 = 16 - 1 = 15}$*:Le degrés de liberté du numérateur*

$\boldsymbol{v_2 = 16 - 1 = 15}$ *Le degrés de liberté du dénominateur*

$\boldsymbol{F_{v_1,v_2}}$*=2.40, et on décide que:*

$\boldsymbol{T_0 \leq F_{v_1,v_2}}$ *On accepte H0*

Conclusion: On peut pas dire que la 1ère méthode est plus précise que la 2ème .

Table 5(A)

TABLE V-A

TABLE DE LA DISTRIBUTION DE F - TEST UNILATÉRAL (α = 0,05)

Si F est une variable aléatoire qui suit la loi de Snedecor à :

- ν_1 degrés de liberté, (ddl du numérateur) et
- ν_2 degrés de liberté, (ddl du dénominateur)

La table donne le nombre f_α tel que Prob $(F \geq f_\alpha) = \alpha = 0{,}05$

Exemple : $F_{0,05} = 3{,}36$ pour $\nu_1 = 4$ et $\nu_2 = 11$

ν_2 \ ν_1	1	2	3	4	5	6	8	10	15	20	30	∞
1	161	199	216	225	230	234	239	242	246	248	250	254
2	18,51	19,00	19,16	19,25	19,30	19,33	19,37	19,40	19,43	19,45	19,46	19,50
3	10,13	9,55	9,28	9,12	9,01	8,94	8,85	8,79	8,70	8,66	8,62	8,53
4	7,71	6,94	6,59	6,39	6,26	6,16	6,04	5,96	5,86	5,80	5,75	5,63
5	6,61	5,79	5,41	5,19	5,05	4,95	4,82	4,74	4,62	4,56	4,50	4,37
6	5,99	5,14	4,76	4,53	4,39	4,28	4,15	4,06	3,94	3,87	3,81	3,67
7	5,59	4,74	4,35	4,12	3,97	3,87	3,73	3,64	3,51	3,44	3,38	3,23
8	5,32	4,46	4,07	3,84	3,69	3,58	3,44	3,35	3,22	3,15	3,08	2,93
9	5,12	4,26	3,86	3,63	3,48	3,37	3,23	3,14	3,01	2,94	2,86	2,71
10	4,96	4,10	3,71	3,48	3,33	3,22	3,07	2,98	2,85	2,77	2,70	2,54
11	4,84	3,98	3,59	3,36	3,20	3,09	2,95	2,85	2,72	2,65	2,57	2,40
12	4,75	3,89	3,49	3,26	3,11	3,00	2,85	2,75	2,62	2,54	2,47	2,30
13	4,67	3,81	3,41	3,18	3,03	2,92	2,77	2,67	2,53	2,46	2,38	2,21
14	4,60	3,74	3,34	3,11	2,96	2,85	2,70	2,60	2,46	2,39	2,31	2,13
15	4,54	3,68	3,29	3,06	2,90	2,79	2,64	[illegible]	2,40	2,33	2,25	2,07
16	4,49	3,63	3,24	3,01	2,85	2,74	2,59	[illegible]	2,35	2,28	2,19	2,01
17	4,45	3,59	3,20	2,96	2,81	2,70	2,55	2,45	2,31	2,23	2,15	1,96
18	4,41	3,55	3,16	2,93	2,77	2,66	2,51	2,41	2,27	2,19	2,11	1,92
19	4,38	3,52	3,13	2,90	2,74	2,63	2,48	2,38	2,23	2,16	2,07	1,88
20	4,35	3,49	3,10	2,87	2,71	2,60	2,45	2,35	2,20	2,12	2,04	1,84
21	4,32	3,47	3,07	2,84	2,68	2,57	2,42	2,32	2,18	2,10	2,01	1,81
22	4,30	3,44	3,05	2,82	2,66	2,55	2,40	2,30	2,15	2,07	1,98	1,78
23	4,28	3,42	3,03	2,80	2,64	2,53	2,37	2,27	2,13	2,05	1,96	1,76
24	4,26	3,40	3,01	2,78	2,62	2,51	2,36	2,25	2,11	2,03	1,94	1,73
25	4,24	3,39	2,99	2,76	2,60	2,49	2,34	2,24	2,09	2,01	1,92	1,71
26	4,23	3,37	2,98	2,74	2,59	2,47	2,32	2,22	2,07	1,99	1,90	1,69
27	4,21	3,35	2,96	2,73	2,57	2,46	2,31	2,20	2,06	1,97	1,88	1,67
28	4,20	3,34	2,95	2,71	2,56	2,45	2,29	2,19	2,04	1,96	1,87	1,65
29	4,18	3,33	2,93	2,70	2,55	2,43	2,28	2,18	2,03	1,94	1,85	1,64
30	4,17	3,32	2,92	2,69	2,53	2,42	2,27	2,16	2,01	1,93	1,84	1,62
40	4,08	3,23	2,84	2,61	2,45	2,34	2,18	2,08	1,92	1,84	1,74	1,51
50	4,03	3,18	2,79	2,56	2,40	2,29	2,13	2,03	1,87	1,78	1,69	1,44
60	4,00	3,15	2,76	2,53	2,37	2,25	2,10	1,99	1,84	1,75	1,65	1,39