Devoir à Domicile

Module : Méthodes Numériques (L2 GM)

Exercice 1 :

Soit la fonction : $f(x) = x^2 - 2\sqrt{3}x + 1$

— Montrer qu'elle admet une racine unique dans l'intervalle $[3\ ,\ 4]$;

— Résoudre l'équation : $f(x) = 0$ par la méthode de Dichotomie avec une précision : $\epsilon = 10^{-3}$.

Exercice 2 :

Soit la fonction de l'exercice 1 :

— Ecrire l'équation $f(x) = 0$ sous la forme : $x = g(x)$;

— Etudier la convergence de la méthode du point fixe sur l'intervalle $[0\ ,\ 1]$ dans les deux cas : $g(x) = \frac{x^2+1}{2\sqrt{3}}$, $g(x) = \sqrt{2\sqrt{3}x - 1}$

— Résoudre l'équation : $f(x) = 0$ par $g(x)$ avec la quelle la méthode converge, en prenant x_0 de l'intervalle et $\epsilon = 10^{-3}$.

Exercice 3 :

Résoudre l'équation suivante par la méthode de Newton–Raphson :

$$f(x) = x^3 + x - 1 = 0 \quad , \quad x_0 = 0 \quad , \quad \epsilon = 10^{-3}.$$

Exercice 4 :

— Trouver les polynômes de Lagrange et de Newton qui vérifient les points d'interpolation suivants :

x_i	0.0	1.0	2.0
$f(x_i)$	0.0	2.0	1.0

Exercice 5 :

— Calculer l'intégrale suivante :

$$I = \int_0^1 \frac{1}{1 + x^2} dx = \tan^{-1}(1) - \tan^{-1}(0) = 0{,}7853981634\ (rad)$$

En utilisant les méthodes : $I_{\mathrm{TC(n=4)}}$, $I_{\mathrm{SC(1/3)(n=4)}}$, $I_{\mathrm{SC(3/8)(n=6)}}$ et $I_{\mathrm{Gauss(n=4)}}$.

— Calculer l'erreur E_{rr} pour chaque méthode. (Chiffres arrondis à 10^{-5} près)
