Cours 12

Mme Medouer Nawel

Loi Normale

1.1 QU'EST-CE QU'UNE DISTRIBUTION NORMALE ?

*A la différence de la loi de Poisson ou de la loi binomiale qui sont des distributions de probabilité discrète, la **distribution normale** est une distribution de probabilité continue.*

*On peut parler également de **distribution Gaussienne.** On notera que sa représentation graphique est appelée **courbe en cloche.** La courbe normale a la particularité d'être **symétrique**.*

1.2 POURQUOI LA LOI NORMALE EST-ELLE INTÉRESSANTE ?

La loi normale est remarquable par le fait qu'elle décrit une grande partie des phénomènes naturels. (science physique, sociale, médecine, agriculture, Business...) . Elle peut être utilisée dans un grand nombre de situations, c'est ce qui la rend si utile.

Lorsqu'un phénomène est influencé par de nombreux facteurs dont aucun n'est prépondérant les résultats des mesures de ce phénomène obéissent à une loi normale.

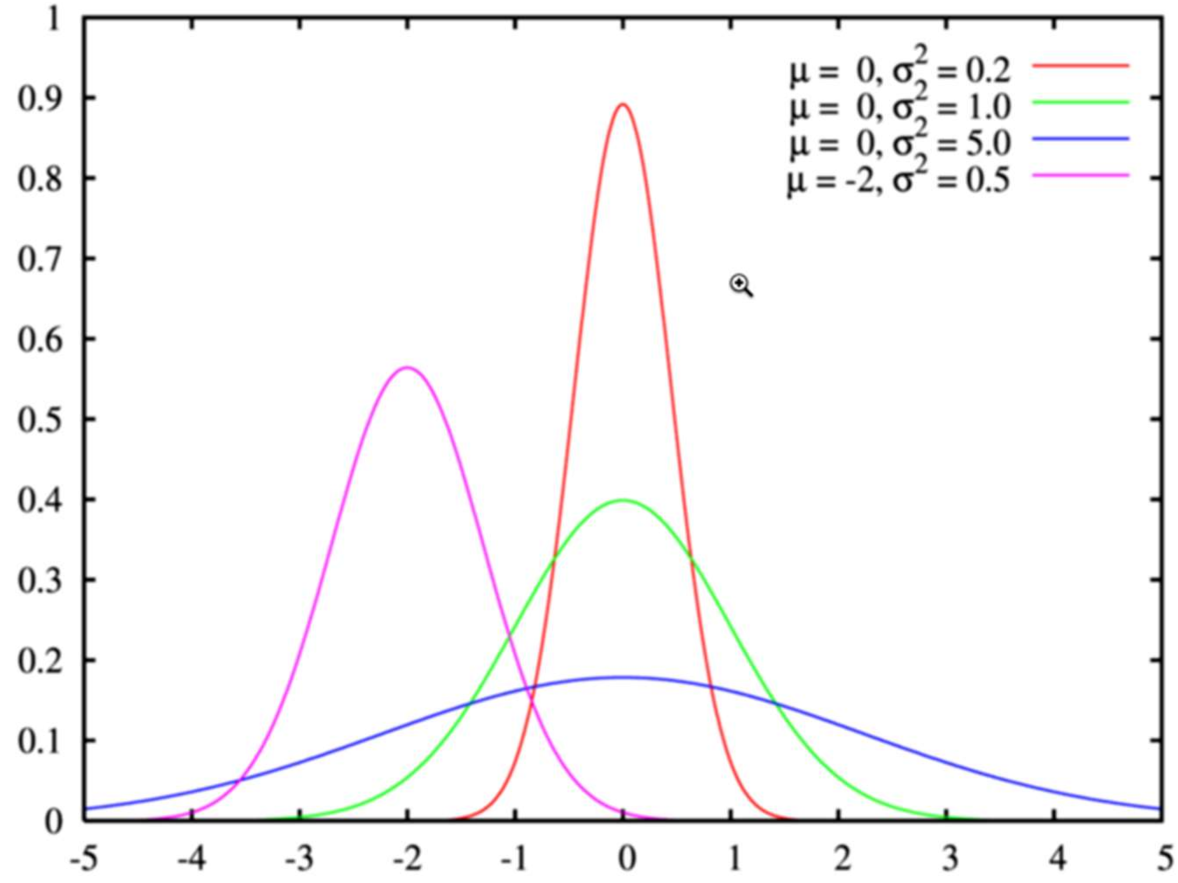
1.3 QUELLE EST LA FORMULE DE LA LOI NORMALE ?

La variable utilisée est continue, C'est-à-dire qu'elle peut prendre un nombre indéfini de valeurs.

Cette courbe a deux paramètres : μ la moyenne et σ l'écart-type et ayant la fonction de densité

$$f(x) = \frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{(x-\mu)^2}{2\sigma^2}}$$

On dit que $X \sim N(\mu; \sigma)$



μ = 0, σ2 = 0.2
μ = 0, σ2 = 1.0
μ = 0, σ2 = 5.0
μ = -2, σ2 = 0.5
1
0.9
0.8
0.7
0.6
0.5
0.4
0.3
0.2
0.1
0
-5
-4
-3
-2
-1
0
1
2
3
4
5

1.3 QUELLE EST LA FORMULE DE LA LOI NORMALE ?

Son équation finalement très simple puisque ces 2 seuls paramètres

suffisent : μ et σ. Les autres éléments de l'équation sont des constantes :

N'ayez pas peur de cette formule puisque vous n'aurez pas à l'utiliser. En effet,

Un changement de variable permettent de réaliser très facilement son calcul.

1.4 LA LOI NORMALE CENTRÉE RÉDUITE ?

POURQUOI UTILISER LA LOI NORMALE CENTRÉE RÉDUITE ?

Parce qu'il y a un nombre illimité de lois normales, les mathématiciens ont simplifié les choses en calculant les aires sous une loi normale spéciale de paramètres:

$\mu=0$ et de $\sigma=1$. Cette distribution est connue sous le

nom de loi normale centrée réduite.

Cette dernière st une loi tabulée

1.4.1 COMMENT OBTIENT-ON LA LOI NORMALE CENTRÉE RÉDUITE ?

On obtient la loi normale centrée réduite par le changement de variable :

Soit $X \sim N(\mu; \sigma)$, *Alors :*

$$X \rightarrow Z = \frac{X - \mu}{\sigma}$$

Telle que $Z \sim N(0; 1)$

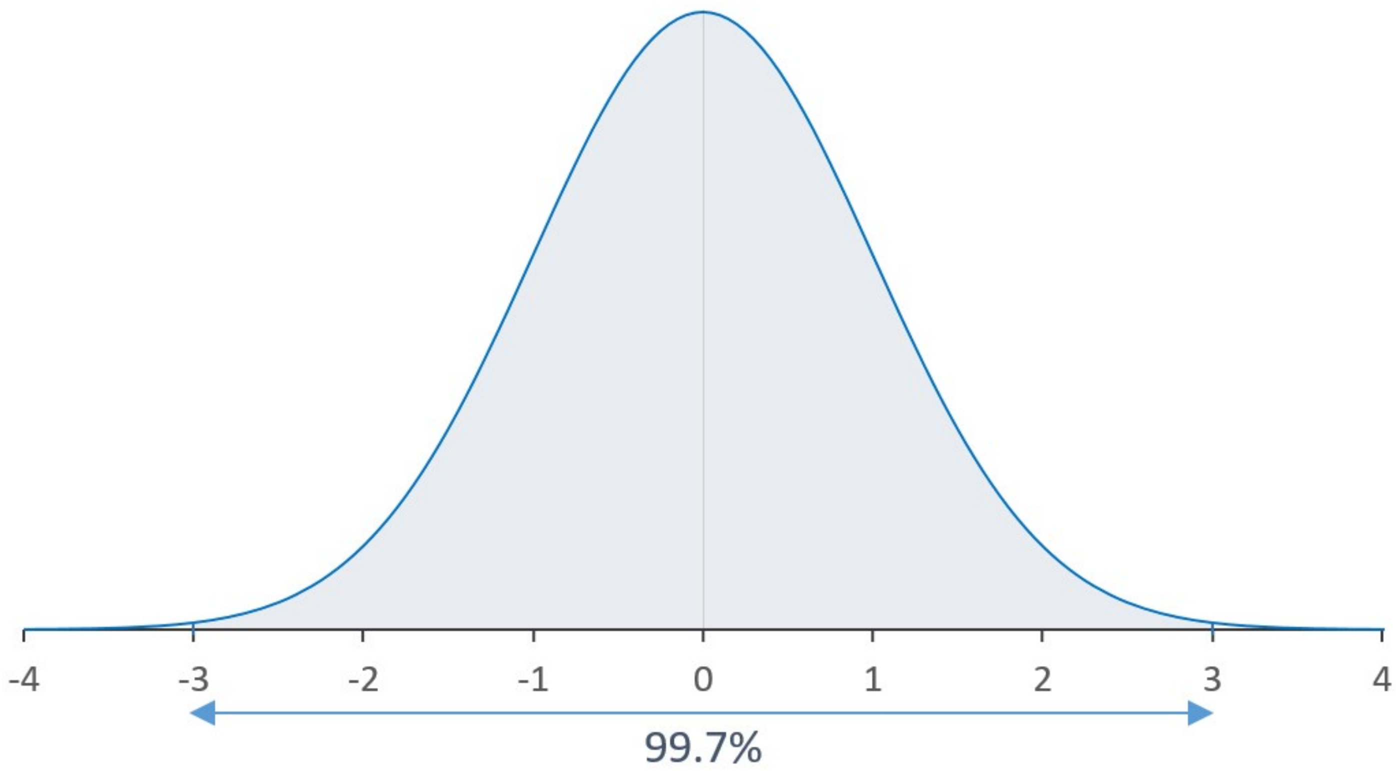
1.4.2 COMMENT OBTIENT-ON LA LOI NORMALE CENTRÉE RÉDUITE ?

$\boldsymbol{F(X)} \quad \boldsymbol{et\ \Pi(z)}$

sont les fonctions de répartition de X et Z respectivement, telle que

$$F(x) = \Pi\left(\frac{x-\mu}{\sigma}\right) \quad \forall x \epsilon \mathbb{R}$$

Aire sous la courbe=1



1.4.3 COMMENT LIRE LA TABLE DE LA LOI NORMALE CENTRÉE RÉDUITE ?

Exemple 1: lecture de la loi normale

On lit le tableau de la façon suivante :

Prenons cette fois-ci une valeur positive de z = 1.65

$$\Pi(1{,}65) = 0{,}9505$$

Comment?

$$\Pi(1{,}65) = P(Z \leq 1{,}65)$$

1,65 = 1,6 + 0,05

1.65

PROBABILITÉ = 95.05%

z	.00	.01	.02	.03	.04	.05	.06	.07	.08	.09
0.0	.5000	.5040	.5080	.5120	.5160	.5199	.5239	.5279	.5319	.5359
0.1	.5398	.5438	.5478	.5517	.5557	.5596	.5636	.5675	.5714	.5753
0.2	.5793	.5832	.5871	.5910	.5948	.5987	.6026	.6064	.6103	.6141
0.3	.6179	.6217	.6255	.6293	.6331	.6368	.6406	.6443	.6480	.6517
0.4	.6554	.6591	.6628	.6664	.6700	.6736	.6772	.6808	.6844	.6879
0.5	.6915	.6950	.6985	.7019	.7054	.7088	.7123	.7157	.7190	.7224
0.6	.7257	.7291	.7324	.7357	.7389	.7422	.7454	.7486	.7517	.7549
0.7	.7580	.7611	.7642	.7673	.7704	.7734	.7764	.7794	.7823	.7852
0.8	.7881	.7910	.7939	.7967	.7995	.8023	.8051	.8078	.8106	.8133
0.9	.8159	.8186	.8212	.8238	.8264	.8289	.8315	.8340	.8365	.8389
1.0	.8413	.8438	.8461	.8485	.8508	.8531	.8554	.8577	.8599	.8621
1.1	.8643	.8665	.8686	.8708	.8729	.8749	.8770	.8790	.8810	.8830
1.2	.8849	.8869	.8888	.8907	.8925	.8944	.8962	.8980	.8997	.9015
1.3	.9032	.9049	.9066	.9082	.9099	.9115	.9131	.9147	.9162	.9177
1.4	.9192	.9207	.9222	.9236	.9251	.9265	.9279	.9292	.9306	.9319
1.5	.9332	.9345	.9357	.9370	.9382	.9394	.9406	.9418	.9429	.9441
1.6	.9452	.9463	.9474	.9484	.9495	.9505	.9515	.9525	.9535	.9545
1.7	.9554	.9564	.9573	.9582	.9591	.9599	.9608	.9616	.9625	.9633
1.8	.9641	.9649	.9656	.9664	.9671	.9678	.9686	.9693	.9699	.9706
1.9	.9713	.9719	.9726	.9732	.9738	.9744	.9750	.9756	.9761	.9767

1.4.4 COMMENT CALCULER $\Pi(z)$ POUR UNE VALEUR $z < 0$:

ON PASSE PAR LA FORMULE:

$$\boldsymbol{\Pi(z) = 1 - \Pi(-z) \ \ pour \ z \in \mathcal{R}}$$

$$\boldsymbol{\Pi(-1,65) = 1 - \Pi(1,65) = 1 - 0,9505 = 0,0005}$$

1.4.4 COMMENT LIRE LA TABLE DE LA LOI NORMALE CENTRÉE RÉDUITE ?

Exemple 1: *Soit* $X \sim N(2; 0{,}16)$

$$X \rightarrow Z = \frac{X - \mu}{\sigma} = \frac{X - 2}{0{,}16}$$

Alors $Z \sim N(0; 1)$

Calculer les probabilités

$P(X \leq 2{,}02)$, $P(X \geq 1{,}94)$, $P(1{,}94 \leq X \leq 2{,}02)$?

1.4.4 COMMENT LIRE LA TABLE DE LA LOI NORMALE CENTRÉE RÉDUITE ?

$$X \rightarrow Z = \frac{X-\mu}{\sigma} = \frac{X-2}{0{,}16}$$

Alors $Z \sim N(0;1)$

$$P(X \leq 2{,}02) = P\left(\frac{X-\mu}{\sigma} \leq \frac{2{,}02-\mu}{\sigma}\right) = P\left(Z \leq \frac{2{,}02-\mu}{\sigma}\right) = P\left(Z \leq \frac{2{,}02-2}{0{,}16}\right)$$
$$= \Pi(0{,}125) = 0{,}5517$$

$$P(X \geq 1{,}94) = P\left(\frac{X-\mu}{\sigma} \geq \frac{1{,}94-\mu}{\sigma}\right) = P\left(Z \geq \frac{1{,}94-\mu}{\sigma}\right) = P\left(Z \geq \frac{1{,}94-2}{0{,}16}\right)$$
$$= P(Z \geq -0{,}375) = P(Z \leq 0{,}375)$$

$$\Pi(0{,}375) = \Pi(0{,}38) = 0{,}648$$

1.4.4 COMMENT LIRE LA TABLE DE LA LOI NORMALE CENTRÉE RÉDUITE ?

$$P(1{,}94 \leq X \leq 2{,}02) = P\left(\frac{1{,}94-\mu}{\sigma} \leq \frac{X-\mu}{\sigma} \leq \frac{2{,}02-\mu}{\sigma}\right) =$$

$$P\left(\frac{1{,}94-\mu}{\sigma} \leq Z \leq \frac{2{,}02-\mu}{\sigma}\right) = P\left(\frac{1{,}94-2}{0{,}16} \leq Z \leq \frac{2{,}02-2}{0{,}16}\right)$$

$$= P(-0{,}375 \leq Z \leq 0{,}125)$$

$$= \Pi(0{,}125) - \Pi(-0{,}375)$$

$= \Pi(0{,}13) - \Pi(-0{,}38) = \Pi(0{,}13) - (1 - \Pi(0{,}38))$

=0,6480 - (1-0,5517)= 0,1997

1.5 A RETENIR

Pour a nombre positif

- $P(Z \leq a) = \Pi(a)$
- $P(Z \geq a) = 1 - \Pi(a)$
- $P(Z \geq -a) = \Pi(a)$
- $P(Z \leq 0) = \Pi(0) = 0.5$
- $P(a \leq X \leq b) = \Pi(b) - \Pi(a)$

1.5.1 COMMENT CALCULER z POUR $\Pi(z)$ CONNUE

EXEMPLE: CALCULER Z POUR LES SITUATIONS SUIVANTES:

$$P(Z \leq z) = 0{,}67, P(Z \leq z) = 0{,}95 \quad , P(Z \geq z) = 0{,}45$$
$$, P(Z \geq z) = 0{,}7$$

1) $P(Z \leq z) = 0{,}67$

$\boldsymbol{\Pi(z) = 0,67}$

La valeure se figure dans la table 1 , alors:

$\mathbf{z = 0,44}$

1 . 6 5

PROBABILITÉ = 95.05%

z	.00	.01	.02	.03	.04	.05	.06	.07	.08	.09
0.0	.5000	.5040	.5080	.5120	.5160	.5199	.5239	.5279	.5319	.5359
0.1	.5398	.5438	.5478	.5517	.5557	.5596	.5636	.5675	.5714	.5753
0.2	.5793	.5832	.5871	.5910	.5948	.5987	.6026	.6064	.6103	.6141
0.3	.6179	.6217	.6255	.6293	.6331	.6368	.6406	.6443	.6480	.6517
0.4	.6554	.6591	.6628	.6664	.6700	.6736	.6772	.6808	.6844	.6879
0.5	.6915	.6950	.6985	.7019	.7054	.7088	.7123	.7157	.7190	.7224
0.6	.7257	.7291	.7324	.7357	.7389	.7422	.7454	.7486	.7517	.7549
0.7	.7580	.7611	.7642	.7673	.7704	.7734	.7764	.7794	.7823	.7852
0.8	.7881	.7910	.7939	.7967	.7995	.8023	.8051	.8078	.8106	.8133
0.9	.8159	.8186	.8212	.8238	.8264	.8289	.8315	.8340	.8365	.8389
1.0	.8413	.8438	.8461	.8485	.8508	.8531	.8554	.8577	.8599	.8621
1.1	.8643	.8665	.8686	.8708	.8729	.8749	.8770	.8790	.8810	.8830
1.2	.8849	.8869	.8888	.8907	.8925	.8944	.8962	.8980	.8997	.9015
1.3	.9032	.9049	.9066	.9082	.9099	.9115	.9131	.9147	.9162	.9177
1.4	.9192	.9207	.9222	.9236	.9251	.9265	.9279	.9292	.9306	.9319
1.5	.9332	.9345	.9357	.9370	.9382	.9394	.9406	.9418	.9429	.9441
1.6	.9452	.9463	.9474	.9484	.9495	.9505	.9515	.9525	.9535	.9545
1.7	.9554	.9564	.9573	.9582	.9591	.9599	.9608	.9616	.9625	.9633
1.8	.9641	.9649	.9656	.9664	.9671	.9678	.9686	.9693	.9699	.9706
1.9	.9713	.9719	.9726	.9732	.9738	.9744	.9750	.9756	.9761	.9767

1.5.2 *Comment calculer z pour $\Pi(z)$ connue*

2) $\boldsymbol{\Pi(z) = 0,95}$

La valeur ne figure pas dans la table 1, mais vous avez deux

adjacentes droite et gauche $\mathbf{0.9405}$ et $\mathbf{0.9505}$ tels que

$\boldsymbol{\Pi(1.64) = 0,9405} \qquad \boldsymbol{\Pi(1.65) = 0.9505}$

On prend le centre des deux primitives des deux adjacentes droite et gauche

Alors $\boldsymbol{\Pi\left(\frac{1.64+1.65}{2}\right) = \Pi(1.645) = 0,95}$

1.5.2 COMMENT CALCULER z POUR $\Pi(z)$ CONNUE

3) $P(Z \geq z) = 0{,}45$

$P(Z \geq z) = 1 - P(Z \leq z) = 0{,}45$

$Donc \quad P(Z \leq z) = 1 - 0{,}45 = 0.55$

$\boldsymbol{La\ valeur \quad ne\ figure\ pas\ dans\ \ la\ table\ 1, mais\ vous\ avez\ deux\ adjacentes\ droite\ et\ gauche}$

Avec des écarts respectivement 0.0022 et 0.0017

On prend la primitive de l'adjacente la plus proche des deux adjacentes droite et gauche

Alors $\boldsymbol{\Pi(0.13) \approx 0.55}$

1 . 6 5

PROBABILITÉ = 95.05%

z	.00	.01	.02	.03	.04	.05	.06	.07	.08	.09
0.0	.5000	.5040	.5080	.5120	.5160	.5199	.5239	.5279	.5319	.5359
0.1	.5398	.5438	.5478	.5517	.5557	.5596	.5636	.5675	.5714	.5753
0.2	.5793	.5832	.5871	.5910	.5948	.5987	.6026	.6064	.6103	.6141
0.3	.6179	.6217	.6255	.6293	.6331	.6368	.6406	.6443	.6480	.6517
0.4	.6554	.6591	.6628	.6664	.6700	.6736	.6772	.6808	.6844	.6879
0.5	.6915	.6950	.6985	.7019	.7054	.7088	.7123	.7157	.7190	.7224
0.6	.7257	.7291	.7324	.7357	.7389	.7422	.7454	.7486	.7517	.7549
0.7	.7580	.7611	.7642	.7673	.7704	.7734	.7764	.7794	.7823	.7852
0.8	.7881	.7910	.7939	.7967	.7995	.8023	.8051	.8078	.8106	.8133
0.9	.8159	.8186	.8212	.8238	.8264	.8289	.8315	.8340	.8365	.8389
1.0	.8413	.8438	.8461	.8485	.8508	.8531	.8554	.8577	.8599	.8621
1.1	.8643	.8665	.8686	.8708	.8729	.8749	.8770	.8790	.8810	.8830
1.2	.8849	.8869	.8888	.8907	.8925	.8944	.8962	.8980	.8997	.9015
1.3	.9032	.9049	.9066	.9082	.9099	.9115	.9131	.9147	.9162	.9177
1.4	.9192	.9207	.9222	.9236	.9251	.9265	.9279	.9292	.9306	.9319
1.5	.9332	.9345	.9357	.9370	.9382	.9394	.9406	.9418	.9429	.9441
1.6	.9452	.9463	.9474	.9484	.9495	.9505	.9515	.9525	.9535	.9545
1.7	.9554	.9564	.9573	.9582	.9591	.9599	.9608	.9616	.9625	.9633
1.8	.9641	.9649	.9656	.9664	.9671	.9678	.9686	.9693	.9699	.9706
1.9	.9713	.9719	.9726	.9732	.9738	.9744	.9750	.9756	.9761	.9767

1.5.2 COMMENT CALCULER z POUR $\Pi(z)$ CONNUE

4) $P(Z \geq z) = 0{,}67$
$P(Z \geq z) = 1 - P(Z \leq z) = 0.67$

$Donc \quad P(Z \leq z) = \Pi(z) = 1 - 0{,}67 = 0.33$

Les valeurs figurant dans la table 1 sont tous supérieures à 0.5, ceci signifie que cette valeur est une valeur négative

Comment résoudre ce problème?

La réponse : On cherche $\Pi(-z)$
$\Pi(-z) = 1 - \Pi(z) = 0{,}67$

Utilisant la table 1, on obtient $-z = 0.44$

D'où $z = -0.44$

$\underbrace{1.6}\underbrace{5}$

PROBABILITÉ = 95.05%

z	.00	.01	.02	.03	.04	.05	.06	.07	.08	.09
0.0	.5000	.5040	.5080	.5120	.5160	.5199	.5239	.5279	.5319	.5359
0.1	.5398	.5438	.5478	.5517	.5557	.5596	.5636	.5675	.5714	.5753
0.2	.5793	.5832	.5871	.5910	.5948	.5987	.6026	.6064	.6103	.6141
0.3	.6179	.6217	.6255	.6293	.6331	.6368	.6406	.6443	.6480	.6517
0.4	.6554	.6591	.6628	.6664	.6700	.6736	.6772	.6808	.6844	.6879
0.5	.6915	.6950	.6985	.7019	.7054	.7088	.7123	.7157	.7190	.7224
0.6	.7257	.7291	.7324	.7357	.7389	.7422	.7454	.7486	.7517	.7549
0.7	.7580	.7611	.7642	.7673	.7704	.7734	.7764	.7794	.7823	.7852
0.8	.7881	.7910	.7939	.7967	.7995	.8023	.8051	.8078	.8106	.8133
0.9	.8159	.8186	.8212	.8238	.8264	.8289	.8315	.8340	.8365	.8389
1.0	.8413	.8438	.8461	.8485	.8508	.8531	.8554	.8577	.8599	.8621
1.1	.8643	.8665	.8686	.8708	.8729	.8749	.8770	.8790	.8810	.8830
1.2	.8849	.8869	.8888	.8907	.8925	.8944	.8962	.8980	.8997	.9015
1.3	.9032	.9049	.9066	.9082	.9099	.9115	.9131	.9147	.9162	.9177
1.4	.9192	.9207	.9222	.9236	.9251	.9265	.9279	.9292	.9306	.9319
1.5	.9332	.9345	.9357	.9370	.9382	.9394	.9406	.9418	.9429	.9441
1.6	.9452	.9463	.9474	.9484	.9495	$\boxed{.9505}$	.9515	.9525	.9535	.9545
1.7	.9554	.9564	.9573	.9582	.9591	.9599	.9608	.9616	.9625	.9633
1.8	.9641	.9649	.9656	.9664	.9671	.9678	.9686	.9693	.9699	.9706
1.9	.9713	.9719	.9726	.9732	.9738	.9744	.9750	.9756	.9761	.9767

Exemple d'entrainement:

Calculer z pour les situations suivantes:

$$P(Z \leq z) = 0{,}84, P(Z \leq z) = 0{,}15 \quad , P(Z \geq z) = 0{,}34$$
$$P(Z \geq z) = 0{,}86$$

LECTURE DE LA TABLE

LA VALEUR NE FIGURE PAS DANS LA TABLE?

Deux choix:

1. On prend le centre des deux primitives des deux adjacentes

2. On prend la primitive de l'adjacente la plus proche

1.6 APPROXIMATIONS DES LOIS

POURQUOI L'APPROXIMATION DES LOIS?

Dans la pratique, il arrive que le calcul de probabilité

avec la loi identifiée est trop lourd; dans ce cas sous certaines conditions il est possible d'approximer la loi initiale par une

autre dans le but de simplifier le calcul

1.6.1 APPROXIMATION DE LA LOI BINOMIALE PAR LA LOI DE POISSON:

LES CONDITIONS D'APPROXIMATION DE LA LOI BINOMIALE PAR LA LOI DE POISSON:

Soit $X \sim B(n;p) \quad tels\ que$

$$1) n \geq 30$$
$$2) np < 5$$
$$Alors \qquad X \approx y \quad tel\ que \qquad Y \sim P(np)$$

1.6.2 APPROXIMATION DE LA LOI BINOMIALE PAR LA LOI NORMALE:

LES CONDITIONS D'APPROXIMATION DE LA LOI BINOMIALE PAR LA LOI NORMALE:

Soit $X \sim B(n;p)$ $\quad tels\ que$

$$\begin{gathered} 1)n \geq 30 \\ 2)np \geq 5 \\ 3)nq \geq 5 \\ Alors \qquad X \approx y \quad tel\ que \qquad Y \sim N(np;\sqrt{npq}\,) \end{gathered}$$

1.6. 3 APPROXIMATION DE LA LOI DE POISSON PAR LA LOI NORMALE:

LES CONDITION D'APPROXIMATION DE LA LOI DE POISSON PAR LA LOI NORMALE:

Soit $X \sim P(\lambda) tel\ que$

$$\lambda \geq 5$$

$$Alors \quad X \approx y \quad tel\ que \quad Y \sim N(\lambda; \sqrt{\lambda})$$

REMARQUE!!

L'approximation des lois est un outil facultatif!!

C'est-à-dire vous pouvez l'appliquer comme vous pouvez laisse tomber (bien sur dans le cas où les conditions d'approximation sont satisfaites

Mais!!

L'approximation des lois devient obligatoire si:

- ❑ *Le calcul est trop lourd en utilisant la loi initiale*
- ❑ *L'énoncé de l'exercice vous oblige à utiliser la loi approximée*

1.7 CORRECTION DE CONTINUITÉ:

ATTENTION!!!

Un point délicat résulte du fait que la loi initiale(Binomiale ou Poisson) est une

Loi discrète mais la loi approximée (loi Normale) est une loi continue

Soient:

$$P(X = k) = C_n^k p^k q^{n-k} \; pour \;\; X \sim B(n; p)$$

$$P(X = k) = \frac{e^{-\lambda}\lambda^k}{k!} \qquad pour \;\; X \sim P(\lambda)$$

Tandis que $\quad P(Y = k) = 0 \qquad pour \qquad Y \sim N(\mu; \sigma)$

1.7 CORRECTION DE CONTINUITÉ:

LA SOLUTION !!!

Pour éviter le paradoxe dans le cas ou la loi initiale(Binomiale ou Poisson) est une

Loi discrète et la loi approximée (loi Normale) est une loi continue est

De calculer la probabilité non de Y soit égale à k mais la probabilité que Y soit inclus dans un intervalle autour de k

C'est-à-dire $P(X = k) = P(k - 0.5 < y < K + 0.5)$

1.7 Correction de continuité:

Quand?

1. *L'approximation de la loi Binomiale par de Poisson Non*

2. *L'approximation de la loi Binomiale par Normale Oui*

3. *L'approximation de la loi de Poisson par Normale Oui*

1.7.1 EXEMPLE :

La probabilité pour un individu d'être albinos est de 0.002

1) *Soit X la variable aléatoire, nombre d'albinos dans un groupe de 5000 individus :*

- *Quelle loi suit X ? Justifier*
- *Par quelle loi peut-on approcher la probabilité de X? En déduire* $P(X = 20)$

SOLUTION:

X : nombre d'albinos dans un groupe de 5000 individus

X~ $X \sim B(5000; 0.002)$

$$P(X = k) = C_{5000}^{k} 0.002^{k} 0.998^{n-k}$$

Conditions de validité :

-La répétition

-L'alternance

-L'indépendance.

SOLUTION:

Les conditions d'approximation :

- $n \geq 30$
- $np = 10 > 5$
- $nq = 4990 > 5$

Alors $X \approx Y$ Tel que $Y \sim N(10;\ \sqrt{9.98}) = N(10; 3.16)$

$$X \approx y \quad tel\ que \quad Y \sim N\left(10; \sqrt{9.98}\right) = N(10; 3.16)$$

SOLUTION:

$Y \rightarrow Z = Y - 10\ /3.16$

$Z \sim N(0;\ 1)$

$P(X = 20) = P(20 - 0.5 \leq Y \leq 20 + 0.5) = P(19.5 \leq Y \leq 20.5) =$

$P\ (\ 19.5 - 10\ 3.16 \leq Z \leq 20.5 - 10\ 3.16\ ) =$

$P(3 < Z < 3.32) = \pi(3.32) - \pi(3) = 0.9995 - 0.9987 = 0.0008$

1.8 TABLE 2 DE LA LOI NORMALE

Z est une variable aléatoire qui suit la normale centrée réduite, soit
$\propto$ un réel de l'intervalle $]0,1[$, il existe un unique réel strictement positif tel que

$$P(-\bar{z}_{\propto} \leq Z \leq \bar{z}_{\propto}) = 1 - \propto$$

En effet on cherche un réel z strictement positif tel que:

$$P(-z \leq Z \leq z) = 1 - \propto$$

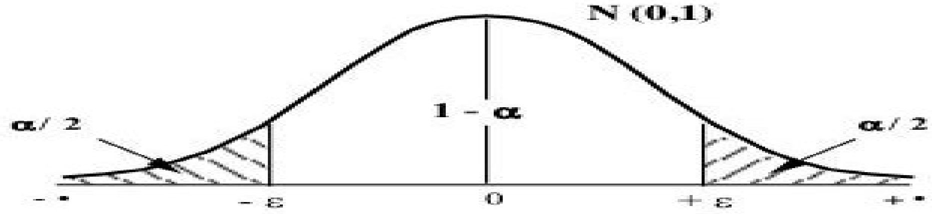
$\Pi(z) - \Pi(-z) = 1 - \propto$
$\Pi(z) - 1 + \Pi(-z) = 1 - \propto$

$2\Pi(z) - 1 = 1 - \propto$

$\Pi(z) = 1 - \frac{\alpha}{2}$

TABLE 4

LOI NORMALE CENTRÉE, RÉDUITE $\mathcal{N}(0,1)$ OU TABLE DE L'ÉCART RÉDUIT



La probabilité α s'obtient par addition des nombres inscrits en marge.

Exemple : Pour $\varepsilon = 1,96$, la probabilité est $\alpha = 0,00 + 0,05 = 0,05$

α	**0**	**0,01**	**0,02**	**0,03**	**0,04**	**0,05**	**0,06**	**0,07**	**0,08**	**0,09**
0,00	∞	**2,577**	2,327	2,171	2,054	**1,960**	1,881	1,812	1,751	1,696
0,10	1,645	**1,598**	1,555	1,514	1,476	**1,440**	1,405	1,372	1,341	1,311
0,20	1,282	**1,254**	1,227	1,201	1,175	**1,150**	1,127	1,103	1,080	1,058
0,30	1,037	**1,015**	0,995	0,974	0,954	**0,935**	0,915	0,897	0,878	0,860
0,40	0,842	**0,824**	0,806	0,789	0,772	**0,755**	0,739	0,723	0,706	0,690
0,50	0,675	**0,659**	0,643	0,628	0,613	**0,598**	0,583	0,568	0,553	0,539
0,60	0,524	**0,510**	0,496	0,482	0,468	**0,454**	0,440	0,426	0,412	0,399
0,70	0,385	**0,372**	0,358	0,345	0,332	**0,319**	0,305	0,292	0,279	0,266
0,80	0,253	**0,240**	0,228	0,215	0,202	**0,189**	0,176	0,164	0,151	0,138
0,90	0,126	**0,113**	0,100	0,088	0,075	**0,063**	0,050	0,038	0,025	0,013

TABLES POUR LES PETITES VALEURS DE α

α	0,001	0,000 1	0,000 01	0,000 001	0,000 000 1	0,000 000 01	0,000 000 001
ε	3, 290 53	3,890 59	4,417 17	4,891 64	5,326 72	5,730 73	6,109 41

1.8 TABLE 2 DE LA LOI NORMALE

✓ $\propto = 0.05$ un réel de l'intervalle $]0,1[$, il existe un unique réel strictement positif tel que

$$P(-\bar{z}_{\propto} \leq Z \leq \bar{z}_{\propto}) = 1 - \propto = 1 - 0.01 = 0.99$$

En effet on cherche un réel z strictement positif tel que:

$$P(-z \leq Z \leq z) = 1 - \propto$$

$$\Pi(z) = 1 - \frac{\alpha}{2} = 1 - \frac{0.05}{2} = 0.975$$

Utilisant la table 1 maintenant, on obtient $z = 1.96$