

Devoir Domicile 1

A rendre au plus tard le **03/09/2020**

Remarques

1. Le devoir doit être rédigé avec WORD (ordinateur) et envoyé en format PDF.
2. Les réponses et les calculs doivent être justifiés et détaillés.

Exercice 1. Soient X et Y deux variables aléatoires continues et indépendantes, prouver que

- 1- $E(X + Y) = E(X) + E(Y)$.
- 2- $var(X + Y) = var(X) + var(Y)$.
- 3- Pourquoi X et Y ne sont pas forcément indépendantes si $cov(X, Y) = 0$.

Exercice 2. Une urne contient trois boules blanches, quatre boules vertes et cinq boules bleues. On tire sans remise et d'un seul coup trois boules et note par

X le nombre de boules blanches,

Y le nombre de boules vertes (remarquons que $X + Y \leq 3$).

- 1- Donner la loi du couple (X, Y) .
- 2- Donner les lois marginales de X et Y . A-t-on indépendance de X et Y ?
- 3- Calculer et interpréter $cov(X, Y)$.

Exercice 3. On modélise le diamètre d'un arbre par une v.a. X , et sa hauteur par une autre v.a. Y . La loi jointe de X et Y est donnée par la densité

$$f_{XY}(x, y) = \frac{1}{4}(x + y)e^{-y} \text{ pour } y \geq 0, 0 \leq x \leq 2.$$

- 1- Donner la densité marginale de X .
- 2- A-t-on indépendance de X et Y ?
- 3- Calculer et interpréter $E(X)$.
- 4- Si l'âge d'un arbre est donné par la v.a. $Z = 12.X.Y$, calculer $E(Z)$.