

## Exercices d'entraînement sur l'analyse combinatoire

**Exo 1)** A chaque voyage un représentant de commerce visite 6 villes des 9 villes de sa région. De combien de manières peut-il prévoir son itinéraire ?

**Réponse Exo 1)**  $A_9^6 = 60\,480$

**Exo 2)** Dans une cour, il y a 8 emplacements prévus pour garer 8 voitures. Cinq locataires, possédant chacun une voiture, se proposent d'utiliser ces parkings en modifiant chaque jour la disposition des voitures. On demande combien de jours seront nécessaires pour que toutes les dispositions possibles aient été adoptées.

**Réponse Exo 2)**  $A_8^5 = 6\,720$

**Exo 3)** Combien de tiercés gagnants dans l'ordre peut-on imaginer avec 14 chevaux au départ ?

**Réponse Exo 3)**  $A_{14}^3 = 2\,184$

**Exo 4)** Dans un petit local du centre PMS, de combien de façons différentes peuvent s'asseoir 3 personnes s'il y a 10 places numérotées ?

**Réponse Exo 4)**  $A_{10}^3 = 720$

**Exo 5)** Combien y a-t-il de nombres de 4 chiffres différents ne commençant pas par 0 ?

**Réponse Exo 5)**  $9 * A_9^3 = 9 * 504 = 4\,536 = A_{10}^4 - A_9^3$

**Exo 6)** Combien de mots différents peut-on écrire avec les lettres du mot « cahier » et du mot « ordinateur »

**Réponse Exo 6)**  $6! = 720$  et  $10!/2! = 1\,814\,400$

**Exo 7)** Une personne veut acheter une nouvelle voiture. Elle constate qu'elle a le choix entre 8 modèles, mais que chaque modèle existe en 15 couleurs différentes et présente 3 versions différentes, chacune avec ou sans transmission automatique. De combien de manières peut-elle effectuer sa commande ?

**Réponse Exo 7)**  $C_8^1 * C_{15}^1 * C_3^1 * C_2^1 = 720$

**Exo 8)** De combien de manières peuvent se placer 7 personnes autour d'une table ronde si :

- a) Les places sont numérotées
- b) Les places ne sont pas numérotées.

**Réponse Exo 8)**

- a)  $P_7 = 7! = 5\,040$
- b)  $P_6 = 6! = 720$

**Exo 9)** Un directeur d'entreprise se propose d'embaucher 7 ouvriers qui devront remplir des tâches identiques ; 14 candidats postulent.

- a) De combien de manières, l'industriel peut-il opérer son choix ?
- b) Idem mais un certain candidat sera d'office embauché
- c) Idem mais un candidat est exclu par manque d'expérience.

**Réponse Exo 9)**

- a)  $C_{14}^7 = 3\,432$
- b)  $C_{13}^6 * C_1^1 = 1\,716$
- c)  $C_{13}^7 * C_1^0 = 1\,716$

**Exo 10)** On aligne sur une même rangée 5 billes rouges identiques, 2 billes blanches identiques, 3 billes bleues identiques. S'il est impossible de distinguer les billes de même couleur, combien de groupements de 10 billes peut-on former ?

**Réponse Exo 10)**  $\frac{P_{10}}{P_5 * P_3 * P_2} = \frac{10!}{5! * 3! * 2!} = 2\,520$

**Exo 11)** Une délégation de 5 membres de la section syndicale des médecins doit être choisie pour représenter leur centre hospitalo-universitaire à un congrès. 13 membres étant éligibles, de combien de manières peut-on former la délégation sachant que :

- a) Deux membres se refusent à participer au congrès
- b) Deux membres exigent d'être ensemble s'ils sont élus ?

**Réponse Exo 11)**

- a)  $C_{11}^5 * C_2^0 = 462$
- b)  $C_{11}^3 * C_2^2 + C_{11}^5 * C_2^0 = 165 + 462 = 627$

**Exo 12)** De combien de manières différentes peuvent s'asseoir 5 personnes dans une voiture si seulement 3 d'entre elles ont leur permis de conduire ?

**Réponse Exo 12)**  $3 * P_4 = 3 * 4! = 72$

**Exo 13)** Cinq tennismen et quatre tenniswomen participent à un tournoi. Déterminer le nombre de matches distincts que l'on peut organiser.

- a) En simples messieurs
- b) En simples dames
- c) En doubles messieurs
- d) En doubles dames
- e) En doubles mixtes

**Réponse Exo 13)**

- a)  $C_5^2 = 10$
- b)  $C_4^2 = 6$
- c)  $3 * C_5^4 = 15$  matchs différents.

1<sup>ère</sup> méthode : On choisit 4 joueurs des 5 tennismen, le nombre de choix est :  $C_5^4 = 5$  choix de 4 joueurs. Ensuite on prend ce 1<sup>er</sup> choix de 4 joueurs et on les répartit en  $C_4^2 = 6$  binômes ; pour former  $3 = C_4^2 / 2$  matchs distincts. Exemple : les 4 joueurs choisis sont : {a, b, c, d} et à partir de cet exemple, on a les binômes suivants : {a, b}, {a, c}, {a, d}, {b, c}, {b, d}, {c, d} qui vont former 3 matchs suivants : [{a, b} contre {c, d}], [{a, c} contre {b, d}] et [{a, d} contre {b, c}].

2<sup>ème</sup> méthode :  $(C_5^2 * C_3^2) / 2 = (10 * 3) / 2 = 15$  matchs différents.

- d)  $3 * C_4^4 = 3$  ou  $(C_4^2 * C_2^2) / 2 = (6 * 1) / 2 = 3$
- e)  $2 * (C_5^2 * C_4^2) = 2 (10 * 6) = 120$ .

Un match en double mixte est formé par un homme et une femme contre un homme et une femme.

1<sup>ère</sup> méthode : On choisit 2 tennismen des 5 et 2 tenniswomen des 4 ; soient deux hommes (a, b) et deux femmes (a', b') ; il y a  $(C_5^2 * C_4^2) = 60$  façons de faire ce choix. Ensuite on fait la répartition {Homme - Femme} de 2! façons différentes, c'est-à-dire [(a, a') contre (b, b')] ou bien [(a, b') contre (b, a')] : donc deux dispositions différentes. Ce qui donne  $2 * (C_5^2 * C_4^2) = 2 (10 * 6) = 120$  matchs distincts.

2<sup>ème</sup> méthode :  $(C_5^1 * C_4^1 * C_4^1 * C_3^1) / 2 = 120$  matchs différents.

**Exo 14)** De combien de manières un professeur peut-il choisir 1 ou plusieurs élèves parmi 6 étudiants.

**Réponse Exo 14)**  $\sum_{k=1}^6 C_6^k = 63$

**Exo 15)** Une maîtresse de maison possède 11 ami(e)s.

- a) De combien de manières peut-elle inviter 5 d'entre eux à dîner ?
- b) Combien de possibilités a-t-elle si deux d'entre eux sont mariés et ne peuvent venir qu'ensemble ?
- c) Combien de choix a-t-elle si deux d'entre eux sont en mauvais termes et ne peuvent pas être invités ensemble ?

**Réponse Exo 15)**

a)  $C_{11}^5 = 462$

b)  $C_9^3 * C_2^2 + C_9^5 * C_2^0 = 84 + 126 = 210$

c)  $C_9^4 * C_1^0 * C_1^1 + C_9^4 * C_1^1 * C_1^0 + C_9^5 * C_1^0 * C_1^0 = 126 + 126 + 126 = 378$

**Exo 16)** Combien de résultats différents peuvent se présenter pour le tiercé d'une course de 10 participants ?

**Réponse Exo 16)**  $A_{10}^3 = 720$

**Exo 17)** Dans une réserve de magasin, se trouvent 36 postes TV et on doit former un échantillon de 10 postes. Déterminer de combien de manières différentes, on peut former cet échantillon si

a) Aucun échantillon ne peut contenir un poste bien précis

b) Chaque échantillon doit contenir un poste bien précis.

**Réponse Exo 17)**

a)  $C_{35}^{10} * C_1^0$

b)  $C_{35}^9 * C_1^1$

**Exo 18)** La serrure d'un coffre-fort comporte 3 anneaux portant les 26 lettres de l'alphabet. De combien de façons peut-on tenter un essai pour ouvrir ce coffre ?

**Réponse Exo 18)**  $26^3 = 17\ 576$  (avec rép)  $A_{26}^3 = 15\ 600$  (sans rép).

**Exo 19)** Combien y a-t-il de mots de 7 lettres commençant par A et se terminant par E ?

**Réponse Exo 19)**  $26^5 = 11\ 881\ 376$  (avec rép)  $A_{24}^5 = 5\ 100\ 480$  (sans rép).

**Exo 20)** De combien de manières peut-on former un groupe de 4 garçons et 5 filles si on choisit parmi 7 garçons et 6 filles ?

**Réponse Exo 20)**  $C_7^4 * C_6^5 = 210$

**Exo 21)** Un joueur de scrabble a 7 lettres différentes dans sa main. Il décide de vérifier tous les mots possibles de 4 lettres qu'il pourrait former. S'il met 5 secondes à former chaque mot, combien de minutes lui faudra-t-il ?

**Réponse Exo 21)**  $\frac{5 * A_7^4}{60} = 70$

**Exo 22)** La carte d'un restaurant comprend 4 potages, 3 plats et 2 desserts. Combien de menus différents peut-on imaginer ?

**Réponse Exo 22)**  $4 * 3 * 2 = 24$

**Exo 23)** Calculer le nombre de possibilités de voir 6 enfants installés sur un toboggan sachant que 3 d'entre eux sont capables d'occuper la place du conducteur.

**Réponse Exo 23)**  $3 * P_5 = 3 * 5! = 360$

**Exo 24)** Deux sœurs jumelles de même taille disposent au total de 5 jupes et 4 chemisiers. Sous combien d'aspects différents peuvent-elles paraître simultanément en public ?

**Réponse Exo 24)**  $(5 * 4) * (4 * 3) / 2 = 120$

**Exo 25)** De combien de manières peut-on colorier une carte représentant 3 pays avec des couleurs différentes (une par pays), choisies parmi 7 tons différentes ?

**Réponse Exo 25)**  $A_7^3 = 210$

**Exo 26)** Une personne désire offrir un livre à chacun de ses trois amis. Sachant qu'elle dispose de 5 ouvrages différents, de combien de manières peut-elle procéder ?

**Réponse Exo 26)**  $A_5^3 = 60$

**Exo 27)**

- a) Déterminer le nombre de lots de 4 chaussures prélevées parmi 4 paires complètes de manière à contenir une seule paire complète.
- b) Même question si le lot prélevé doit contenir au moins une paire complète.

**Réponse Exo 27)**

a)  $\frac{8 * 6 * 4}{2 * 2} = 48$  ou  $\frac{4 * C_6^1 * C_4^1}{2} = 48$

b)  $C_8^4 - \frac{C_8^1 * C_6^1 * C_4^1 * C_2^1}{P_4} = 54$

**Exo 28)** Parmi les chiffres allant de 1 à 9, on en choisit 5 (tous différents), parmi lesquels deux sont pairs. Combien de nombres peut-on ainsi former ?

**Réponse Exo 28)**  $C_4^2 * C_5^3 * P_5 = 7200$

**Exo 29)** Neuf personnes effectuent une promenade en utilisant deux charrettes, l'une de 5 places et l'autre de 4 places.

- a) De combien de façons peuvent-elles se répartir dans les deux charrettes ?
- b) Idem mais on veut que 2 femmes (et seulement 2) prennent place dans la plus petite voiture sachant qu'il y a 4 femmes parmi les 9 personnes
- c) Idem mais on veut que Aline et Pierre soient dans la même voiture.

**Réponse Exo 29)**

a)  $C_9^5 = 126$  ou  $\frac{P_9}{P_5 * P_4} = \frac{9!}{5! * 4!} = 126$

b)  $C_4^2 * C_5^2 = 60$

c)  $C_3^1 * C_4^1 + C_3^2 * C_4^2 = 30$

**Exo 30)** Une classe comporte 12 élèves.

- a) De combien de manières ces 12 élèves peuvent-ils subir 3 questionnaires différents sachant que 4 élèves ont reçu un même questionnaire.
- b) De combien de manières peut-on répartir ces 12 élèves en 3 groupes contenant chacun 4 élèves ?

**Réponse Exo 30)**

a)  $\frac{12!}{4! * 4! * 4!} = 34\ 650$

b)  $\frac{12!}{4! * 4! * 4!} = 34\ 650$

**Exo 31)** Un comité de 3 membres doit être formé, comprenant un représentant de chacune des catégories direction, personnel et consommateurs. S'il y a 3 représentants possibles parmi le personnel, 2 parmi les membres de la direction et 4 parmi les consommateurs, évaluer le nombre de comités différents qui peuvent être formés ?

**Réponse Exo 31)**  $C_3^1 * C_2^1 * C_4^1 = 24$